BIBLIOTECA VIRTUAL eumed.net




1406

**Matemáticas financieras para la toma de decisiones**

*Arturo García Santillán*

Editado por Servicios Académicos Internacionales para eumed.net

**Derechos de autor protegidos**. Solo se permite la impresión y copia de este texto para uso Personal y/o académico.

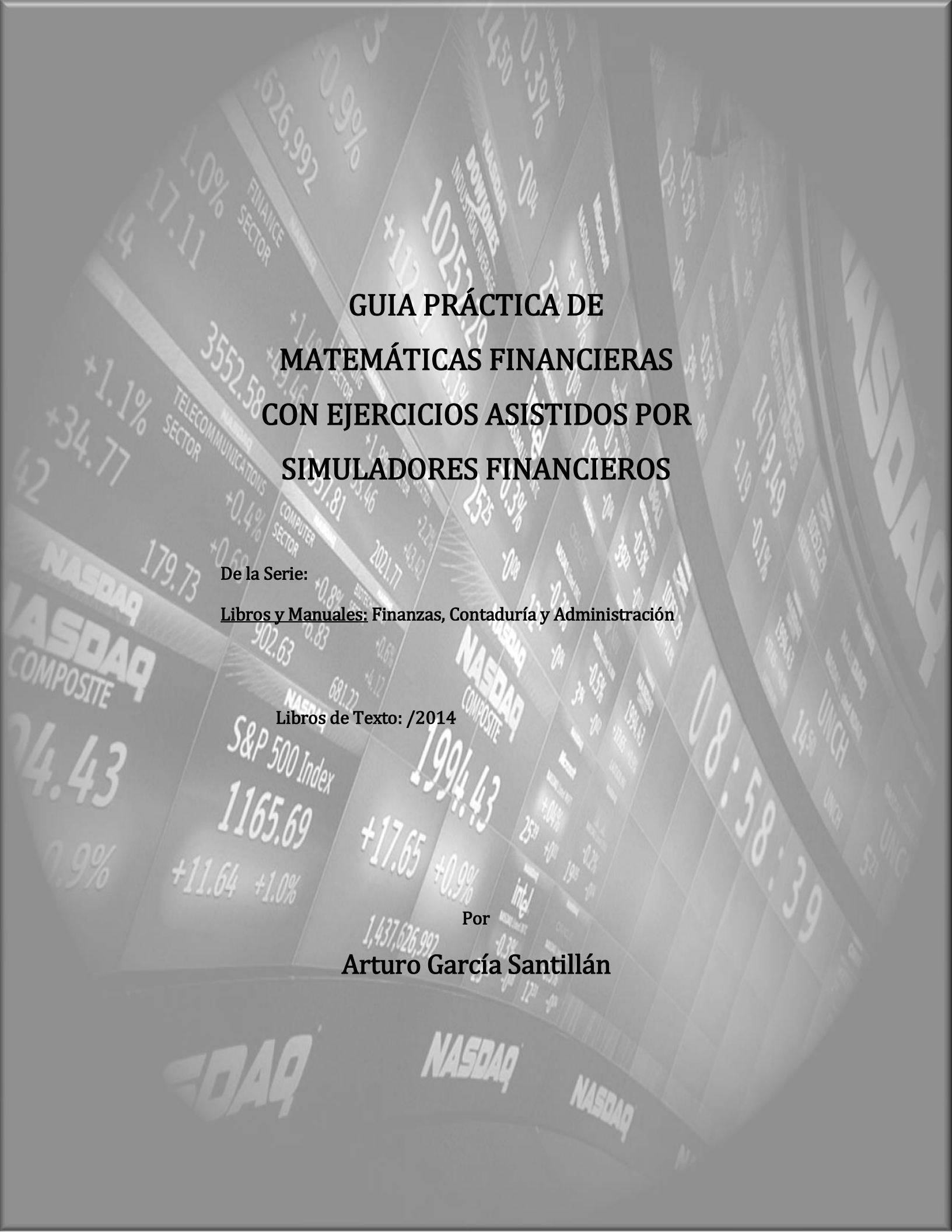
Este libro puede obtenerse gratis solamente desde
http://www.eumed.net/libros-gratis/2014/1406/index.htm
Cualquier otra copia de este texto en Internet es ilegal.

# MATEMÁTICAS FINANCIERAS

PARA LA TOMA DE DECISIONES



Arturo García Santillán



# GUIA PRÁCTICA DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS CON EJERCICIOS ASISTIDOS POR SIMULADORES FINANCIEROS

De la Serie:

Libros y Manuales: Finanzas, Contaduría y Administración

Libros de Texto: /2014

Por

Arturo García Santillán

**Editora**
Dra. Isabel Ortega Ridaura

**Dictaminadoras (Finanzas)**
Dra. Elena Moreno García
Dra. Milka E. Escalera Chávez
Dra. Lucía Ríos Álvarez

**Plataforma Moodle**
Ing. Mtro. y Drnte. Felipe de Jesús Pozos Texon
Dr. Carlos Rojas Kramer

**Colaboración especial**
Mtra. Drnte. Tereza Zamora Lobato (revisión de cálculos)
L.A. Lizette Gutiérrez Delgado (desarrollo de materiales didácticos)
MBA. Ruby Marleni Palta Galíndez (diseño de software)
MBA. José Alberto Silva Andrade (diseño de software)

**Colaboradoras (diseñadoras) para la sección "A manera de repaso general" en los capítulos 1, 2, 5 y 8**
MBA. Edna Astrid Barradas García
MBA. Denisse Aguilar Carmona
MBA. Irma Elizabeth Terán Gutiérrez
MBA. Marisol Coria Kavanagh

**Colaboración especial**
LAET. Luz del Carmen Zamudio Valencia
MBA. César Edgar Martínez Carrillo

**Colaboradores de Posgrados**
MBA. Ariadna Perdomo Báez
MBA. Simón Sarabia Sánchez
MBA. Ma. Del Rosario Durán Hernández
MBA. José Antonio Hernández Krauss
MBA. Carmen Valera Sánchez
MBA. Carlos Tenorio Mendoza
MBA. Mónica Lizzeth Hernández Lagunes

## Colaboradores de Pregrado

L.A. María Isabel López León
L.A. Mayra Rodríguez
L.A. Maricela Pérez Muñoz
L.A. Marisol Domínguez Martínez
L.A. Dolores del Carmen Montes Hernández
L.A. Lizbeth Barrios Sánchez

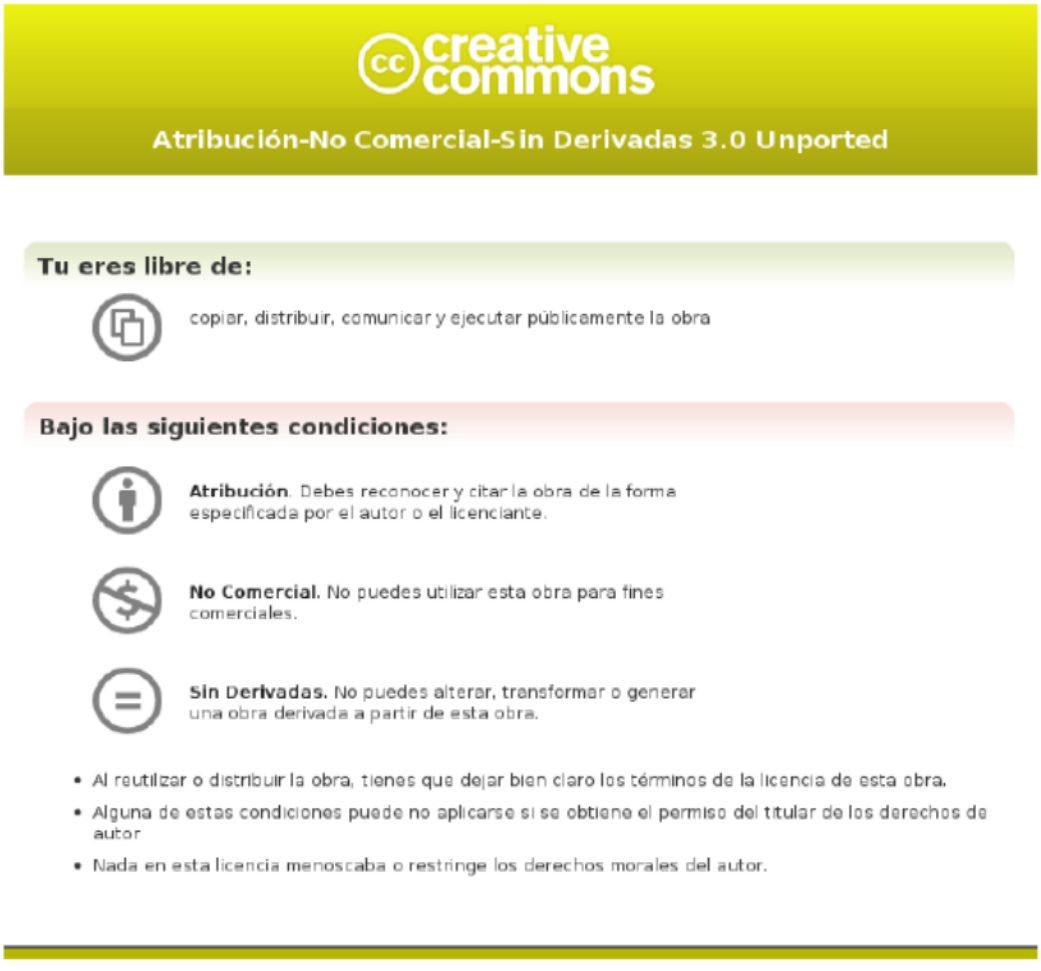
LAET. Jenny Angélica Aquino Arellano
LAET. Fernando Carrera García
LAET. Ana Carolina Mojica Gil
LAET. Rafael Omar Roldán Ortíz
LAET. María del Rocío Hernández Rodríguez
LAET. María de Lourdes Ortíz Troncoso
LAET. Yazmín María Reyes Torres



## Este *e-book*

# “Matemáticas Financieras para la toma de decisiones”

### Tiene licencia creative commons



# Como citar este libro:

***García-Santillán, Arturo.*** **(2014)** "*Matemáticas Financieras para la toma de decisiones*" Euromediterranean Network. Universidad de Málaga Edición electrónica. Texto completo en http://www.eumed.net/libros

**ISBN**-14: _____
Registro en la Biblioteca Nacional de España Nº 14/_____.



All rights reserved ©2014

by
*Arturo García Santillán*

*Con profundo agradecimiento a este bello estado.*

***Veracruz….*** *fuente de mi inspiración*

*Gracias por todo.*
*AGS*

| Índice | Pág. |
|---|---|
| Prólogo | |
| Capítulo I Interés Simple | 1 |
| 1.1.- Interés simple | 2 |
| 1.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios | 2 |
| 1.1.2.- Como calcular el monto (valor futuro) | 7 |
| 1.1.3.- Como calcular el valor presente | 14 |
| 1.1.4.- Ecuaciones de valores equivalentes con interés simple | 16 |
| 1.1.5.- Ejercicios para resolver | 39 |
| 1.1.6.- Ejercicios validados con simuladores financieros | 43 |
| 1.1.7.- A manera de repaso general | 52 |
| Capítulo II Interés Compuesto | 71 |
| 2.1.- Interés compuesto | 72 |
| 2.1.1- Conceptos básicos y ejercicios | 72 |
| 2.1.2.- Valor presente y futuro | 81 |
| 2.1.2.1.- Ejercicios para despejar variables de la fórmula del interés compuesto | 86 |
| 2.1.3.- Ejercicios para resolver | 97 |
| 2.1.4.- Ejercicios validados con simuladores financieros | 99 |
| 2.1.5.- A manera de repaso general | 106 |
| Capítulo III Tasas de rendimiento y descuento | 151 |
| 3.1.- Tasas de rendimiento y descuento | 152 |
| 3.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios | 152 |
| 3.1.2.- Tasas de interés | 155 |
| 3.1.3.- Tasa real | 157 |
| 3.1.4.- Ejercicios (actividad en clase) | 160 |
| 3.1.5.- Tasas equivalentes | 162 |
| 3.1.6.- Ejercicios validados con simuladores financieros | 166 |
| Capítulo IV Valor presente, descuento e inflación | 174 |
| 4.1.- Valor futuro, Valor presente y descuento compuesto | 175 |
| 4.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios validados con simuladores | 177 |
| 4.1.2.- Inflación | 186 |
| 4.1.2.1.- Determinar la inflación | 188 |
| Capítulo V Anualidades | 193 |
| 5.1.- Anualidades: Tipos | 194 |
| 5.1.1.- Ordinarias | 195 |
| 5.1.1.1.- Variables que se utilizan en este apartado | 195 |
| 5.1.1.2.- Procedimiento | 196 |
| 5.1.1.3.- Ejercicios resueltos | 200 |
| 5.1.2.- Anticipadas | 213 |
| 5.1.2.1.- Variables que se utilizan en este apartado | 213 |
| 5.1.2.2.- Procedimiento | 214 |
| 5.1.2.3.- Ejercicios resueltos | 218 |
| 5.1.3.- Diferidas | 231 |
| 5.1.3.1.- Variables que se utilizan en este apartado | 231 |

5.1.3.2.- Procedimiento 232
5.1.3.3.- Ejercicios resueltos 232
5.1.4.- Generales 255
5.1.4.1.- Variables que se utilizan en este apartado 255
5.1.4.2.- Procedimiento 256
5.1.4.3.- Ejercicios resueltos 260
5.1.5.- A manera de repaso general 275

Capítulo VI Amortizaciones 324
6.1.- Amortizaciones 325
6.1.1.- Conceptos básicos 325
6.1.2.- Procedimiento 325
6.1.3.- Ejercicios resueltos 326
6.1.4.- Calculo del Saldo Insoluto en el mes "n" 330
6.1.5.- Ejercicios validados con simuladores financieros 332

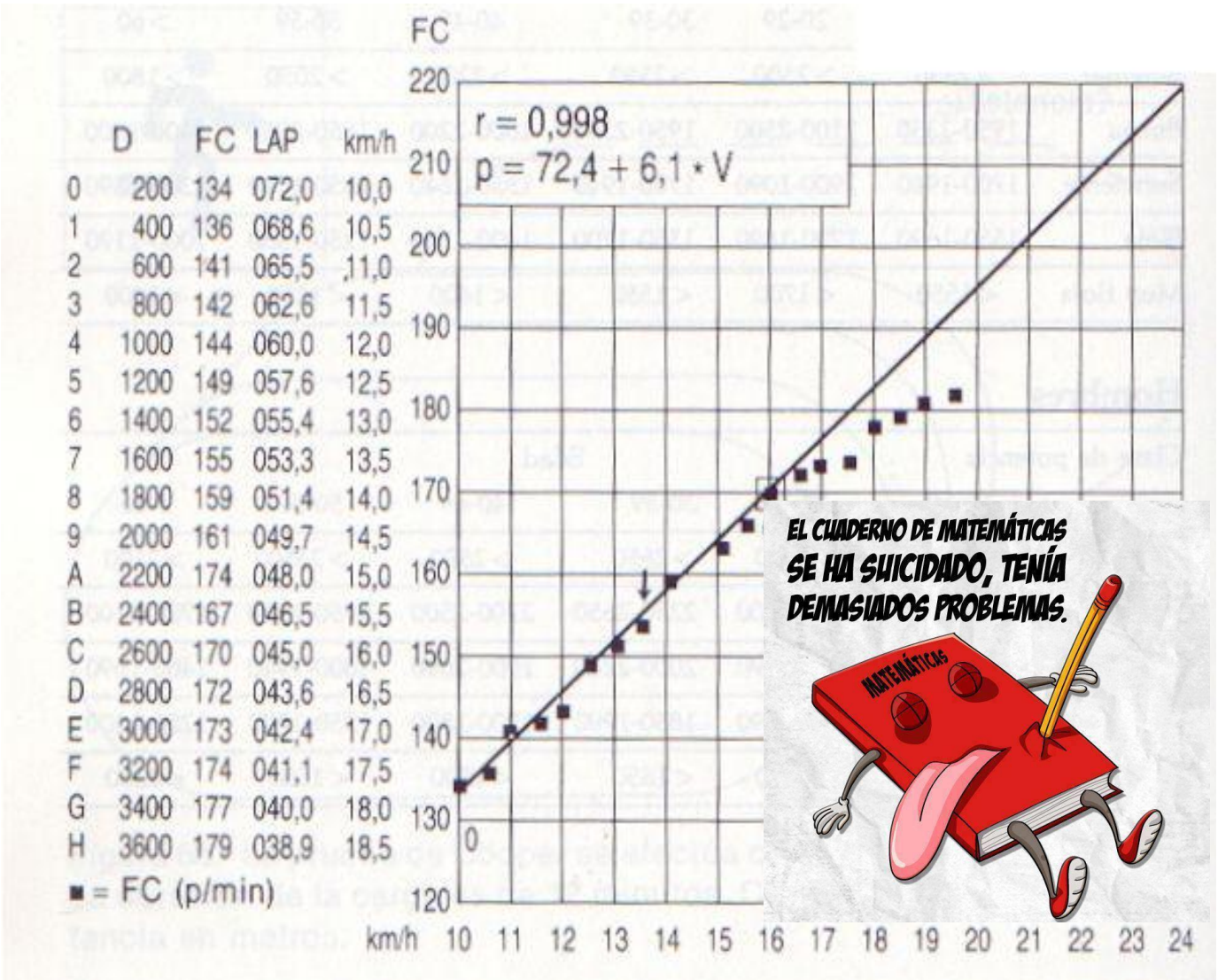
Capítulo VII Fondos de Amortizaciones 340
7.1.- Fondos de amortizaciones 341
7.1.1.- Conceptos básicos 341
7.1.2.- Procedimiento 341
7.1.3.- Ejercicios resueltos 342
7.1.4.- Ejercicios validados con simuladores financieros 347

Capítulo VIII Gradientes 354
8.1.- Gradientes 355
8.1.1.- Variables que se utilizan en este apartado 356
8.1.2.- Gradientes aritméticos y su procedimiento 357
8.1.3.- Gradientes geométricos y su procedimiento 362
8.1.4.- Gradiente aritmético-geométrico 372
8.1.5.- Ejercicios para resolver (varios) 375
8.1.6.- Ejercicios resueltos con Excel 376
8.1.7.- Ejercicios resueltos para verificar (conviértase en un revisor) 382
8.1.8.- Ejercicios con despeje de "n" para desarrollar en clase su verificación 392
8.1.9.- Ejercicios para resolver (con gráficas) 439
8.1.10.- A manera de repaso general 443

Capítulo IX Depreciaciones 486
9.1.- Depreciaciones 487
9.1.1.- Depreciaciones línea recta 489
9.1.2.- Depreciaciones porcientos fijos 492
9.1.3.- Depreciaciones dígitos 494
9.1.4.- Depreciaciones por unidades producidas 500
9.1.5.- Depreciaciones por fondo de amortización 507
9.1.5.1.- Valor de Reposición 510
9.1.6.- Determinación del mejor método 512

Referencias 515

| | |
|---|---|
| **Anexos** | |
| Anexo 1 ejercicios con interés simple | 517 |
| Anexo 2 ejercicios con interés compuesto | 527 |
| Anexo 3 ejercicios de anualidades | 537 |
| Anexo 4 ejercicios de gradientes | 541 |
| Anexo 5 ejercicios con gradientes y despejes | 555 |
| Anexo 6 ejercicios varios (Rocío, Lulú, Yazmín) | 581 |
| Anexo 7 ejercicios varios con simuladores (Ruby & Alberto) | 607 |
| Anexo 8 ejercicios varios (María Isabel) | 620 |
| Anexo 9 ejercicios Resueltos (Mayra) | 642 |
| Anexo 10 ejercicios varios con dibujos animados | 664 |
| Anexo 11 tutorial SIRA simulador de Excel | 681 |
| **Fin de la obra** | **770** |

# Prólogo

El propósito fundamental de esta obra radica principalmente en mostrar de una forma simple, amena y didáctica la matemática financiera, ya que, la inclusión de la tecnología y el permanente uso de softwares financieros diseñados especialmente para este fin como parte del proceso de enseñanza, hace de este libro, un documento de consulta que captará su atención. La meta es que cada uno de los usuarios de este libro, pueda ir desarrollando ejercicios propios de la actividad cotidiana en los cuales el dinero está presente en las operaciones que realizamos día a día.

Escribir un libro, va más allá de la idea de redactar líneas y líneas que aborden diferentes temas en torno a una disciplina específica de un área del conocimiento. Bajo esta perspectiva quisiera dirigirme a ese gran conglomerado que muy probablemente dedicará -de su valioso tiempo- un momento para leer este manuscrito, por lo que trataré de ser breve y rescatar los aspectos más importantes que le dieron vida algunos años atrás a esta idea y que constituye su génesis.

A la gran mayoría de nosotros cuando fuimos estudiantes, desde los niveles básicos hasta el posgrado, nos han marcado o al menos han dejado una huella muy fuerte algunos de nuestros profesores, a saber, docentes, catedráticos o instructores académicos. Tal vez esa huella ha sido para algunos, algo muy positiva, no así en otros casos, que pudieron ser experiencias traumáticas o no tan favorables.

La materia de matemáticas históricamente ha sido uno (entre otros) de los cursos que han dejado marcados a los alumnos. Para este caso en particular, me referiré a las carreras del área económico administrativa, en donde han sido innumerables los testimonios que a lo largo de mi vida he escuchado (como alumno y ahora en la etapa adulta como profesor), testimonios que encierran un temor hacia esta materia, y que además en la mayoría de los casos, este temor encierra un aparente rechazo.

Es precisamente a los casos de profesores que nos han marcado, para bien o para mal a lo que quisiera referirme. Quisiera compartir el testimonio de quien suscribe este documento, sobre quien fuera uno de mis mejores maestros en mi formación universitaria en la carrera de Banca y Finanzas, aquel que dejó una huella positiva en mi persona, y que hoy por hoy, ha sido determinante y benéfico, derivando de ello, el gusto que siento hacia esta materia.

El Profesor Refugio González (Cuquito, de cariño), personaje que aún sin saberlo (probablemente), fue mi modelo a seguir. Me enseñó que la matemática es una materia tan bella y apasionante como la vida misma. Que a la matemática debemos aprender a amarla, ya que nos ayuda a resolver innumerables situaciones que están presentes en nuestras vidas, que van de lo más sencillo (como contar cuántas faltas teníamos y que por ello podríamos reprobar el curso) a lo más complejo para resolver fenómenos económicos, sociales y de cualquier otra índole.

A este hecho se suma el aspecto didáctico con el que se nos enseña esta materia, cuando esto se da en un contexto de enseñanza donde la matemática pareciera abstracta y no propiamente para resolver un ejercicio de la vida cotidiana. A esto se le ha catalogado como la escuela tradicional o antigua de enseñanza, mientras que ahora lo que se demanda más es el uso de las tecnologías. Ciertamente la era de la tecnología

llegó con fuerza y la generación net, los chicos de hoy, están muy familiarizados con las TIC y son parte de los artefactos utilitarios en su vida cotidiana.

Cómo no reconocer el trabajo de todos y cada uno de mis alumnos de los diferentes grados de licenciatura, maestrías e incluso doctorado, que han colaborado aportando ideas, aportando ejercicios y, sobre todo, su entusiasmo al estar participando con su profesor Santillán (sic).

Especial momento sin duda fue el que se vivió en uno de los seminarios de Matemáticas para la toma de decisiones con los alumnos de la Maestría en Administración de Negocios, el entusiasmo de Edna, Denisse, Irma y Marisol cuando me propusieron incluir un apartado de las matemáticas, apoyado con dibujos que ellas mismas desarrollaron en un programa que descargaron de internet y que valiéndose de figuras y colores, les resultó más fácil explicar los temas a otras personas cercanas, incluso sobrinos que estaban estudiando algunos de estos temas.

En la sección de Gradientes, se incluyen varios ejercicios realizados por nuestra alumna Marisol quien desde que fui su profesor, quería participar en este libro aportando su granito de arena. Cómo dejar de lado ese esfuerzo y no plasmarlo en este documento, cómo borrar la sonrisa de mis pequeños cuando con tanta alegría y disposición se dedicaban a desarrollar ejercicios, a su estilo, llenos de colores y diferente tipo de letra, figuras y demás. Así es como ellos veían la matemática que yo les enseñaba.

Finalmente sólo quisiera resumir algo que pasa a todos los que escribimos un libro, y esto es la preocupación de que la obra presente algunos errores ortográficos o de cálculo. Son tantas las horas, días, semanas meses incluso años que pasa uno escribiendo, que no estamos exentos de cometer errores, sea por el cansancio derivado de las horas que pasamos frente al computador escribiendo las ideas o desarrollando los ejercicios que le dan sentido a esta obra.

Les pido no ser tan duros en su crítica, antes unas palabras de aliento caerían bien, ya que estas obras no son tarea fácil de desarrollar. Les pido pues, antes de emitir una crítica poner en la balanza, lo que aporta este documento al campo de la disciplina y a los procesos de enseñanza de esta materia. Desde luego que siempre serán bienvenidas las críticas, de eso se aprende, pero deben estar en el plano académico y con la elegancia que a un buen crítico se le distingue.

Espero que el lector de esta obra la disfrute y sea de su utilidad… con afecto

*El autor*






# CAPÍTULO I
# INTERÉS SIMPLE



# 1.1.- INTERÉS SIMPLE

## 1.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios:

### NOTAS DEL TEMA:

Cuando el interés se paga sólo sobre el capital prestado, se le conoce como interés simple y se emplea en préstamos a corto plazo.

Componentes:

Capital prestado (capital o principal)
Suma del interés y capital prestado (monto)
El tiempo acordado (plazo)
El importe adicional que se paga (interés, se expresa en %)

**Interés** = Capital x Tasa de interés x Número de períodos

La notación puede variar entre autor y autor: Por ejemplo:

Villalobos (2003) cita $I = Cin$ ó $I = (C*i*n)$,
Pastor, (1999) refiere $I = P*i*n$

Lo importante es el significado de cada variable, por lo que utilizaremos la siguiente fórmula:

| | |
|---|---|
| I= Pin  I = P*i*n | **Donde:**<br>**I=** interés ganado<br>**P=** capital<br>**i=** tasa de interés<br>**n=** plazo |

De la fórmula anterior, se pueden despejar las variables que se requieran conocer. Ejemplo de ello, para el capital prestado será necesario despejar de la fórmula de interés simple.

El capital ( P ):

$$P = \frac{I}{(i)(n)}$$

$$i = \frac{I}{(P)(n)}$$

La tasa de interés

El período

$$n = \frac{I}{(P)(i)}$$

Como visualizar estas formulas en un Simulador Financiero diseñado en Excel (Para descargar ejemplos: http://www.garciasantillan.com/ Sección DESCARGA DE SIMULADORES:

| *Para determinar el Interés ganado:* | *Para determinar el Capital:* |
|---|---|
| $I = P\ i\ n = Pi\left(\frac{m}{n}\right)$ | $P = \frac{I}{in} = \frac{I}{i\left(\frac{m}{n}\right)}$ |

| | *Anual* | *Mes* |
|---|---|---|
| **I =** | **$750.00** | **$750.00** |
| **P =** | $15,000.00 | |
| **i =** | 5.00% | |
| **n =** | 1 | 12 |
| **m=** | | 12 |
| **m/n=** | | 1 |

| | *Anual* | *Mes* |
|---|---|---|
| **I =** | $750.00 | |
| **P =** | **$15,000.00** | **$15,000.00** |
| **i =** | 5.00% | |
| **n =** | 1 | 12 |
| **m=** | | 12 |
| **m/n=** | | 1 |

***Para determinar la Tasa de Interés:***

$$i = \frac{I}{Pn} = \frac{I}{P(\frac{m}{n})}$$

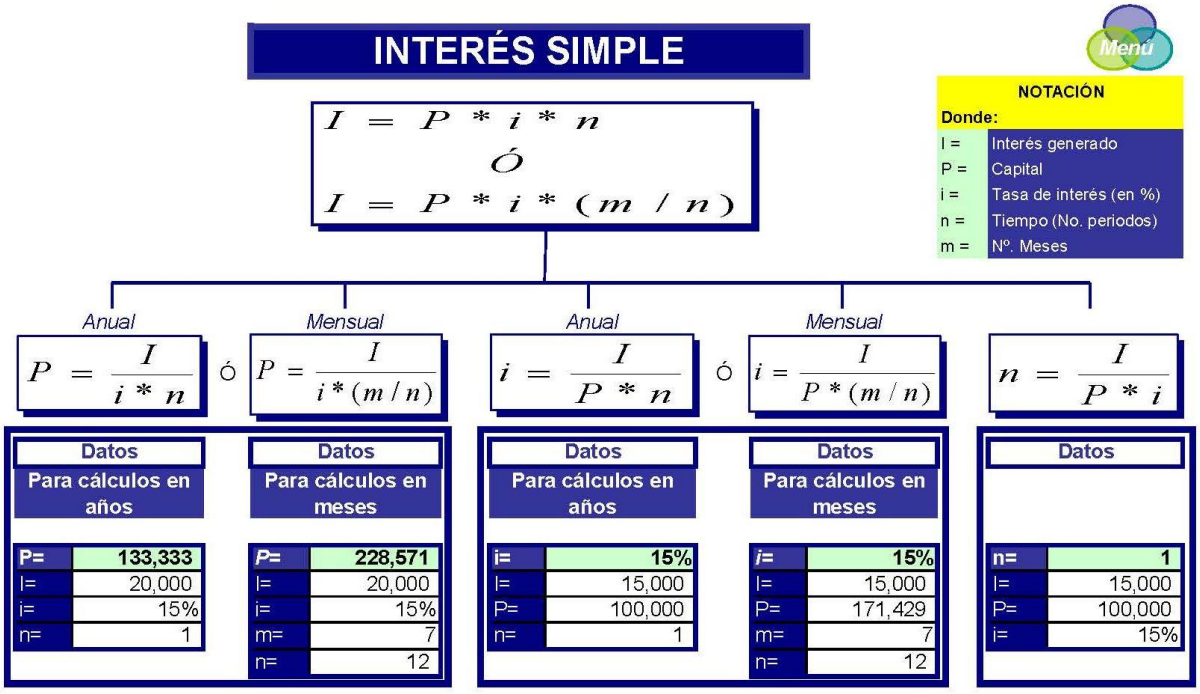
| | *Anual* | *Mes* |
|---|---|---|
| I = | $750.00 | |
| P = | $15,000 | |
| i = | 5.00% | 5.00% |
| n = | 1 | 12 |
| m= | | 12 |
| m/n= | | 1 |

***Para determinar el período:***

$$n = \frac{I}{Pi} = \frac{I}{P(\frac{i}{m})}$$

| | *Anual* | *Mes* |
|---|---|---|
| I = | $750.00 | |
| P = | $15,000 | |
| i = | 5.00% | |
| n = | 1 | 12 |
| m= | | 12 |
| m/n= | | |

Otro ejemplo de un simulador que se puede descargar en: http://www.garciasantillan.com/ Sección DESCARGA DE SIMULADORES: http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/




*Nota: Introducir los datos en las celdas en blanco

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Determine el interés que genera un capital de $125,550.50 en tres meses con una tasa nominal del 7.8%

I= Pin  I = P*i*n
I= Pin  I= $125,550.50*0.078*(1/4)
I= $2,448.23
ó
I= Pin  I= $125,550.50*0.078*(90/360)
I= $2,448.23

Nota: *n* = puede ser transformada en segundos, minutos, horas, días, semanas, meses, años

Importante: La fórmula puede ser manipulada por nosotros, siguiendo un orden lógico y congruente, esto es, meses de 30.41 días, años de 360 ó 365 días, horas, minutos, segundos, etc.

Ahora **P**:
P = I / in  P=$2,448.23475 / (0.078*(1/4)
P= $125,550.50
P = I / in  P=$2,448.23475 / (0.078*(90/360)
P= $125,550.50

Ahora **i**:
i = I / Pn  i=$2,448.23475 / (125,550.50*(1/4)
i=$2,448.23475 / (31,387.625)
i= 0.078 *100 = 7.8%
i=I/Pn  P=$2,448.23475/(125,550.50*(90/360)
i= 7.8%

Ahora **n**:
n= I / Pi  n=$2,448.23475 / ($125,550.50*0.078)
n=$2,448.23475 / (9792.939)
n= 0.25  ó ¼ ó 3 meses

**Otro ejemplo:**

Supongamos que una persona necesita pedir un pequeño préstamo para poder pagar un pedido al proveedor porque no le alcanza con lo que tiene en ese momento, así que pide a una caja popular un préstamo por $50,000.00 a pagar a tres meses con una tasa del 18% anual.

Así que aplicamos nuevamente la fórmula, quedando de la siguiente manera:

$$I = (\$50{,}000.00)\ (.18)\ (3/12)$$
$$I = (\$50{,}000.00)\ (.18)\ (.25)$$
$$\mathbf{I = \$2{,}250.00}$$



Lo cual quiere decir que una persona que pide un préstamo en las condiciones recreadas en el ejemplo, estará pagando un interés de $2,250.00 al paso de los tres meses y al final la persona pagará $52,250.00 para liquidar su préstamo a la caja popular.

El interés simple es utilizado en operaciones para préstamos a corto plazo o inversiones en donde los plazos no son mayores a un año. Este tipo de cálculo se utiliza para saber cuánto será el interés que pagaremos o recibiremos al final de un período determinado y en donde no se incluye la capitalización.

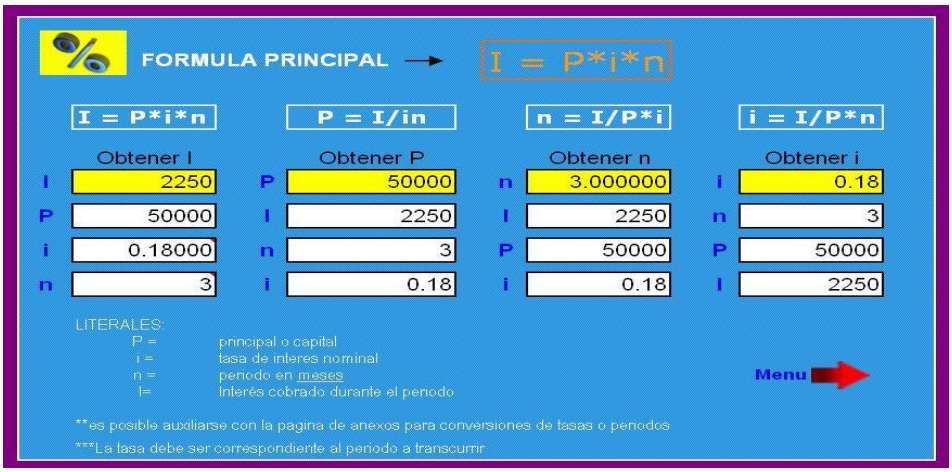
**(Realmente es poco utilizado en la práctica, ya que se utiliza mayormente la fórmula de interés compuesto, lo que se traduce en capitalizaciones)**

¿Cómo trabajar esta fórmula en un simulador previamente diseñado en Excel para realizar cálculos?

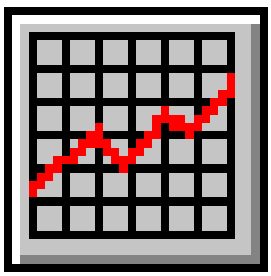



Operaciones en el Simulador Financiero:

Resultado




## 1.1.2.- Cómo calcular el monto (valor futuro)



Lo que veremos a continuación será cómo determinar cuánto pagaremos o recibiremos en total al término de un período de tiempo determinado. A este total final lo llamaremos de ahora en adelante monto y lo identificaremos con la letra (*S*) para el manejo y sustitución en las fórmulas correspondientes.

Sabemos que con frecuencia se requiere calcular el monto ($S$) de un préstamo (inversión), por lo que es conveniente contar con una fórmula.

Si sabemos que el monto es la suma del principal más el dividendo o interés generado, entonces:

$$S = P + I$$

Utilizando la fórmula del interés simple, tenemos que $S = P + Pin$

Factorizando tenemos la siguiente **Fórmula:**

$$S=P\,(1+in)$$

Se divide entre los días que conforman el interés ordinario (anual), este último lo podemos manejar con base en 360 o 365 días. Incluso en meses (12 = 1 año)

## NOTA IMPORTANTE:

Es común que las operaciones comerciales y financieras estén determinadas por fechas y no en meses o años. Para el cálculo del interés, en estos casos se requiere determinar el número de días que lo conforman. Identificado los días ($t$), se pueden utilizar dos formas diferentes de expresar el plazo.

$$\frac{(t)}{360} \quad \text{y} \quad \frac{(t)}{365}$$

**Esta expresión, sirve para calcular el interés ordinario**

**Esta expresión, sirve para calcular el interés exacto**

En la práctica, el interés ordinario es el que más utilidad tiene, tanto en lo comercial como en lo financiero (sistema bancario). De hecho el interés exacto tiene una mayor utilización en operaciones de comercio internacional, así como pago de deuda entre países (Pastor, 1999).

**Ejemplo:**

Para adquirir una mercancía, cierto comerciante acuerda con el fabricante pagar de contado el 50% y el resto a un mes y medio después.

¿Cuánto debe pagar para liquidar el saldo, si el interés que le cobran es del 25% anual y el importe de la mercancía es de $32,500.00 ?

Podemos calcular primero el interés y sumarlo al principal. Sin embargo es preferible utilizar la fórmula directa del monto, por lo que queda de la siguiente forma:

S=P (1+in) = $16,250.00(1+(0.25*(1.5/12)))
S= $16,250.00 (1+ (0.25*0.125))
S= $16,250.00 (1+0.03125)
S= $16,250.00 (1.03125) =$16,757.8125

Para efectos prácticos, solo tomaremos el referente del interés ordinario

$$\frac{(t)}{360}$$

Con esta consideración, ahora debemos transformar las fórmulas de Interés y Monto, quedando de la siguiente forma:

**Interés**

$$I = \frac{Pit}{360}$$

**Monto**

$$S = P\left[1 + \frac{it}{360}\right]$$

**Veamos otro ejemplo:**

Usted compra a su proveedor $30,000.00 en mercancía para su tienda abarrotera, pagando $12,000.00 de contado a la entrega del pedido y el resto a pagar en 4 meses con un interés del 13.5% anual. ¿Cuánto deberá pagar a su proveedor para liquidar su deuda?

Aplicando la fórmula tenemos que:

$$S = \$18{,}000.00\ (1 + ((.135)(4/12)))$$

$$S = \$18{,}000.00\ (1 + ((.135)(.333333)))$$

$$S = \$18{,}000.00\ (1 + .045)$$

$$S = \$18{,}000.00\ (1.045)$$

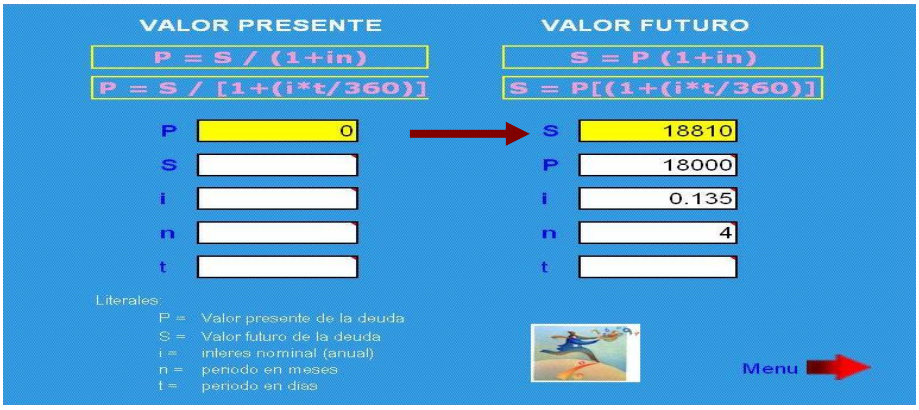
$$S = \$18{,}809.99 \text{ redondeando } \$18{,}810.00$$

Analizando el escenario anterior tenemos que, por los $18,000.00 que le quedamos a deber al proveedor, al cabo de 4 meses con una tasa de interés del 13.5%, deberemos pagar la cantidad de $18,810.00 para liquidar nuestra deuda.

## Operaciones en el simulador financiero:




&



Es importante hacer un paréntesis en este punto para explicar, que es muy común que las operaciones comerciales y financieras estén determinadas en fechas y no en meses o años. Por lo que, si vamos a realizar una de estas operaciones tenemos que convertir el plazo ($n$) en los días que se determinen. (360 INTERÉS ORDINARIO y 365 INTERÉS EXACTO)

Para esto debemos dividir los días que identificaremos con la letra ($t$) aplicando la siguiente fórmula:

$$\frac{(t)}{360}$$ INTERÉS ORDINARIO **Fórmula** $$S = P\left[1 + \frac{it}{360}\right]$$

**Ejemplo:**

La empresa refresquera "Jarochito" le vende $5,000.00 en producto, dándole de plazo 7 días para pagar su pedido, si el interés que le aplica la empresa es del 30%. ¿Cuánto tendrá que pagar para liquidar su deuda con "Jarochito"?.

Aplicando la fórmula tenemos que,

$$S = \$5{,}000.00\left[1 + \frac{(.30)(7)}{360}\right] \quad S = \$5{,}000.00\left[1 + \frac{2.1}{360}\right]$$

$$S = \$5{,}000.00[1 + .0058333] \quad S = \$5{,}000.00[1.0058333]$$

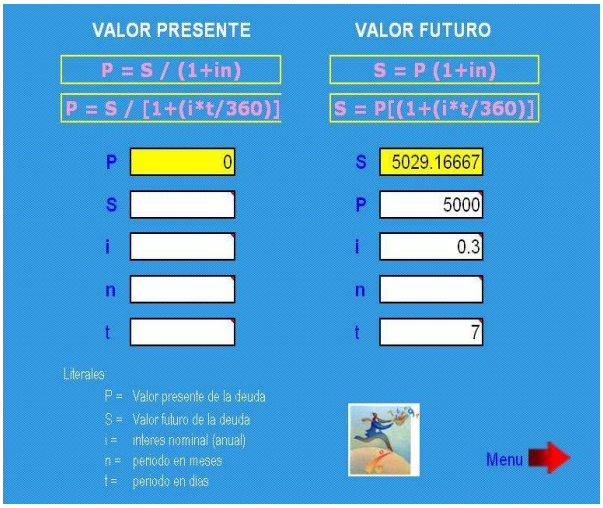
$$S = \$5{,}029.16$$

Como podemos observar en el problema anterior, el plazo ($n$) está determinado para liquidar en 7 días la deuda contraída con el proveedor refresquero, por lo que el resultado de multiplicar la tasa de interés por el plazo se divide entre la base del interés ordinario (360) para determinar la conversión del plazo en días.

Al final debemos pagar $5,029.16 para liquidar nuestra deuda.

## Operaciones en el simulador financiero:




## Ahora analicemos otro caso:

Un empresario del ramo comercial dedicado a la venta de productos lácteos y salchichonería, en los últimos 4 meses ha visto el incremento en las ventas del queso fresco que él mismo elabora en su establecimiento, por desgracia no puede satisfacer dicha demanda porque su capacidad productiva es limitada, por lo cual decide cotizar una maquinaria que le permitiría incrementar su producción en un 200%, es decir podría producir 2 veces más producto al adquirir dicho equipo. El precio de la maquinaria en el mercado no varía mucho, así que él decide comprársela a un proveedor que le vende el equipo en $40,000.00 al contado y si fuera a crédito le cobraría una tasa de interés del 21% a pagar en 12 meses.

Bien, lo primero que debemos determinar son las condiciones del escenario, las cuales quedarían de la siguiente manera:



**Escenario 1**

De contado
Inversión: $40,000.00
Ventas $10,000.00 al mes
Incremento de ventas a $20,000.00

**Escenario 2**

A crédito
Inversión: $40,000.00
Ventas $10,000.00 al mes
Incremento de ventas a $20,000.00
Interés 21%
Plazo 6 meses

De la fórmula del Monto se sabe que **S=P (1+in)** y el Valor Futuro es **VF=P(1+in)**

**EL RESULTADO:**

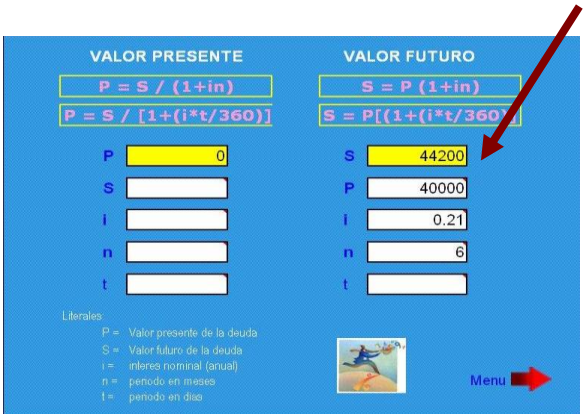
S = $40,000.00 (1 + ((.21)(6/12))) S = $40,000.00 (1 + ((.21)(.5)))
S = $40,000.00 (1 + .105) S = $40,000.00 (1.105) S = $44,200.00

Al final de los 12 meses el empresario deberá pagar por el equipo adquirido un total de $44,200.00 tal y como lo muestra el resultado de aplicar la fórmula del **Valor Futuro** que básicamente es la misma que la del Monto.

A partir de estos resultados el empresario puede tomar una decisión.

**Operaciones en el simulador financiero:**



### 1.1.3.- Valor presente

**a) Cuando queremos liquidar la deuda antes de la fecha acordada:**

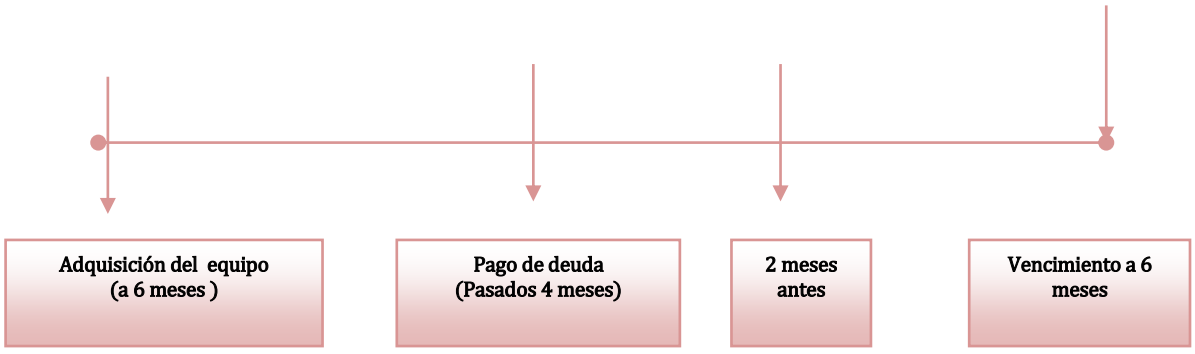
Pero… ¿Qué sucedería si pasados 4 meses después de adquirida la maquinaria a crédito, el incremento en las ventas nos da la capacidad de pagar el equipo anticipadamente? Entonces, ¿Cuánto tendríamos que pagar por el equipo?

Para resolver la pregunta anterior debemos aplicar una nueva fórmula para determinar el **Valor Presente** de nuestra deuda. $P = \frac{S}{1+in}$

Entonces sustituyendo lo datos del problema anterior tenemos que:

$$P = \frac{S}{1+in} \quad P = \frac{\$44,200.00}{1+0.19*2/12} \quad P = \frac{\$44,200.00}{1.035000} = \$42,705.31$$

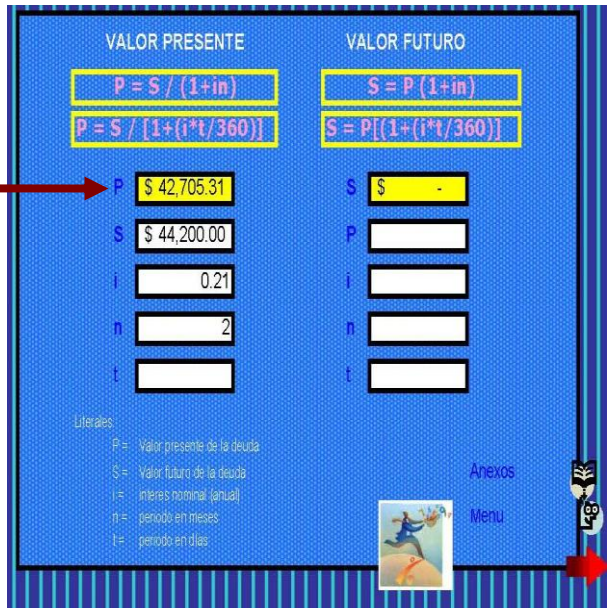
Para entender mejor el caso anterior, debemos marcar una línea de tiempo imaginaria que nos ayude a comprender la manera de plantear la solución




Si pagamos nuestro equipo 2 meses antes, debemos descontar los intereses que no se generarán en esos meses, por lo que el pago anticipado queda en **$42,705.31** teniendo un descuento de **$1,494.69**

Operaciones en el simulador financiero:




## b) Cuando no podemos pagar en la fecha acordada

Ahora demos al problema inicial un giro inesperado planteándonos: ¿que pasaría si las ventas no resultan como se espera? Esto, a pesar de tener mayor capacidad de producción, las ventas caen drásticamente lo que nos lleva a pensar que no se podrá pagar el equipo en el plazo acordado.

La flexibilidad de las matemáticas financieras para adaptarse a situaciones cambiantes en el ámbito comercial nos permite hacer proyecciones y trazar los escenarios posibles para hacerles frente si se llegasen a presentar. Por lo que, en este caso le mostraremos al proveedor, ---dadas las circunstancias planteadas---, como renegociar la deuda para que las partes pierdan lo menos posible, esto es, que ambos obtengan el beneficio mutuo que el esquema matemático propuesto, pudiera generarles.

Así, con este nuevo escenario nos lleva a plantear un modelo matemático que permita satisfacer este requerimiento entre las partes, por lo que ahora abordaremos el tema de:

### 1.1.4. Ecuaciones de valores equivalentes con interés simple:



Para renegociar una deuda, tenemos que aplicar una fórmula que nos permita conocer el importe de cada pago (dependiendo el número de pagos acordados) y que además revalúe la deuda original y desde luego, se puedan establecer las nuevas fechas del nuevo esquema de pago.

Nuevamente tomamos el referente de Pastor (1999) para considerar los siguientes pasos en la renegociación.

1. Determinar una fecha con la cual podamos comparar las operaciones a realizar, la cual llamaremos **fecha focal**.

2. Calcular el valor de la deuda a esa fecha focal con la fórmula del **Valor del Esquema Original.**

3. Calcular con base a esa fecha focal, las opciones de pago al proveedor.

4. Por último, determinar cuánto es el monto de cada pago renegociado a través de la fórmula del **Valor del Nuevo Esquema.**

**La notación con Interés simple se describe en la siguiente tabla:**

**Tabla 1:** Notación con interés simple

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Anterior a la fecha focal | $S_1(1+in_1)$ | Coincide con la fecha focal | $S_2$ | Posterior a la fecha focal | $\frac{s_3}{(1+in_3)}$ |

**Tabla 2:** Notación con interés simple

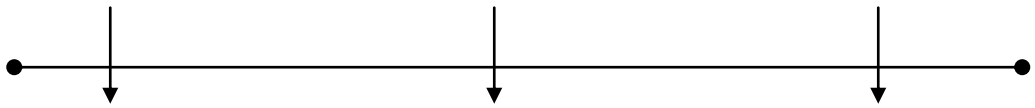
| Fecha de pago | Valor | Fecha de pago | Valor | Fecha de pago | Valor |
|---|---|---|---|---|---|
| Anterior a la fecha focal | $S_1(1+in_1)$ | Coincide con la fecha focal | $S_2$ | Posterior a la fecha focal | $\frac{s_3}{(1+in_3)}$ |
| **Con una notación alterna** | | | | | |
| Anterior a la fecha focal | $S_{1aff}(1+in_1)$<br>$S_{1aff}(1+\frac{it}{360_1})$ | Coincide con la fecha focal | $S_{2\,ff}$<br>$S_{2\,ff}$ | Posterior a la fecha focal | $\frac{s_{3\,pff}}{(1+in_3)}$<br>$\frac{s_{3\,pff}}{(1+\frac{it}{360_3})}$ |

**Fuente:** Elaborado con datos de Pastor (1999)



**Sugerencia para resolver los ejercicios:**

Antes de definir las opciones de pago tracemos nuestra línea de tiempo



Anterior a la fecha focal
$S_1\,(1+in_1)$

En la fecha focal
$S_2$

Posterior a la fecha focal
$\frac{S_3}{1+in_3}$

Con frecuencia es necesario reemplazar una deuda, por una serie de deudas o simplemente una deuda o grupo de deudas por otra deuda y otro conjunto de deudas. En fin, pareciera un juego de palabras, pero en resumen, se trata de sustituir deuda "X" por otra deuda "Y"

Considere el ejemplo de una empresa que adeuda $280,000.00 para pagar en seis meses. La tasa de interés es del 18% anual. ¿Cuánto debe pagar la empresa, si el pago lo hace tres meses antes del vencimiento?

Representemos con "X", el pago que realizará la empresa, entonces "X" es el valor presente de la deuda, tres meses antes del vencimiento. De la fórmula de valor presente tenemos:

$$VP = \frac{\$280,000.00}{1+0.18*\frac{3}{12}} = \$267,942.58$$

Con los mismos datos, pero ahora calcule el importe de la deuda, en caso de que ***la empresa lo pague tres meses después de su vencimiento?***

$$Vp = \$280,000.00\left[1+0.18*\frac{3}{12}\right] = \$292,600.00$$

**Retomemos el ejercicio de la pág. 12**

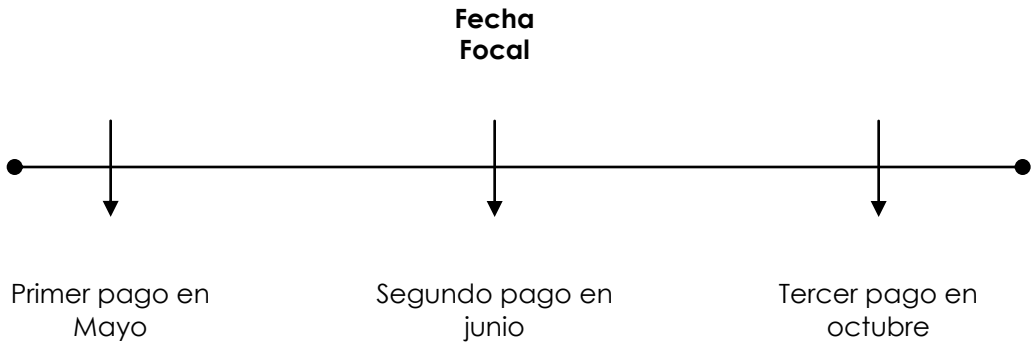
**Información a considerar:**

- La maquinaria es adquirida en marzo
- La deuda originalmente se pagaba en septiembre (6 meses después)
- Dado que no vamos a poder pagar en septiembre fijamos nuestra fecha focal en junio (todo en el mismo año)

**La propuesta al proveedor sería:**

- Primer pago 1 mes antes de la fecha focal (mayo)
- Segundo pago en la fecha focal (junio)
- Tercer pago 4 meses después de la fecha focal

La línea de tiempo es:




El primer paso es encontrar el valor de la deuda a la fecha focal:

$$VE_o = \frac{S}{1+in_1} \qquad V.Esq.original = \frac{\$44,200.00}{1+0.21*\frac{3}{12}} = \frac{\$44,200.00}{1.0525}$$

$$VE_o = \$41,995.24$$

## Operaciones en el simulador financiero:






El siguiente paso es determinar el factor para pagar la deuda en *"Y"* partes iguales:

De la fórmula de Valor del Esquema Nuevo tenemos que:

$$VE_n = S_1(1+in_1) + S_2 + \frac{S_3}{1+in_3}$$ , sustituyendo los datos

$$VE_n = S_1(1+0.21*\frac{1}{12}) + S_2 + \frac{S_3}{1+0.21*\frac{4}{12}}$$

$$VE_n = (1.0175) + 1 + \frac{1}{1.07} \quad VE_n = (1.0175 + 1 + .934579439)$$

$$VE_n = (2.952079439)$$

Este resultado es el factor que refiere el número de pagos, que en este caso serían de tres.

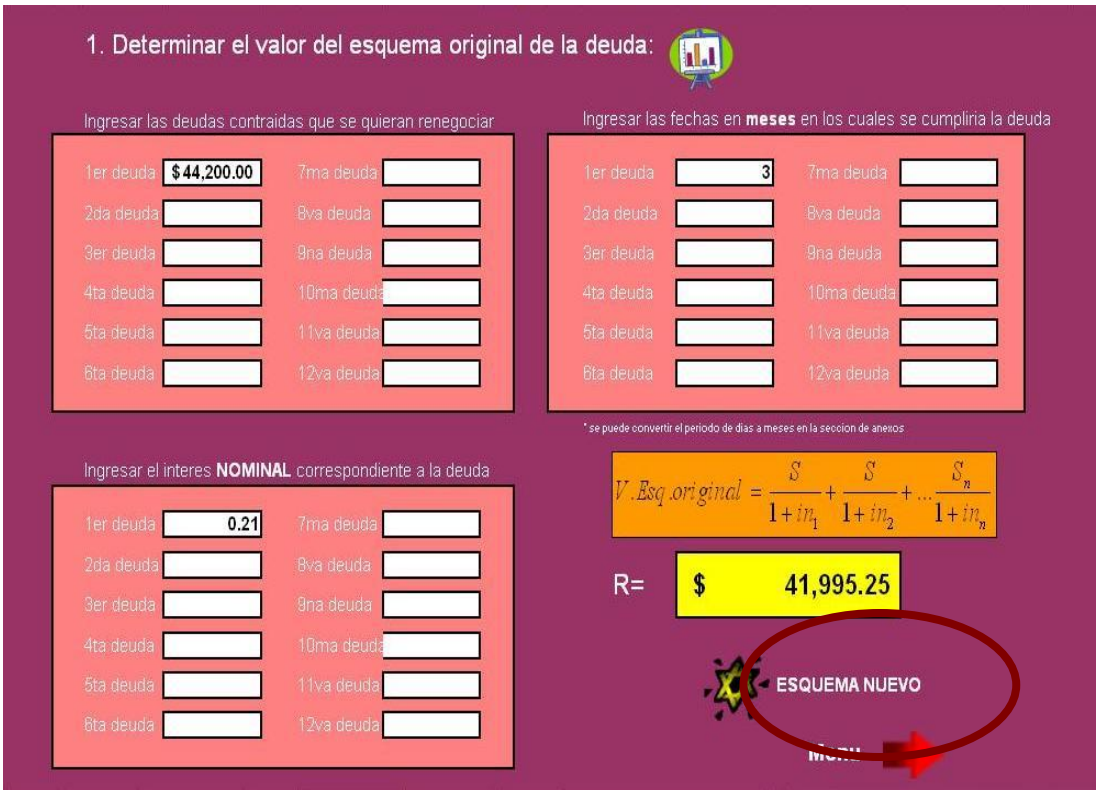
El siguiente paso es dividir el factor que encontramos entre el valor de la deuda original:

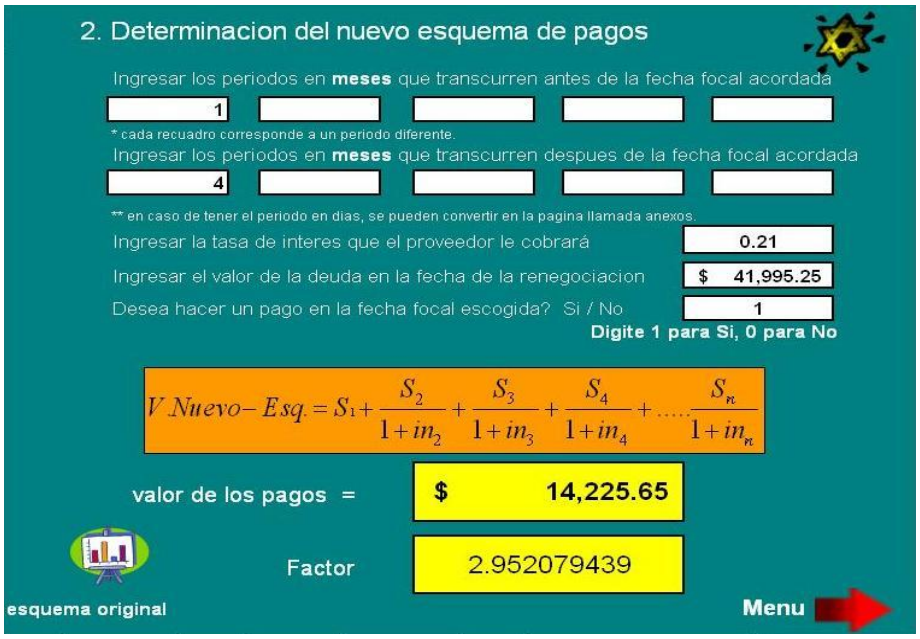
Si sabemos qué $Y = \frac{VEo}{VEn}$ , entonces $Y = \frac{\$41,995.29}{2.952079439} = \$14,225.66$

El resultado de la división es lo que tendremos que pagar al proveedor como resultado de la renegociación de la deuda, esto es, tres partes equivalentes de **$14,225.66.**



**Operaciones en el simulador financiero:**



## Otro caso

Suponga usted que una empresa tiene un adeudo de $50,000.00 que deberá pagar en dos meses y medio y otro pagaré por $90,000.00 que debe saldar en 4 meses y medio. Su proveedor (en este caso su acreedor) acepta que la deuda total sea saldada en cuatro pagos iguales. El primero al momento de la renegociación, otro al siguiente mes, otro a los dos meses y el último pago en cuatro meses. ¿Cuál debe ser el monto justo de estos cuatro pagos, considerando que la tasa de interés vigente es del 18% anual?

**Primer paso:** encontrar el valor de las operaciones en una misma fecha para poder compararlas. (***Esta sería la fecha focal o fecha de valuación***). El valor presente de los pagos originales es la suma de los valores presentes de cada uno y la fecha focal es 2.5 y 4.5 meses previo al vencimiento de los pagos, ahora se tiene que:

$$VE_o = \frac{S}{1+in_1} + \frac{S}{1+in_2} \qquad VE_o = \frac{\$50,000.00}{1+0.18*\frac{2.5}{12}} + \frac{\$90,000.00}{1+0.18*\frac{4.5}{12}}$$

$$= \frac{\$50,000.00}{1.0375} + \frac{\$90,000.00}{1.0675} = \$48,192.77 + \$84,309.14 = \$132,501.91$$

Para la renegociación (fecha focal elegida), los pagos quedarían:

El primero de inmediato,
El segundo un mes después,
Otro a los dos meses y el último a los cuatro meses.

Se sugiere que denotemos cada pago por "X" en el nuevo esquema, por lo que queda de la siguiente forma:

$$VEn = S_1 + \frac{S_2}{1+in_2} + \frac{S_3}{1+in_3} + \frac{S_4}{1+in_4}$$

$$VEn = x + \frac{x}{1+0.18*\frac{1}{12}} + \frac{x}{1+0.18*\frac{2}{12}} + \frac{x}{1+0.18*\frac{4}{12}}$$

$$VEn = x + \frac{x}{1.015} + \frac{x}{1.03} + \frac{x}{1.06}$$

Las **"X"** transformarlas en 1

$$VEn = \left(1 + \frac{1}{1.015} + \frac{1}{1.03} + \frac{1}{1.06}\right)$$

$$VEn = (1 + .9852216749 + .9708737864 + .9433962264)$$

$$VEn = (3.899491688)$$

Ahora bien…….. Para que el monto de los nuevos pagos sea justo, traemos el valor presente del esquema original y algebraicamente planteamos una ecuación equivalente, en los siguientes términos:

$$\$132{,}501.91 = Y(3.899491688)$$

*Se despeja la "Y"*

Quedando de la siguiente manera:

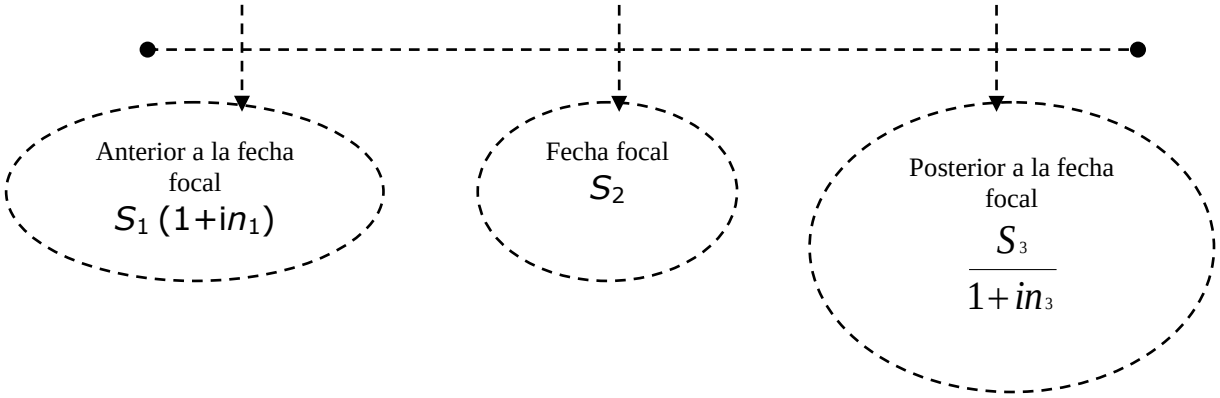
$$Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{132{,}501.91}{3.899491688} = \$33{,}979.28$$

Qué pasa si la misma operación, ahora se realiza, considerando la misma valuación de la deuda, pero ahora se realiza el primer pago dos meses antes de la fecha focal, el siguiente pago un mes antes de la fecha focal, el tercero en la fecha focal y el último, 4 meses posteriores a la fecha focal:

***Recuerda que…….***

| Fecha del pago | Valor |
|---|---|
| Anterior a la fecha focal | $S_1(1+in_1)$ |
| Coincide con la fecha focal | $S_2$ |
| Posterior a la fecha focal | $\frac{S_3}{1+in_3}$ |

En una línea del tiempo se vería de la siguiente manera:

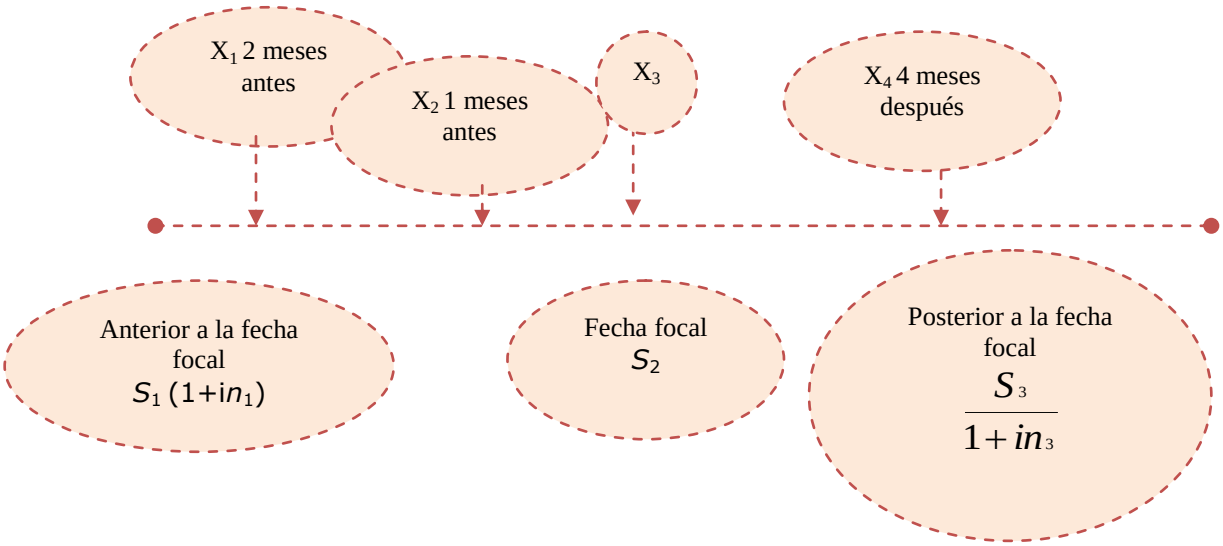



El ejemplo se representaría de la siguiente forma:



**Datos:** el primer pago se hace dos meses antes de la fecha focal, el siguiente pago un mes antes de la fecha focal, el tercero en la fecha focal, y el último 4 meses posteriores a la fecha focal: (**tasa del 18% anual)**

**Su línea de tiempo es:**



Se resuelve:

$$VE_n = S_1(1+in_1) + S_2(1+in_2) + S_3 + \frac{S_4}{1+in_4}$$

$$VE_n = S_1(1+0.18*\frac{2}{12}) + S_2(1+0.18*\frac{1}{12}) + S_3 + \frac{S_4}{1+0.18*\frac{4}{12}}$$

$$VE_n = (1.03) + 1.015 + 1 + \frac{1}{1.06}$$

$$\mathrm{VE_n} = (1.03 + 1.015 + 1 + .9433962264)$$

$$VE_n = (3.988396226)$$

Ahora la ecuación de valores equivalentes es:

$$\$132{,}501.91 = \mathrm{Y}(3.988396226)$$

$$\mathrm{Y} = \frac{\mathrm{VEo}}{\mathrm{VEn}} = \frac{\$132{,}501.91}{3.988396226} = \$33{,}221.85$$

## Ahora resolvamos el siguientes Caso

Una empresa adeuda los siguientes pagos:

| DEUDA | VENCIMIENTO |
|---|---|
| $10,000.00 | 1 MES |
| $20,000.00 | 2 MESES |
| $30,000.00 | 3 MESES |
| $40,000.00 | 4 MESES |

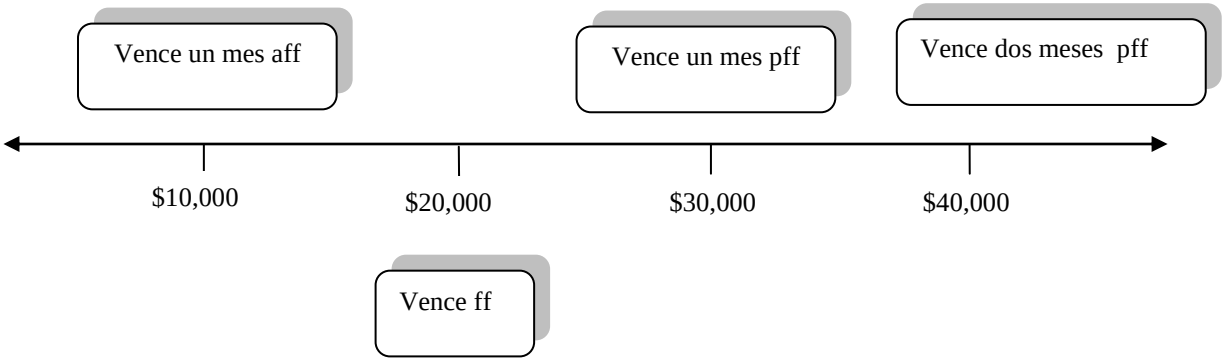
Cuando vence el primer pago, no tiene para pagarlo y acuerda con su acreedor renegociar la deuda a partir del día siguiente del vencimiento del 2° pago, tomándolo como fecha focal.

Acuerda pagar en 7 pagos iguales en las siguientes fechas: en la fecha focal, y cada mes sucesivamente hasta completar los pagos acordados.
TASA DE REFERENCIA: 5% anual

## SOLUCIÓN

1.- Diseñar su línea del tiempo

a).- Para valuar la deuda.




$$VEo = \$10,000.00(1+(.05)^{1/12}) + \$20,000.00 + \frac{\$30,000.00}{(1+(.05)^{1/12})} + \frac{\$40,000.00}{(1+(.05)^{2/12})}$$

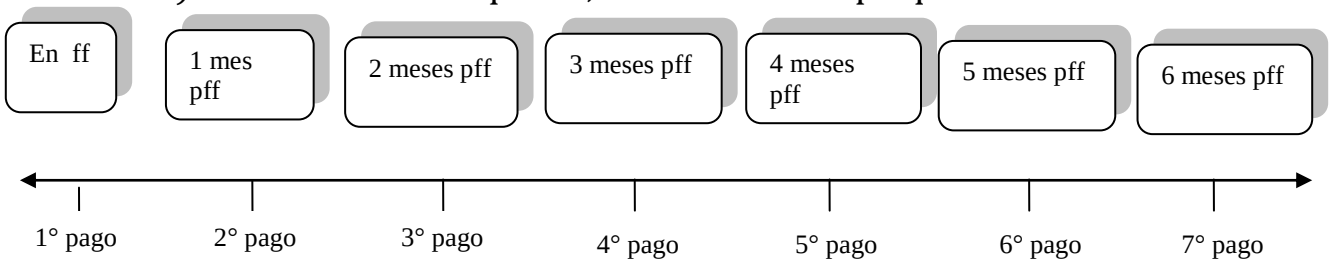
$$VEo = \$10,000.00(1+.0041666) + \$20,000.00 + \frac{\$30,000.00}{(1+.0041666)} + \frac{\$40,000.00}{(1+.0083333)}$$

$$VEo = \$10,000.00(1.0041666) + \$20,000.00 + \frac{\$30,000.00}{(1.0041666)} + \frac{\$40,000.00}{(1.0083333)}$$

$$VEo = \$10,041.67 + \$20,000.00 + \$29,875.52 + \$39,669.42$$

$$VEo = \$99,586.61$$

b).- Para el nuevo esquema, la línea del tiempo queda así:



$$VEn = 1 + \frac{1}{(1+(.05)\,1/12)} + \frac{1}{(1+(.05)\,2/12)} + \frac{1}{(1+(.05)\,3/12)} + \frac{1}{(1+(.05)\,4/12)} + \frac{1}{(1+(.05)\,5/12)} + \frac{1}{(1+(.05)\,6/12)}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1+.0041666)} + \frac{1}{(1+.0083333)} + \frac{1}{(1+.0125)} + \frac{1}{(1+.0166666)} + \frac{1}{(1+.0208333)} + \frac{1}{(1+.025)}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1.0041666)} + \frac{1}{(1.0083333)} + \frac{1}{(1.0125)} + \frac{1}{(1.0166666)} + \frac{1}{(1.0208333)} + \frac{1}{(1.025)}$$

$$VEn = 1 + .9958506 + .9917355 + .9876543 + .9836066 + .9795918 + .9756097$$

$$\$\,VEn = 6.9140485$$

c).- Para calcular el importe de cada pago

$$y = \frac{VEo}{VEn} \qquad Y = \frac{\$99,586.61}{6.9140485} = \$14,403.52$$

## COMPROBACIÓN

Se debían originalmente: 10,000+20,000+30,000+40,000= $100,000.00

Ahora se pagarán 14,403.52 * 7 PAGOS = $100,824.64 la diferencia de $824.64 finalmente es lo que tendrá que pagar de más el deudor, ya que en la reestructura se da un prorrateo entre la tasa utilizada para el descuento y la indexación correspondiente en el tiempo, en donde el deudor se ve beneficiado al obtener tiempo para liquidar sus adeudo.

## ACTIVIDADES PARA EL REFORZAMIENTO DE LOS TEMAS VISTOS EN ESTE CAPÍTULO:

**VUELVASE UN PROFESOR REVISANDO LOS SIGUIENTES EJEMPLOS Y EN SU CASO CORRIJALOS:**



**Enviar sus comentarios al autor:** agarcias@ucc.mx, arturogarciasantillan@yahoo.com.mx

De los siguientes ejercicios, verifique que estén calculados correctamente[1]

1.- ¿Cuál es el interés simple en un préstamo a tres meses de $18,000.00 al 26.8% anual?

$$I = Pin$$

I=18000*.268*.25
I=18000*.067
**I=$1,206.00**

Respuesta:
P =18000
i= 26.8% Anual
n = 3 Meses ( 90/360= .25)
I = ?

2.- ¿Cuál es el monto que deberá pagar una persona que recibe un préstamo de $15,000.00 con una tasa de interés del 22.4% anual a un plazo de dos meses?

$$I = Pin$$

I=15000*.224*.166
I=15000*.037
**I=$557.76**
S=P+I
S= 15000 + 557.76
**S= $15,557.76**

P =15000
i= 22.4 % Anual
n = 2 Meses ( 60/360= .166)
I = ?

3.- Determine el saldo promedio durante septiembre de una cuenta de cheques si el 1 de octubre se le abonó un interés de $68.98 y si la tasa de interés que pagó el banco en este mes fue del 9.65%

$$P = I / in$$

P = 68.98 / (.0965 * .083)
P = 68.98 / .008
**P = $8,622.53**

P = ?
i= 9.65 % Anual
n = 1 Mes ( 30/360= .083)
I = 68.98

4.- Determine la tasa de interés anual que pagó el banco durante octubre si a una cuenta de cheques con un saldo promedio en octubre de $8,673.56 se le abonó un interés de $58.47.

$$i = I / Pn$$

i = 58.47 / (8673.56 * .083)
i = 58.47 / 719.90
**i = .081 = 8.1%**

P = $8,673.56
i=?
n = 1 Meses (30/360= .083)
I = 58.47

[1] Algunos de los ejercicios fueron tomados de Pastor (1999) como práctica y validación de los resultados.

5.- Determine el interés que recibe una cuenta de cheques el 1 de agosto si el saldo promedio del mes de julio fue de $6,259.05 y la tasa de interés anual en este período fue del 8.45%.

P = $6,259.05
i= 8.45% Anual
n = 1 Mes (30/360= .083)
I =?

$$I = Pin$$

I=6259.05*..0845*.083
I=18000*.00701
**I=$43.89**

6.- Una persona compra una sala el 9 de mayo que tiene un valor de contado de $3,800.00. Paga un enganche de $2,300.00 y conviene pagar $1,600.00 el 23 de julio para liquidar el saldo. ¿Qué tasa de interés simple pagó?

P = $3,800.00 – $2,300.00 = $1,500.00
i =?
S = 1600
n = 75 dias (75/360= .208)
I = $100.00

$$i = I / Pn$$

S = P+I
I = S-P
I = 1600 – 1500
I = 100

i = 100 / (1500 * .208)
i = 100 / 312
**i = .324 = 32.4%**

7.- El 17 de marzo un plomero pide un préstamo de $4,500.00 a su suegro para la compra de material y herramientas necesaria para una obra. Determina el monto que debe pagar el plomero a su suegro el 4 de julio para liquidar la deuda si ambos acordaron el pago de un interés anual simple del 9%.

P = 4500
i = 9% Anual
n = 79 días (79/360= .219)
I =?

$$I = Pin$$

I = 4500 * .09 * .219
I = 88.87
S = P + I
S = 4500 + 88.87
**S = $4,588.87**

8.- Un agricultor recibe un préstamo para compra de semillas por un monto de $12,400.00 el 16 de mayo y acepta pagar un interés anual simple del 31.8%. ¿Cuál es el plazo máximo del préstamo si estima que una vez levantada la cosecha y separado sus utilidades contara con $13,800.00 para saldar la deuda?

P = $12,400.00
i = 31.8% Anual
n = ?
I = S – P = 13800 – 12400
I = $1,400.00

***n = I / Pi***

n = 1400 / 12400 * .318
n = 1400 / 3943.2
**n = .355 * 360**
**n = 127.81 días**

9.- Al recibir mercancía un comerciante sólo paga el 50% del valor de ella, mientras que el 50% restante lo salda a 45 días pagando un interés del 8.5% anual simple.

a) Determine el monto del pago que debe hacer el comerciante para liquidar un pedido que tiene un valor de $5,670.00

P = $5,670.00 50% = $2,835.00
i = 8.5% Anual
n = 45 días = 45/360= .125
I = ?

**S = P(1+ in)**

S = P(1 + in)
S = 2835 (1+ (.085*.125))
S = 2835 * 1.0106
**S = $2,865.12**

Comprobar:
I = Pin
I = 2835 * .085 * .125
I = 30.12
S = P + I
S = 2835 + 30.12
**S = $2,865.12**

b) Para liquidar otro período el comerciante pago un monto total de $3,890.91. determine el valor total del pedido.

P =?
i = 8.5% Anual
n = 45 días = 45/360= .125
S = 3890.91

***P = S /(1+ in)***

P = S / (1 + in)
P = 3890.91 / (1 + [.085*.125])
P = 3890.91 / 1.0106
**P = $3,850.098**

Comprobar:
I = Pin
I = 3850.098 * .085 * .125
I = 40.9
S = P + I
S = 3850.098 + 40.9
**S = $3,891.005**

10.- La tasa de interés mensual que cobra cierta tarjeta de crédito es del 3.344%

A) Determine el interés que se le carga a un tarjetahabiente que tuvo un saldo promedio mensual sujeto a cargos financieros de $5,678.98

$P = \$5,678.98$
$i = 3.344\%$ Mensual
$n = 1$ Mes
$I = ?$

***I = Pin***

I = Pin
I = 5678.98 * .0334* 1
**I = $189.67**

B) ¿Cuál fue el saldo promedio mensual sujeto a cargos financieros de un tarjetahabiente al que se le cobró un interés de $185.68?

$P = ?$
$i = 3.344\%$ Mensual
$n = 1$ Mes
$I = 185.68$

***P = I / in***

P = 185.68 / (.0334 * 1)
P = 185.68 / .0334
**P = $5,559.281**

11.- Determine el interés que se genera cuando se mantiene un capital de $1’500,000.00 durante 4 meses en el banco, con una tasa nominal de 18%

Datos:
I= ¿?
i= 18%
P= 1 500 000
n= 4 Meses

$$I = Pin$$
$$I = \$1'500,000.00 * 18\% * {}^{4}\!/_{12}$$
$$= \$1'500,000.00 * 0.18 * 0.33$$
$$= \$90,000.00$$

12.- Determina el capital que, depositado en el banco durante 15 días a una tasa de 23% anual exacto, generó un interés de $56.50

Datos:

P= ¿?
i= 23%
I= $56.50
n= 15 días

$$P = \frac{I}{in}$$

$$P = \frac{\$56.50}{23\% * {}^{15}\!/_{365}}$$

$$= \frac{\$56.50}{0.23 * 0.4109589}$$

$$= \$5,977.53$$

13.- Determine la tasa de interés a la que se sometió un capital de $4,500.00 durante un bimestre, si generó un interés de $20.00

Datos:

i= ¿?
P= $4,500.00
I= $20.00
n= 2 Meses

$$i = \frac{I}{Pn}$$

$$P = \frac{\$20.00}{\$4,500.00 * {}^{2}\!/_{12}}$$

$$= 0.02666667$$

$$= 2.666667\%$$

14.- Se deposita en el banco $8,300.00 pasados 73 días se decide retirar el monto acumulado, ¿De cuánto será este monto, si el banco otorga una tasa de 12% nominal?

Datos:

S= ¿?
i= 12%
P= $8,300.00
n= 73 días

$$S = P(1 + in)$$

$$S = \$8,300.00(1 + (12\% * {}^{73}\!/_{365}))$$

$$= \$8,300.00(1 + (0.12 * 0.24))$$

$$= \$8,300.00(1.024)$$

$$= \$8,499.20$$

15.- Se retira del banco la cantidad de $5,100.00 después de un trimestre de estar depositado con una tasa de 7% semestral, ¿Cuál fue el capital del depósito inicial?

Datos:
P= ¿?
i= 7% Semestral
S= $5,100.00
n= 3 Meses

$$P = \frac{S}{(1+in)}$$

$$P = \frac{\$5{,}100.00}{1+7\%*{}^{3}\!/_{6}}$$

$$P = \frac{\$5{,}100.00}{1+0.7*0.5}$$

$$P = \frac{\$5{,}100.00}{1.035}$$

$$El.Capital.Invertido.fué.de = \$4{,}927.54$$

16.- La empresa "X" S.A. compra maquinaria por $250,000.00, se acuerda pagar dentro de 2 años y medio bajo una tasa de 2.8% trimestral, ¿Cuál será el total de la deuda acumulada?

Datos:
S= ¿?
i= 2.8% Trimestral
P= $250,000.00
n= 2.5 años

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$250{,}000.00(1+(2.8\%*[2.5*4]))$$

$$S = \$250{,}000.00(1+(0.028*10))$$

$$S = \$250{,}000.00(1.28)$$

$$S = \$320{,}000.00$$

17.- Se compro una camioneta por $623,000.00 y se acordó pagarla en una fecha determinada, sin embargo, 45 días antes de cumplir el plazo, se reúne el dinero necesario y se decide pagarla por adelantado, ¿Cuánto fue lo que se pagó, si la tasa de descuento que otorga la distribuidora es de 0.3% quincenal?

Datos:
P= ¿?
i= 0.3% quincenal
S= $623,000.00
n= 3 quincenas

$$P = \frac{S}{(1+in)}$$

$$P = \frac{\$623{,}000.00}{1+(0.3\%*3)}$$

$$P = \frac{\$623{,}000.00}{1+((0.3/100)*3)}$$

$$P = \frac{\$623{,}000.00}{1.009}$$

$$P = \$617{,}443.02 ____ ahorra _ \$5{,}556.98$$

18.- Se compra mercancía por $860.00, se paga al contado el 20%, lo demás se acuerda pagarlo dentro de 20 días bajo un interés del 12% trimestral simple. ¿De cuánto Será el pago?

Datos:
S=¿?
P=$860.00
i= 12% trimestral
n= 20 días

$$\$860.00 * 20\% = \$172.00$$
$$\$860.00 - \$172.00 = \$688.00$$

$$S = P(1+in)$$
$$S = \$688.00(1+(12\% * {}^{20}\!/_{90}))$$
$$S = \$688.00(1+(0.12 * 0.222))$$
$$S = \$688.00(1.0266666)$$
$$S = \$706.35$$

19.- Determina la tasa de interés simple ordinario que grava un capital de $5,500.00 para que este generara un interés de $50.00 en un periodo de 40 días

Datos:
i= ¿?
P= $5,500.00
I= 50
n= 40 días

$$i = \frac{I}{Pn}$$
$$i = \frac{\$50.00}{\$5,500.00 * {}^{40}\!/_{360}}$$
$$i = \frac{\$50.00}{\$5,500.00 * 0.1111111}$$
$$i = \frac{\$50.00}{\$611.11}$$
$$i = 0.08181833 * 100$$
$$i = 8.18\%$$

## Ecuaciones equivalentes con interés simple:

20.- La empresa “L” S.A. debía los siguientes documentos, $2,300.00, $4,400.00, $6,000.00, $1,100.00; al no tener para pagarlos, se acordó liquidarlos, el día que se vencía el último documento, en 6 pagos iguales cada mes y medio, dando el primer pago en la fecha del acuerdo, la tasa de interés se establece de 12% nominal.

Se debían:

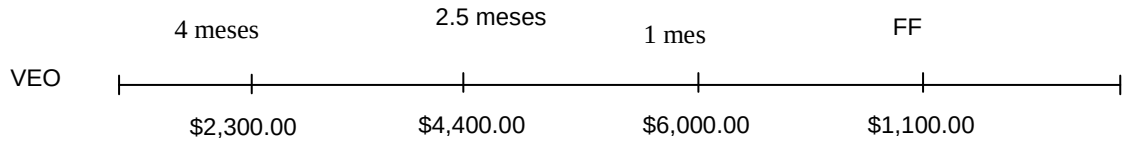
$2,300.00 4 meses antes del acuerdo

$4,400.00 2.5 meses antes del acuerdo

$6,000.00 un mes antes del acuerdo

$1,100.00 el día del acuerdo

La línea del tiempo se visualiza de la siguiente forma:




Ahora se procede a Valuar la Deuda original (VEo):

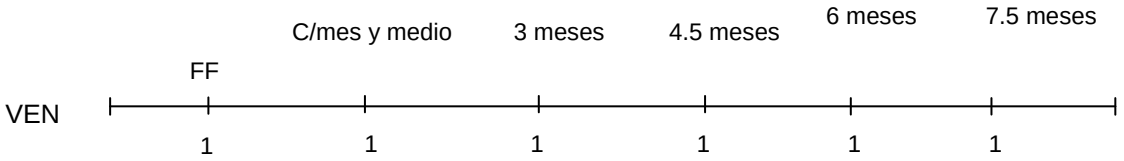
$$VEo = \$2,300.00(1+12\%*{}^{4}\!/_{12}) + \$4,400.00(1+12\%*{}^{2.5}\!/_{12}) + \$6,000.00(1+12\%*{}^{1}\!/_{12}) + \$1,100.00$$

$$VEo = \$2,300.00(1.04) + \$4,400.00(1.025) + \$6,000.00(1.01) + \$1,100.00$$

$$VEo = \$2,392.00 + \$4,510.00 + \$6,060.00 + \$1,100.00$$

$$VEo = \$14,062.00$$

Se acordó el siguiente Esquema de Pagos (VEn):




Ahora calculamos el Valor del Nuevo Esquema, para identificar el valor de cada pago ( $Y$)

$$Y = \frac{VEo}{VEn}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1+(12\% * 1.5/12))} + \frac{1}{(1+(12\% * 3/12))} + \frac{1}{(1+(12\% * 4.5/12))} + \frac{1}{1+12\% * 6/12} + \frac{1}{1+(12\% * 7.5/12))}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{1.015} + \frac{1}{1.03} + \frac{1}{1.045} + \frac{1}{1.06} + \frac{1}{1.075}$$

$$VEn = 1 + 0.9852216 + 0.9708737 + 0.9569377 + 0.9433962 + 0.9302325$$

$$VEn = 5.7866617$$

$$Si_VEo = Y(Ven)$$

$$Entonces_Y(Pago) = \frac{\$14,062.00}{5.7866617}$$

$$Y = \$2,430.07_cada_pago$$

21.- Una empresa debe los siguientes documentos:

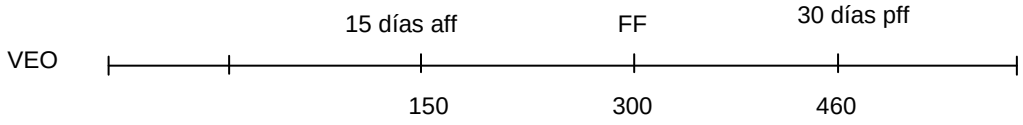
$150.00 15 días antes de la FF

$300.00 En la FF

$460.00 30 días después de la FF

Se acuerda liquidar la deuda en 5 pagos iguales, el primero una semana antes de la Fecha Focal y los siguientes 4 cada 2 semanas, contando las semanas desde el primer pago, tomando el interés de 8% semestral.

La línea de tiempo del Valor original es:



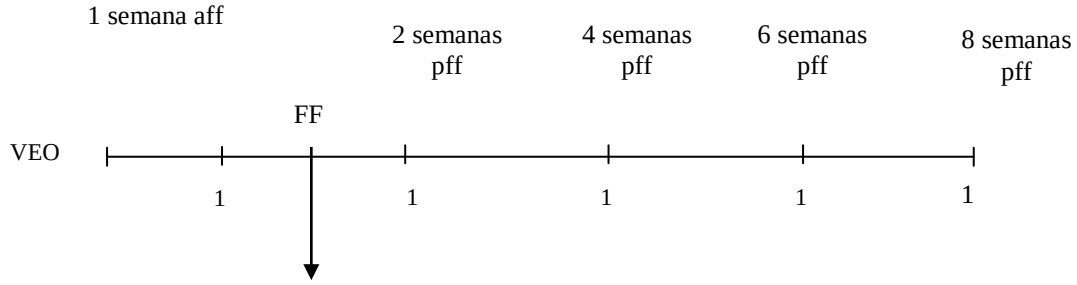

$$VEo = \$150.00(1 + (.08\% * 15/180)) + \$300.00 + \frac{\$460.00}{(1+(.08\% * 30/180))}$$

$$VEo = \$150.00(1.0066666) + \$300.00 + \frac{\$460.00}{1.0133333}$$

$$VEo = \$150.99999999 + \$300.00 + \$453.9473684$$

$$VEo = \$904.95$$

La línea de tiempo del Nuevo Esquema es:




$$VEn = 1(1+(8\%*{}^{7}\!/_{180})) + \frac{1}{1+(8\%*{}^{7}\!/_{180})} + \frac{1}{1+(8\%*{}^{21}\!/_{180})} + \frac{1}{1+(8\%*{}^{35}\!/_{180})} + \frac{1}{1+(8\%*{}^{49}\!/_{180})}$$

$$VEn = 1(1.0031111) + \frac{1}{1.0031111} + \frac{1}{1.0093333} + \frac{1}{1.0155555} + \frac{1}{1.0217777}$$

$$VEn = 1.0031111 + 0.9968985 + 0.99075297 + 0.98408271 + 0.9786863$$

$$VEn = 4.95353158$$

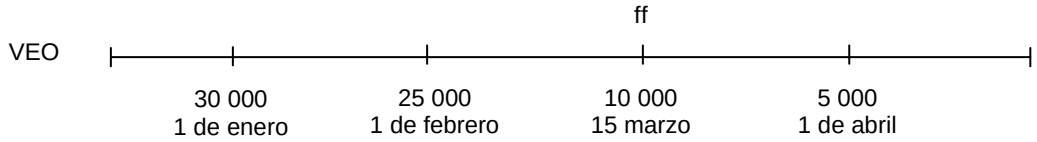
$$Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{\$904.95}{4.95353158} = \$182.69$$

22.- Una empresa adeuda los siguientes pagarés:

| | |
|---|---|
| $S_1$ = \$30,000.00 | 1 de enero |
| $S_2$ = \$25,000.00 | 1 de febrero |
| $S_3$ = \$10,000.00 | 15 de marzo |
| $S_4$ = \$5,000.00 | 1 de abril |

Al no poder cubrir dichos pagos, se acuerda renegociar, para ello definen como fecha focal el 15 de marzo, todo ello referenciado a una tasa i= 22% anual simple ordinario. Se acuerda pagar la deuda con 7 pagos iguales, el primero en la *ff* y los demás pagos el 30 de cada mes.

La línea de tiempo del Valor original es:




La valuación de la Deuda Original es:

$$VEo = \$30,000.00(1+(\frac{22\%}{360}*75)) + \$25,000.00(1+(\frac{22\%}{360}*42)) + \$10,000.00 + \frac{\$5,000.00}{(1+(\frac{22\%}{360}*17))}$$

$$VEo = \$30,000.00(1.0458333) + \$25,000.00(1.0256666) + \$10,000.00 + \frac{\$5,000.00}{1.0103888}$$

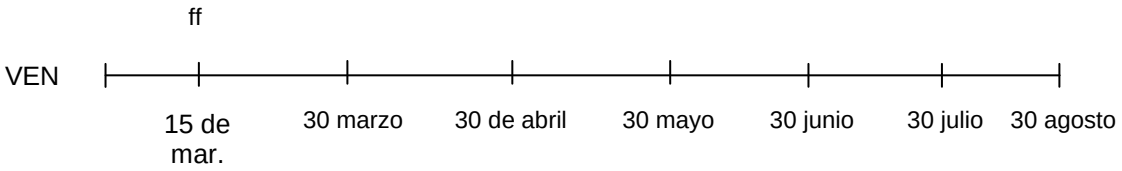
$$VEo = \$31,374.99 + \$25,641.66 + \$10,000.00 + \$4,948.59$$

$$VEo = \$71,965.24$$

Ahora calculamos el Valor del Nuevo Esquema, para identificar el valor de cada pago ($Y$)

$$Y = \frac{VEo}{VEn}$$

La línea de tiempo del Nuevo Esquema es:




El Factor es

$$VEn = 1+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*15))}+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*46))}+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*76))}+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*107))}+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*137))}+\frac{1}{(1+(\frac{22\%}{360}*168))}$$

$$VEn = 1+\frac{1}{(1.0091666)}+\frac{1}{(1.0281111)}+\frac{1}{(1.0464444)}+\frac{1}{(1.0653888)}+\frac{1}{(1.08372222)}+\frac{1}{(1.1026666)}$$

$$VEn = 1+0.9909166+0.9726575+0.9556169+0.9386244+0.9227457+0.90689238$$

$$VEn = 6.6874534$$

$$Y = \frac{\$71,965.24}{6.68745348} = \$10,761.23$$

## 1.1.5.- EJERCICIOS PARA RESOLVER:

### INTERÉS SIMPLE

**1.**- Determine el interés que genera un capital de $ 105,000.00 en 5 meses con una tasa nominal del 3%. (compruébelo)

**2.**- Determine el interés que genera un capital de $ 310,000.00 en 7 meses con una tasa nominal del 8%. (compruébelo)

3.- Encontrar el monto final de los siguientes pagos:

P = $ 400,000.00 40% al contado y 60% a crédito
n = 4.5 meses (135 dias)
i = 20% (compruébelo)

4.- Determinar el monto y luego despeje sus demás literales:

P = $ 200 000.00 25% al contado y 75% a crédito n = 5 meses (150 días) i = 20%

### VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO




1.- Obtenga el valor presente de un pago final de $60,500.00 que se hará dentro de 45 días con una tasa del 15%

2.- Encuentre el valor futuro de un adeudo que el día de hoy importa $75,400.00 por el cual nos cobrarán una tasa del 6% para pagar dentro de un mes.

## ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

1.- La deuda original es de $125,000.00 a pagar en 2 pagos: uno en 3 meses por $65,000.00 y otro en 5 meses por $60,000.00 por los cuales nos cobran un interés del 20%, como sabemos que no se podrán liquidar le proponemos al proveedor liquidarle en 5 pagos iguales, uno en la fecha focal acordada, otro un mes después, otro pago dos meses después, el siguiente tres meses después y el último cuatro meses después, el proveedor acepta y nos respeta la tasa de interés cobrada hasta entonces, para establecer el nuevo esquema de pagos.

2.- Determine el valor original de una deuda de 450 mil pesos por la cual se realizaría el primer pago dando 44.44% dentro de 3 meses, y el segundo pago del 66.66% 5 meses después, cobrando una tasa del 15%, y el valor de la renegociación con el proveedor si se hacen 4 pagos, el primero en la fecha de la negociación, el segundo 2 meses después, el 3ro 4 meses después y el 4to 6 meses después y se nos cobra una nueva tasa del 18%

## EJERCICIOS VARIOS:

**A.-** Determine el interés que genera una cantidad de $4,769.00 en 5 meses, con una tasa nominal del 5.6%.

**B.-** Determine el interés que genera un capital de $13,500.00, con una tasa nominal de 7.5%, en un lapso de 2 años.

**C.-** Se adquiere una deuda que generó un interés de $6,200.00, la cual tenía una tasa nominal del 3.1% a lo largo de 8 meses y medio. ¿Cuál fue la cantidad original?

**D.-** En que tiempo se genera un interés de $3,118.5, siendo un capital de $20,900.00, con una tasa nominal del 15.5%.

**E.-** El día de ayer se adquirió un mueble de cocina, el cual tenía un precio de $4,600.00. El 30% se pago de contado y el resto a crédito. ¿Qué monto genera el resto si se tiene que pagar en 6 meses con una tasa de interés de 2.8%?

**F.-** Jorge desea depositar al banco Banorte un capital de $350,500.00 para ello le ofrecen una tasa del 13% mensual ¿qué cantidad acumulara en 5 años?

**G.-** El Sr. López necesita pagar la colegiatura de su hija y tiene de fecha límite el día de hoy. Debido a que no cuenta con el dinero decide pedir prestado $3,000.00 del que le cobrarán la tasa de interés simple del 25% para pagar dentro de 4 meses. ¿Cuál es el interés simple que le corresponde pagar?

**H.-** Una persona pagó $65,000.00 que es el interés correspondiente a una tasa de interés del 9.3% nominal durante 17 meses. ¿Cuál es el capital origen? Obtener $P$

**I.-** Una señora terminó de pagar hace un mes, una televisión que saco a crédito en Elektra. De esta operación, le correspondió pagar la cantidad de $4,000.00 por concepto de intereses correspondientes a 14 meses. El valor de la TV fue de $6,000.00 ¿Cuál fue la tasa de interés anual que le cobraron? Comprobarlo.

**J.-** Si se genera un interés de $82,000.00, de un capital de $125,000.00 con una tasa de interés del 32% anual. ¿Cuál fue el tiempo que debió transcurrir? En meses y comprobarlo.

**K.-** ¿Qué cantidad genera un capital de $213,000.00 a una tasa del 4.5% semestral en 7 años?

**L.-** El Sr. Roberto es un prestamista que le realiza un préstamo al Sr. Polo por la cantidad de $35,000.00 pactando la tasa del 15% bimestral. ¿Qué interés ganará el prestamista en 2 años y medio? y ¿cuál será el monto total que la persona le tendrá que entregar a su deudor?

**M.-** A la Sra. Riquelme le otorgaron un préstamo en el banco HSBCT de $415,000.00 para la compra de una casa en INFONAVIT. Ese préstamo hasta el momento le ha generado un interés de $145 500 en tan solo dos años. ¿Cuál es la tasa de interés mensual?, y ¿qué monto se acumulara en 6 años?

**N.-** Resolver el siguiente problema, tomando en cuenta una tasa del 3.5% mensual. Calcular el *VEo* y *VEn*, así como el monto de cada pago a realizar.

| Veo(importe) | Días |
|---|---|
| $45,600.00 | 50 aff |
| $23,000.00 | 22 aff |
| $23,400.00 | 8 pff |
| $15,200.00 | 21 pff |
| $3,000.00 | Ff |

| Ven(4 pagos iguales) | Días |
|---|---|
| 1 | Ff |
| 2 | 10 pff |
| 3 | 20 pff |
| 4 | 30 pff |

**O.-** Se desea reestructurar el siguiente esquema de deudas de unos pagares:

| Pagares | Importe | Vencimiento |
|---|---|---|
| 1 | $3000 | 26 días antes de la ff |
| 2 | $2000 | 15 días antes de la ff |
| 3 | $4000 | 7 días después de la ff |
| 4 | $1300 | 19 días después de la ff |
| 5 | $7600 | 33 días después de la ff |
| 6 | $1200 | En la ff |

Hay que considerar que la fecha focal es el presente y que tenemos una tasa del 1% mensual para este problema.

El nuevo esquema de pago quedara de la siguiente manera:

Se realizaran 6 pagos iguales, siendo el primer pago en la ff y los posteriores serán cada 15 días. ¿Cuál será el nuevo monto que tendrá que pagar con la deuda reestructurada?

La solución de estos ejercicios, en la sección de anexos

## 1.1.6.- Ejercicios validados con simuladores financieros

**INTERES SIMPLE** (con simulador versión Delphi Modelo a)

Supongamos que una persona necesita pedir un pequeño préstamo para poder pagar un pedido al proveedor porque no le alcanza con lo que tiene en ese momento, así que pide a una caja popular un préstamo por $50,000.00 a pagar a tres meses con una tasa del 18% anual.

**Fórmula principal**

$$I = P * i * \left(\frac{m}{n}\right)$$

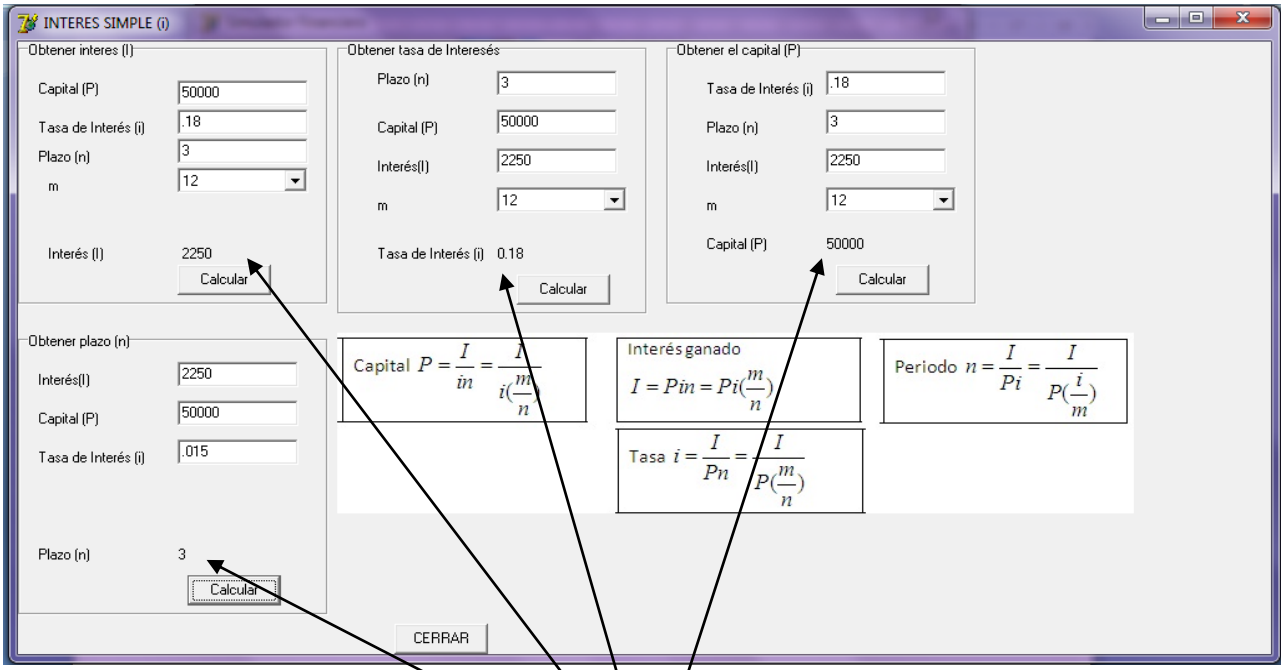
De la formula principal, se va despejando cada variable de acuerdo a lo que se requiera.

$$I = \$50,000.00 * 0.18 * \left(\frac{3}{12}\right)$$

$$I = \$50,000.00 * 0.18 * (0.25)$$

$$I = \$2,250.00$$

**Operaciones en el Simulador Financiero:**




Se puede observar que el resultado del ejercicio elaborado mediante MathType, coincide con el del Simulador Financiero.

**EJERCICIO DE INTERES SIMPLE** (Simulador en Excel)

**Se solicita calcular el monto de los intereses durante un periodo de 3 meses. El capital inicial es de $10,000.00. Calcular el monto al finalizar dicho periodo. Tasa de interés nominal del 10%.**

P= $10,000.00
i= 10%
n=3 años

$P = Capital$ o principal
n: plazo
i= tasa de interés anual
I= Interés ganado

$$I = P*i*n$$

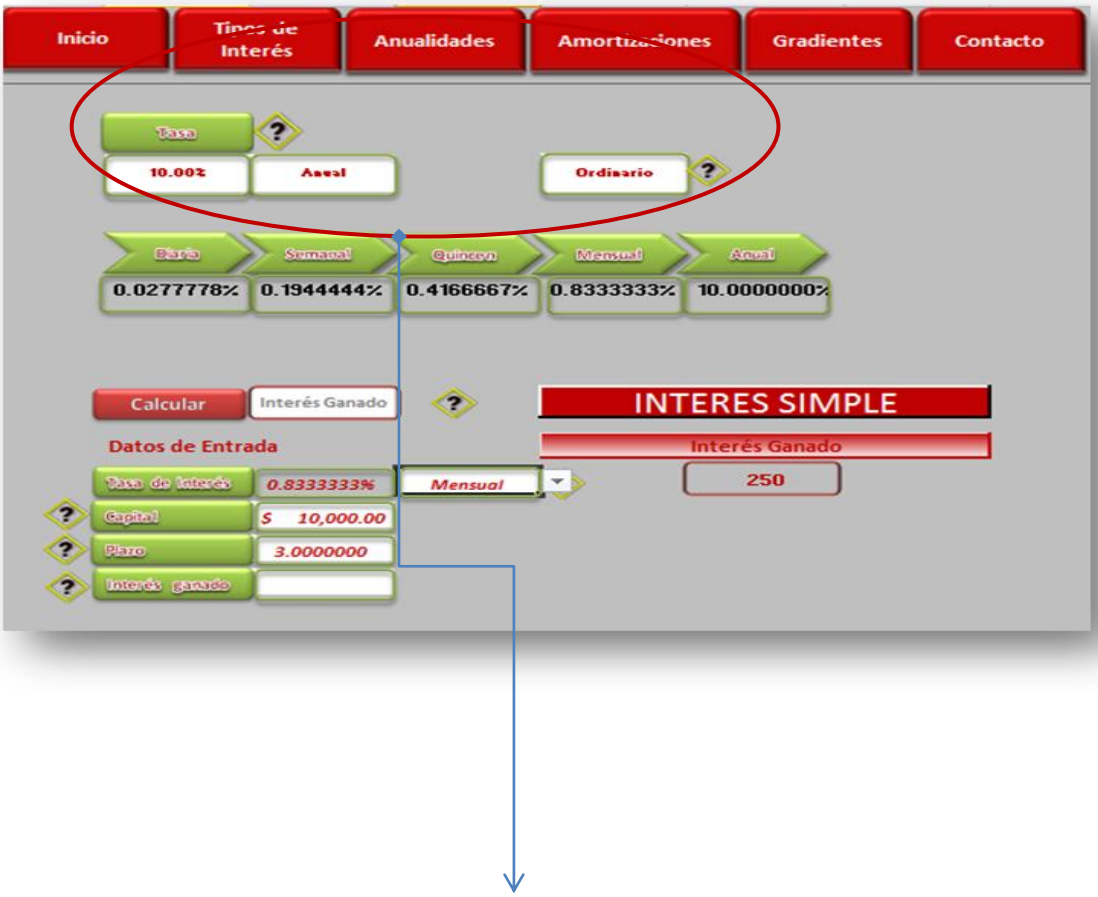
Sustituyendo la fórmula:

$$I = \$10,000.00*0.10/12*3$$
$$I = \$10,000.00*0.0083333*3$$
$$I = \$83.33*3$$
$$I = \$250.00$$

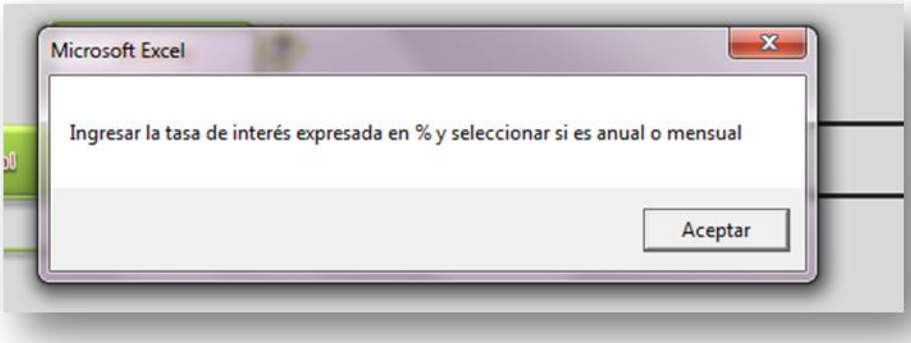
El monto al finalizar el periodo es de $250.00.

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Interés simple.**

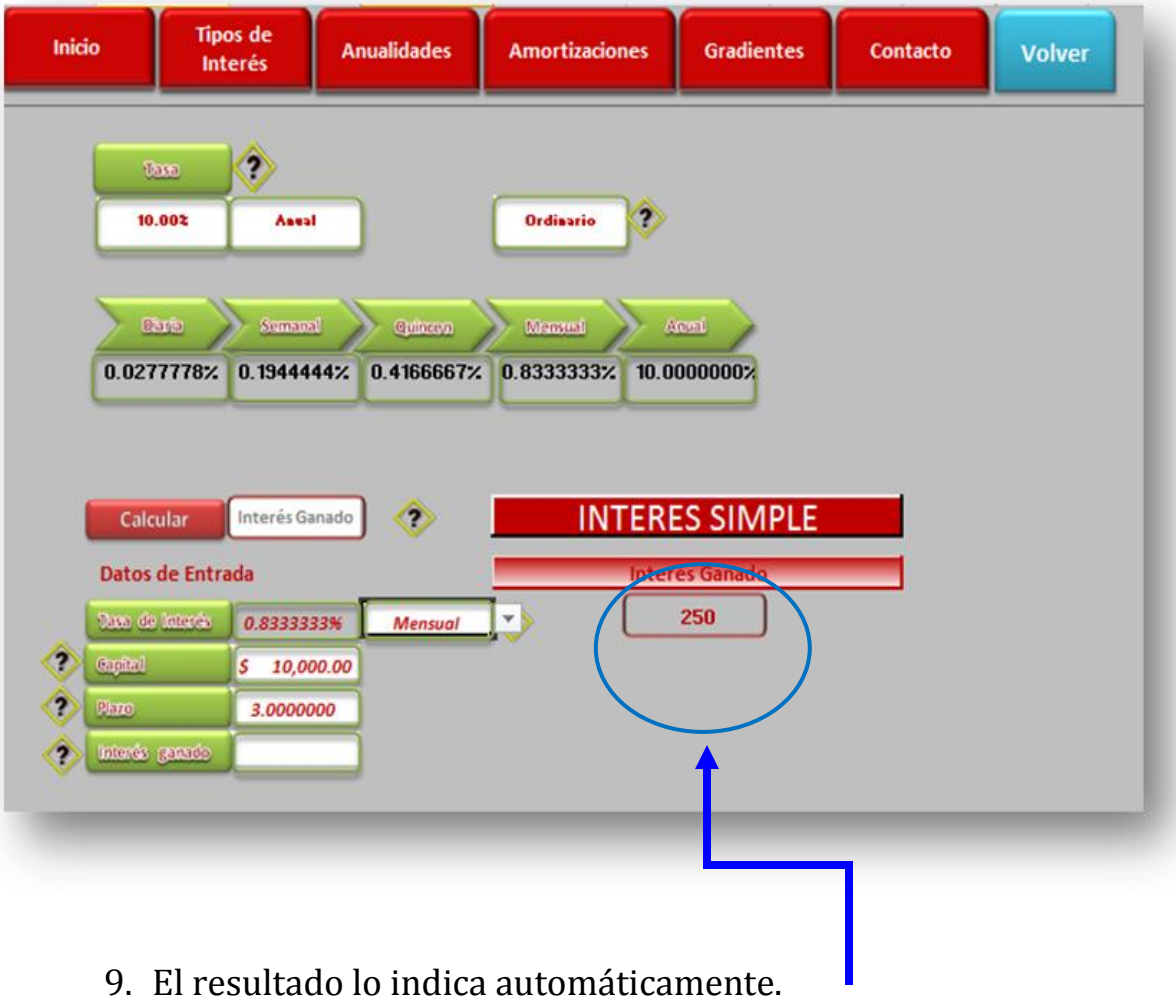
1. Utilizar la fórmula de cálculo de interés simple.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días).




5. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.



6. Indicar que variable queremos calcular, en el caso del ejercicio práctico es Interés ganado.
7. Ingresar el tipo de tasa que usaremos, en el caso del ejercicio se quiere saber el importe de los intereses en 3 meses, se selecciona la tasa “mensual.
8. Se captura el monto del capital y el plazo, se deja en blanco la casilla de la variable que se quiere calcular.

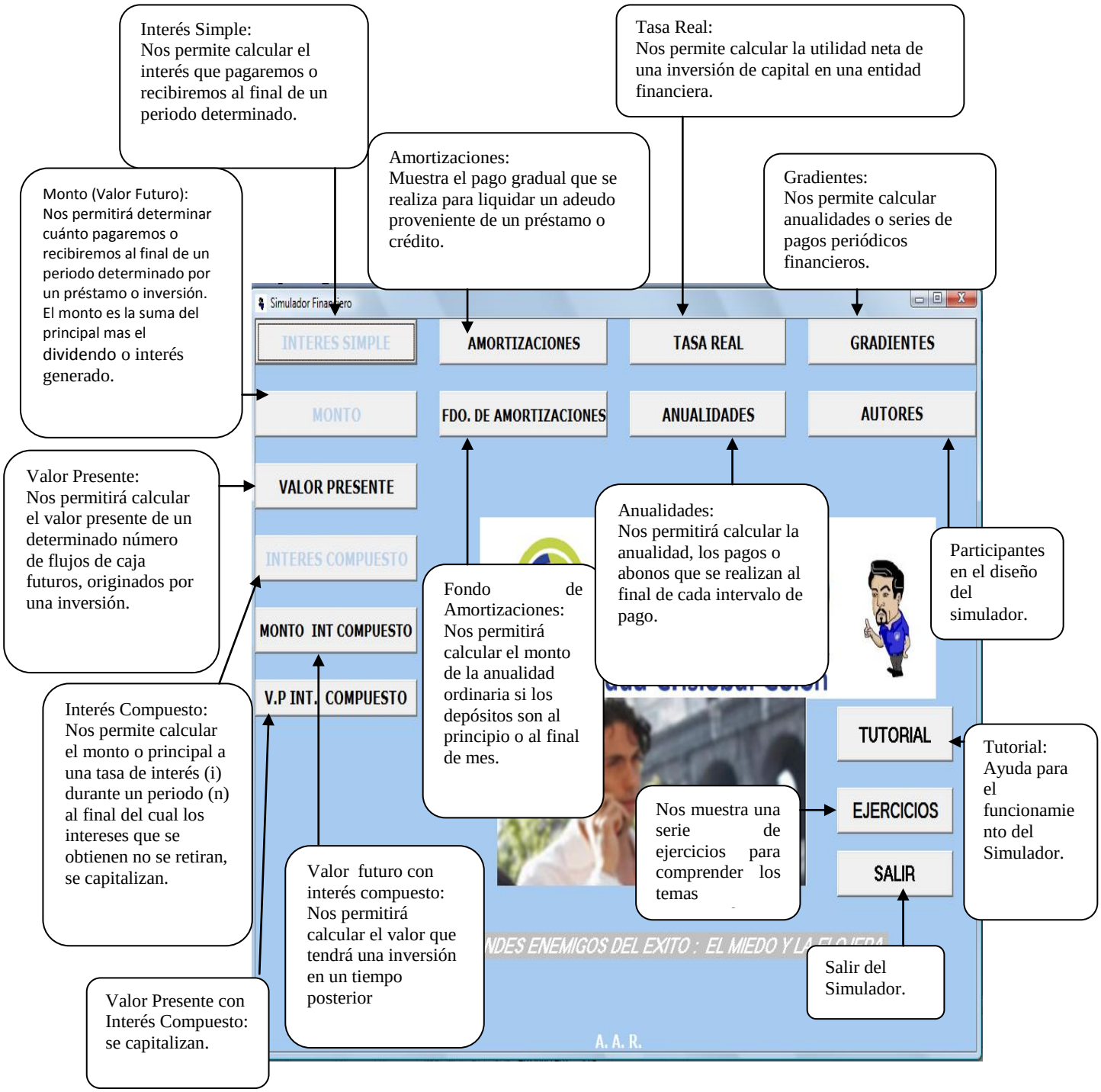



9. El resultado lo indica automáticamente.

## VERSION DELPHI (Modelo b)

### Pantalla principal o Menú Principal

En esta sección se muestran las principales funciones que contiene el Simulador Financiero:



## Desarrollo de un ejercicio de Interés Simple

Recordemos que:

Es el interés que se paga solo sobre el capital prestado y se emplea en préstamos a corto plazo. Lo podemos calcular mediante el empleo de las siguientes formulas:

| Capital: | Interés Ganado: | Periodo: | Tasa: |
|---|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in} = \frac{I}{i\left(m/n\right)}$ | $I = Pin = Pi\left(m/n\right)$ | $n = \frac{I}{Pi} = \frac{I}{P\left(i/m\right)}$ | $i = \frac{I}{Pn} = \frac{I}{P\left(m/n\right)}$ |

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Una persona necesita pedir un pequeño préstamo para poder pagar un pedido al proveedor por que no le alcanza con lo que tiene en ese momento, así que pide a una caja popular un préstamo por $50,000.00 a pagar en tres meses con una tasa del 18% anual.

Aplicación de la fórmula para obtener el Interés ganado (I):

$$I = P*i*n = Pi\left(m/n\right)$$
$$I = (\$50,000.00)(.18)(3/12)$$
$$I = (\$50,000.00)(.18)(.25)$$
$$I = \$2,250.00$$

Aplicación de la fórmula para obtener el Capital (P):

$$P = \frac{I}{in} = \frac{I}{i\left(m/n\right)}$$
$$P = \frac{\$2,250.00}{(.18)(90/360)} = \frac{\$2,250.00}{0.045} = \$50,000.00$$

Aplicación de la fórmula para obtener la tasa (i):

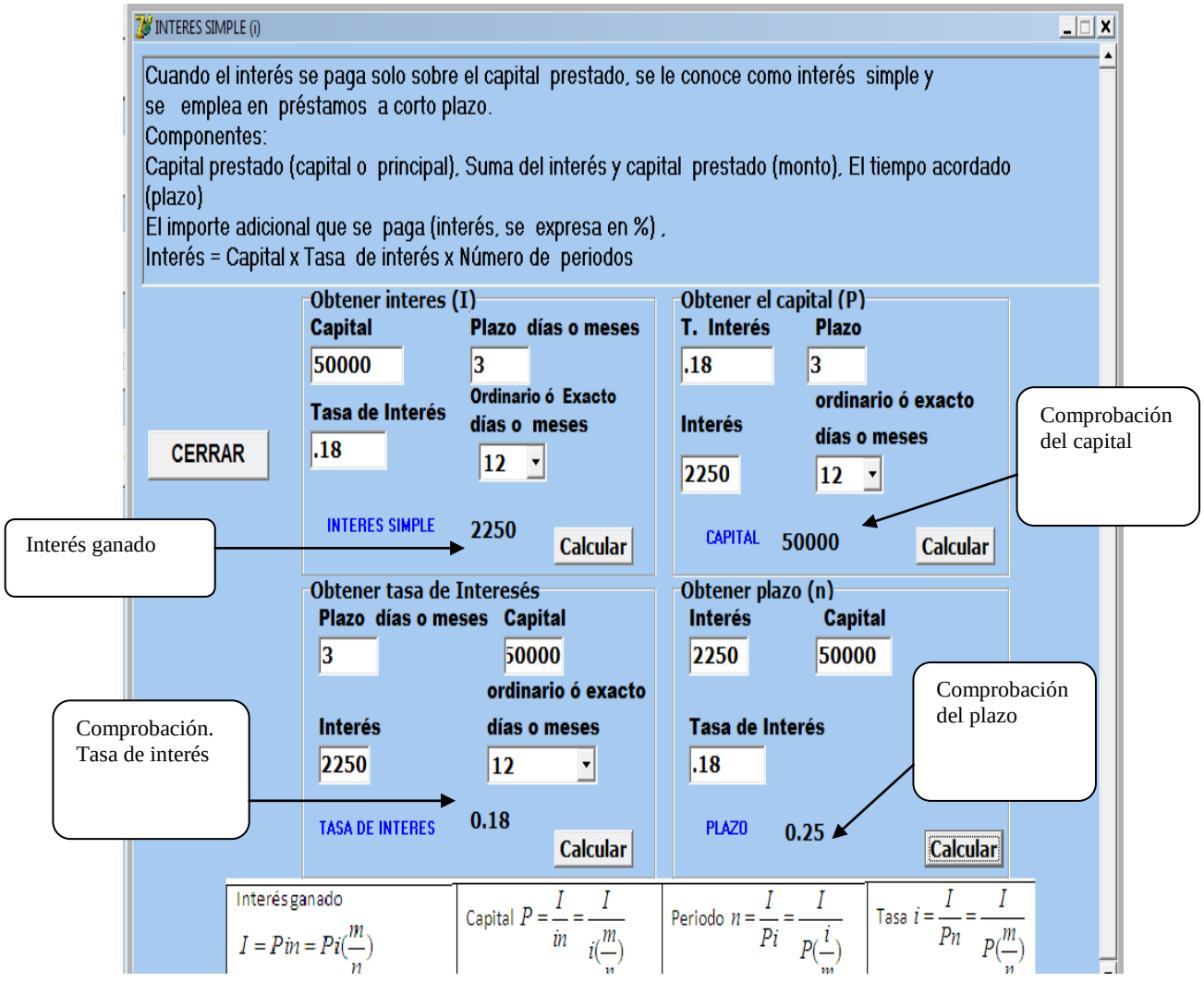
$$i = \frac{I}{Pn} = \frac{I}{P\left(m/n\right)}$$
$$i = \frac{\$2,250.00}{(\$50,000.00)(90/360)} = \frac{\$2,250.00}{\$12,500.00} = 0.18 = 18\%$$

Aplicación de la fórmula para obtener el periodo (n):

$$n = \frac{I}{Pi} = \frac{I}{P\left(i/m\right)}$$

$$n = \frac{\$2,250.00}{(\$50,000.00)(0.18)} = \frac{\$2,250.00}{\$9,000.00} = 0.25 \text{ ó } ¼ \text{ ó } 3 \text{ meses}$$

Realicemos las mismas operaciones en el simulador financiero:



## Desarrollo de un ejercicio de Monto (Valor Futuro) del Interés Simple

Recordemos que el Valor futuro se refiere al monto que pagaremos o recibiremos al término de un periodo de tiempo determinado. A este total final se le llama monto, que es la suma del principal más el dividendo o interés generado.

Para determinarlo utilizamos la siguiente fórmula:

| Monto: |
| --- |
| $S = P(1+in)$ |

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

Usted compra a su proveedor $30,000.00 en mercancía para su tienda abarrotera, pagando $12,000.00 de contado a la entrega del pedido y el resto a pagar en 4 meses con un interés del 13.5% anual. ¿Cuánto deberá pagar a su proveedor para liquidar su deuda?

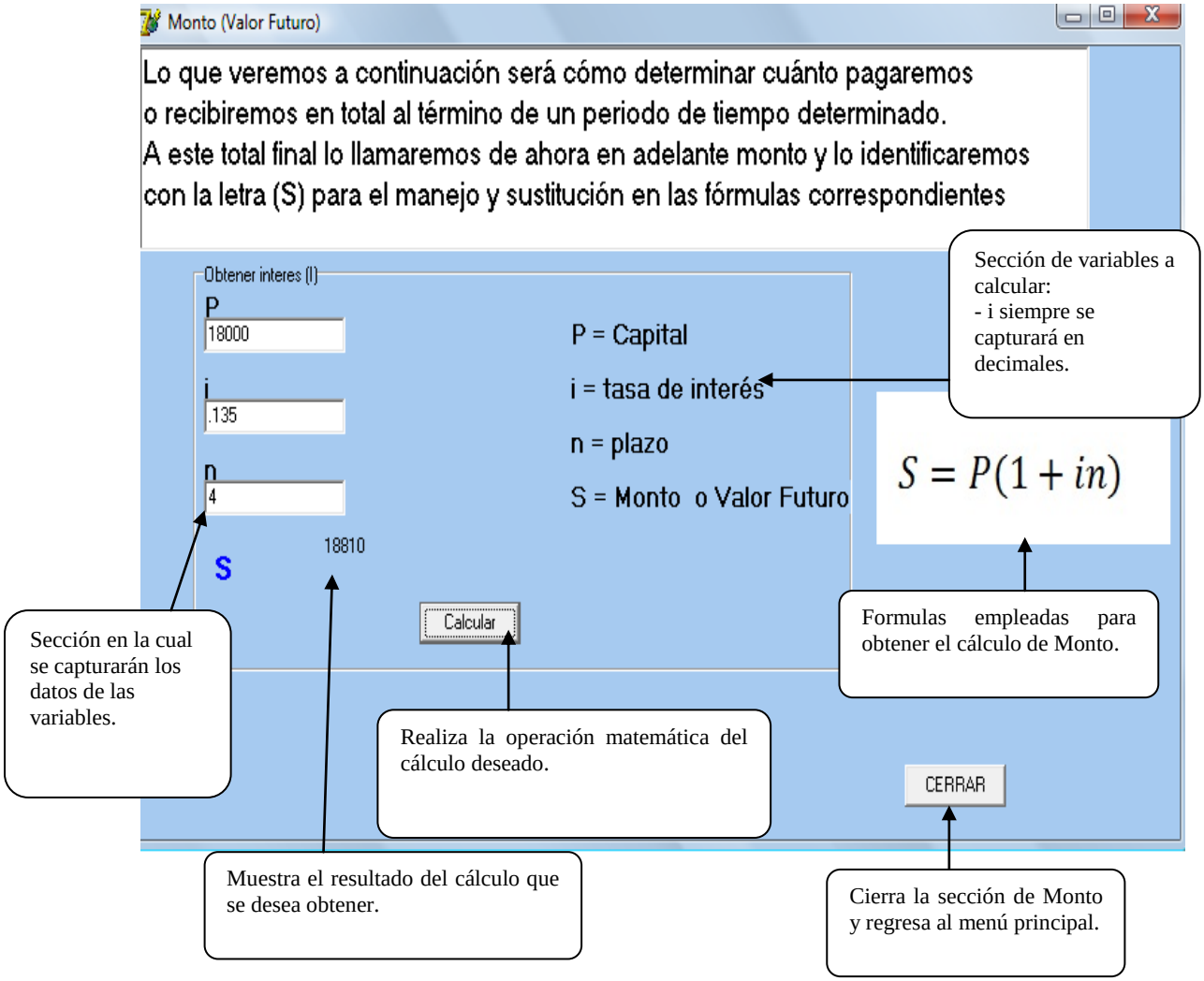
Aplicación de la fórmula para obtener el Monto (Valor futuro) del interés simple:

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$18,000.00(1+((.135)(4/12)))$$
$$S = \$18,000.00(1+((.135)(.333333)))$$
$$S = \$18,000.00(1+.045)$$
$$S = \$18,000.00(1.045)$$
$$S = \$18,809.99$$

Redondeando $18,810.00

## Realicemos la misma operación en el simulador financiero:



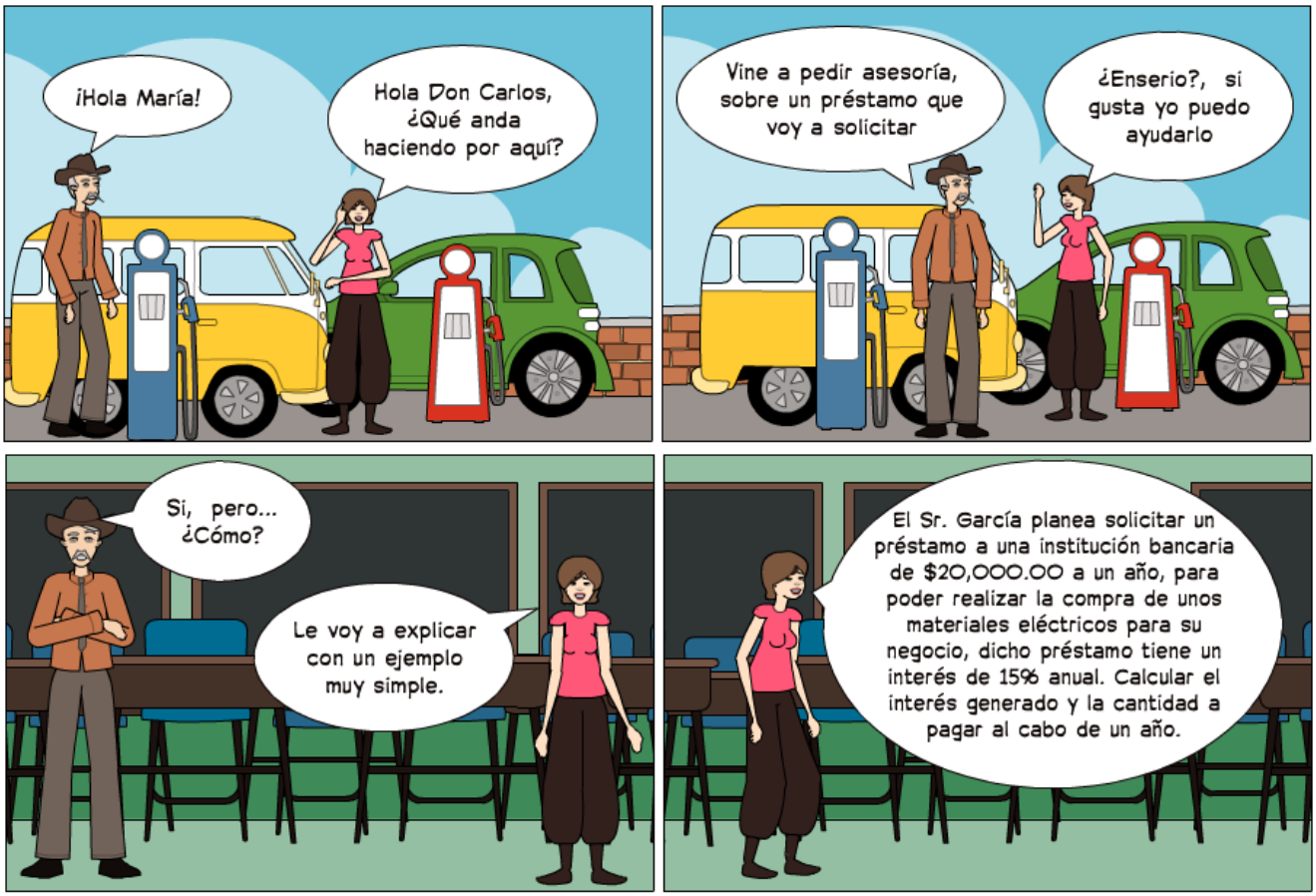

Descargar simuladores gratis en:

http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/

## 1.1.7. A manera de repaso general

### INTERES SIMPLE

### Problema 1.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Interés Simple:

$$I = P * i * n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $20,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 15%
**n(Plazo) = 12meses =** 1año
**I (Interés Ganado) =**?

Podemos desarrollar la Solución de este problema, sustituyendo los valores conocidos en la fórmula:

$$I = \$20{,}000 * 0.15 * 1$$

$$\boldsymbol{I = \$3{,}000}$$



Con la fórmula anterior podemos calcular el Interés Ganado, y despejándola podemos conocer el Capital, la Tasa de Interés y Número de plazos.

| Capital | Tasa de Interés | Número de plazos o Periodo |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$ | $i = \frac{I}{Pn}$ | $n = \frac{I}{Pi}$ |
| $P = \frac{\$3{,}000}{0.15 * 1}$ | $i = \frac{\$3{,}000}{\$20{,}000 * 1}$ | $n = \frac{\$3{,}000}{\$20{,}000 * 0.15}$ |
| $\boldsymbol{P = \$20{,}000}$ | $\boldsymbol{i = 0.15 = 15\%}$ | $\boldsymbol{n = 1}$ |



Ahora para conocer el valor del monto a pagar a cabo de un año se aplica la siguiente fórmula:

$$S = P(1 + in)$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $20,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 15%
**n(Plazo) = 12meses =** 1año
**S(monto)=?**

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

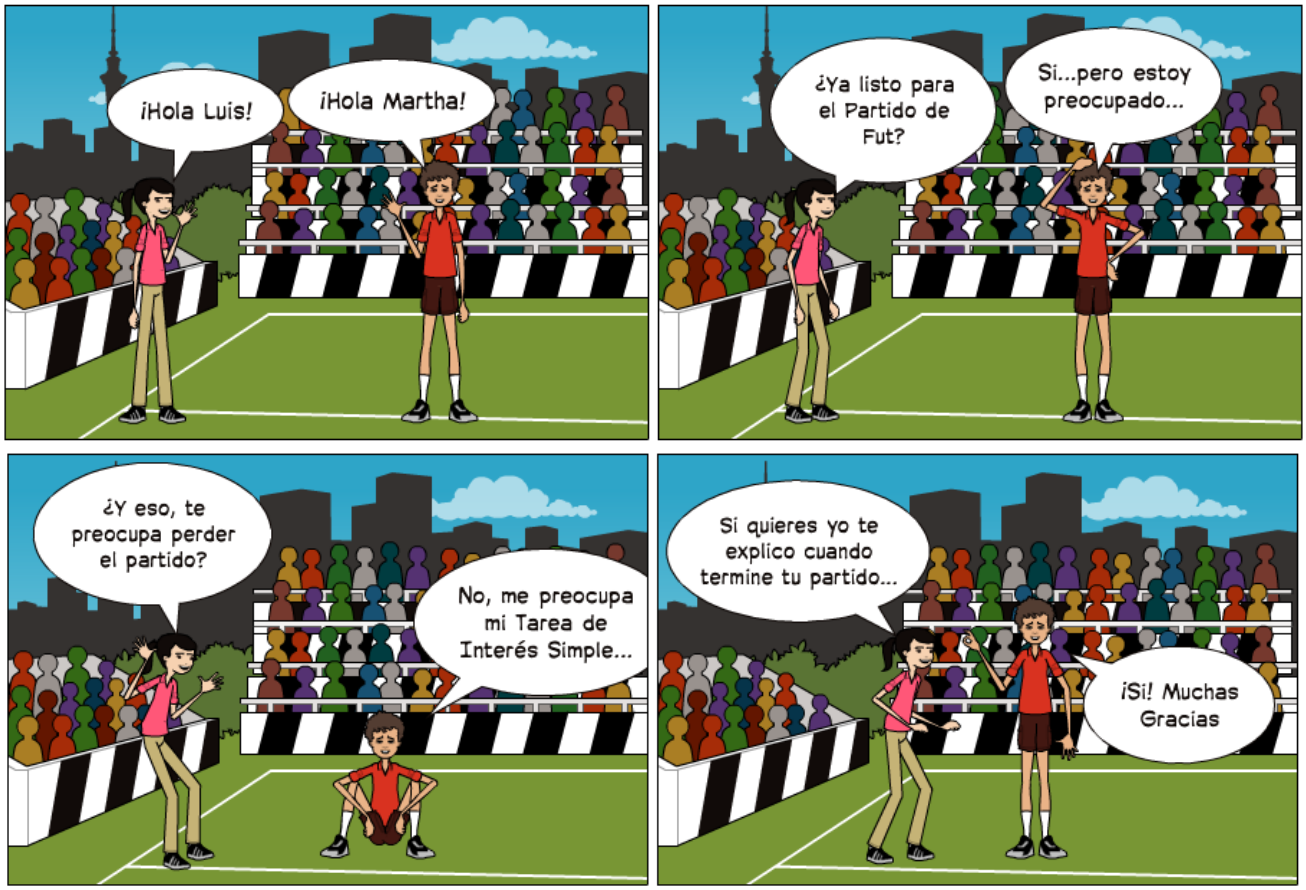
$S = \$20{,}000(1 + (.15 * 1))$

$S = \$20{,}000(1.15)$

$\boldsymbol{S = \$23{,}000.00}$

Por los $20,000.00 que el Sr. García quedó a deber a la institución bancaria, al cabo de un año con una tasa de interés del 15%, deberá pagar la cantidad de $23,000.00 para liquidar la deuda que tiene con el Banco.

## Problema 2.-




Más tarde en Casa de Martha...





Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Interés Simple:

$$I = P * i * n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $12, 000.00
**i(Tasa de Interés) =** 36 % anual
**n(Plazo)** = 4 meses
**I (Interés Ganado) =**?

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula:

$$I = \$12{,}000 * \frac{0.36}{12} * 4$$

$$\boldsymbol{I = \$1,440.00}$$

Con la fórmula anterior podemos calcular el Interés Ganado, y despejándola podemos conocer el Capital, la Tasa de Interés y Número de plazos.



| Capital | Tasa de Interés | Número de plazos o Periodo |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$<br><br>$P = \frac{\$1{,}440.00}{\frac{0.36}{12} * 4}$<br><br>$\boldsymbol{P = \$12,000}$ | $i = \frac{I}{Pn}$<br><br>$i = \frac{\$1{,}440.00}{\$12000 * 4}$<br><br>$\boldsymbol{i = 0.03 = 3\%\ mensual}$ | $n = \frac{I}{Pi}$<br><br>$n = \frac{\$1{,}440.00}{\$12{,}000 * \frac{0.36}{12}}$<br><br>$\boldsymbol{n = 4}$ |

Y el monto...

$$S = P(1 + in)$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $12,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 36%
**n(Plazo) = 4 meses**
**S(monto)=?**

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$$S = \$12{,}000(1 + in)$$

$$S = \$12{,}000(1.12)$$

$$\boldsymbol{S = \$13,440.00}$$

## Problema 3.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Interés Simple:

$$I = P * i * n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $230,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 11%
**n(Plazo) = 12meses =** 1año
**I (Interés Ganado) =**?

Podemos desarrollar la Solución de este problema, sustituyendo los valores conocidos en la fórmula:

$$I = \$230{,}000 * 0.11 * 1$$

$$\boldsymbol{I = \$25,300}$$



Con la fórmula anterior podemos calcular el Interés Ganado, y despejándola podemos conocer el Capital, la Tasa de Interés y Número de plazos.

| Capital | Tasa de Interés | Número de plazos o Periodo |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$<br><br>$P = \frac{\$25,300}{0.11 * 1}$<br><br>$\boldsymbol{P = \$230,000}$ | $i = \frac{I}{Pn}$<br><br>$i = \frac{\$25,300}{\$230,000 * 1}$<br><br>$\boldsymbol{i = 0.11 = 11\%}$ | $n = \frac{I}{Pi}$<br><br>$n = \frac{\$25,300}{\$230,000 * 0.11}$<br><br>$\boldsymbol{n = 1}$ |



Ahora para conocer el valor del monto a pagar a cabo de un año se aplica la siguiente fórmula:

$$S = P(1 + in)$$

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$S = \$230,000(1 + (.11 * 1))$

$S = \$230,000(1.11)$

$\boldsymbol{S = \$255,300.00}$

Por los $230,000.00 que el Sr. Roberto quedo a deber a la institución bancaria, al cabo de un año con una tasa de interés del 11%, deberá pagar la cantidad de $255,300.00 para liquidar la deuda que tiene con el Banco.

## Problema 4.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Interés Simple:

$$i = \frac{I}{Pn}$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $150, 000.00
**i(Tasa de interés) =** ¿
**n(Plazo)** = 3 meses 3/12meses= 0.25
**I (Interés Ganado) =**$2,437.50

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula:

$$i = \frac{\$2,437.50}{(\$150,000.00)0.25}$$

$$i = 0.065 = 6.5\% \textit{ tasa de interés anual}$$



Con la formula anterior se puede despejar para conocer las siguientes variables, lo cual sirve de comprobación.

| Capital | Interés Ganado | Número de plazos o Periodo |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$<br>$P = \frac{2{,}437.5}{0.065 * 0.25}$<br>$\boldsymbol{P = 150{,}000}$ | $I = P * i * n$<br>$I = 150{,}000 * 0.065 * 0.25$<br>$\boldsymbol{I = 2{,}437.5}$ | $n = \frac{I}{Pi}$<br>$n = \frac{2{,}437.5}{150{,}000 * 0.065}$<br>$\boldsymbol{n = 0.25}$ |

La tasa de interés simple anual que se aplicó en el préstamo de $150,000.00 fue del 6.5% al cabo de 3 meses obteniendo un interés ganado total de 2,437.5.

## Problema 5.-

Después de Clases…






Para calcular el Interés Ganado utilizaremos la siguiente Fórmula:

$$I = P * i * n$$

**Identificando los Datos:**

P= $100,000.00
i= 20%= 0.20
n= 6 meses= 6/12meses= 0.5

Sustitución de valores en la fórmula:

$$I = (\$100{,}000.00)(0.20)(0.5)$$

$$I = (\$100{,}000.00)(0.20)(0.5)$$

$$\boldsymbol{I = \$10.000.00}$$

Por los $100,000.00 que Octavio pidió prestado, al cabo de 6 meses con una tasa de interés del 20% anual, deberá pagar de interés cada mes $10,000.00, esto sumado al capital inicial suma un total a pagar de $110,000.00 para liquidar la deuda.






Para calcular el Capital se debe despejar la fórmula original la cual es:

$$I = P * i * n$$

Quedando de la siguiente manera:

$$P = \frac{I}{in}$$

**Identificando los Datos:**

I=$10,000.00

i= 20%=0.20

n= 6 meses= 6/12= 0.5

Sustitución de valores en la fórmula:

$$P = \frac{\$10,000.00}{(0.20)(0.5)}$$

$$P = \frac{\$10,000.00}{0.1}$$

$$\boldsymbol{P = \$100,000.00}$$



Para calcular el Periodo se debe despejar la fórmula original la cual es:

$$I = P * i * n$$

Quedando de la siguiente manera:

$$n = \frac{I}{Pi}$$

**Identificando los Datos:**

P= $100,000.00

i= 20%=0.20

I=$10,000.00

Sustitución de Valores en la Fórmula:

$$n = \frac{\$10,000.00}{(\$100,000.00)(0.20)}$$

$$n = \frac{\$10,000.00}{20,000}$$

$$\boldsymbol{n = 0.5}$$



Para calcular la Tasa de Interés se debe despejar la fórmula original la cual es:

$$I = P * i * n$$

Quedando de la siguiente manera:

$$i = \frac{I}{Pn}$$

**Identificando los Datos:**

P= $100,000.00

n=6 meses= 6/12= 0.5

I=$10,000.00

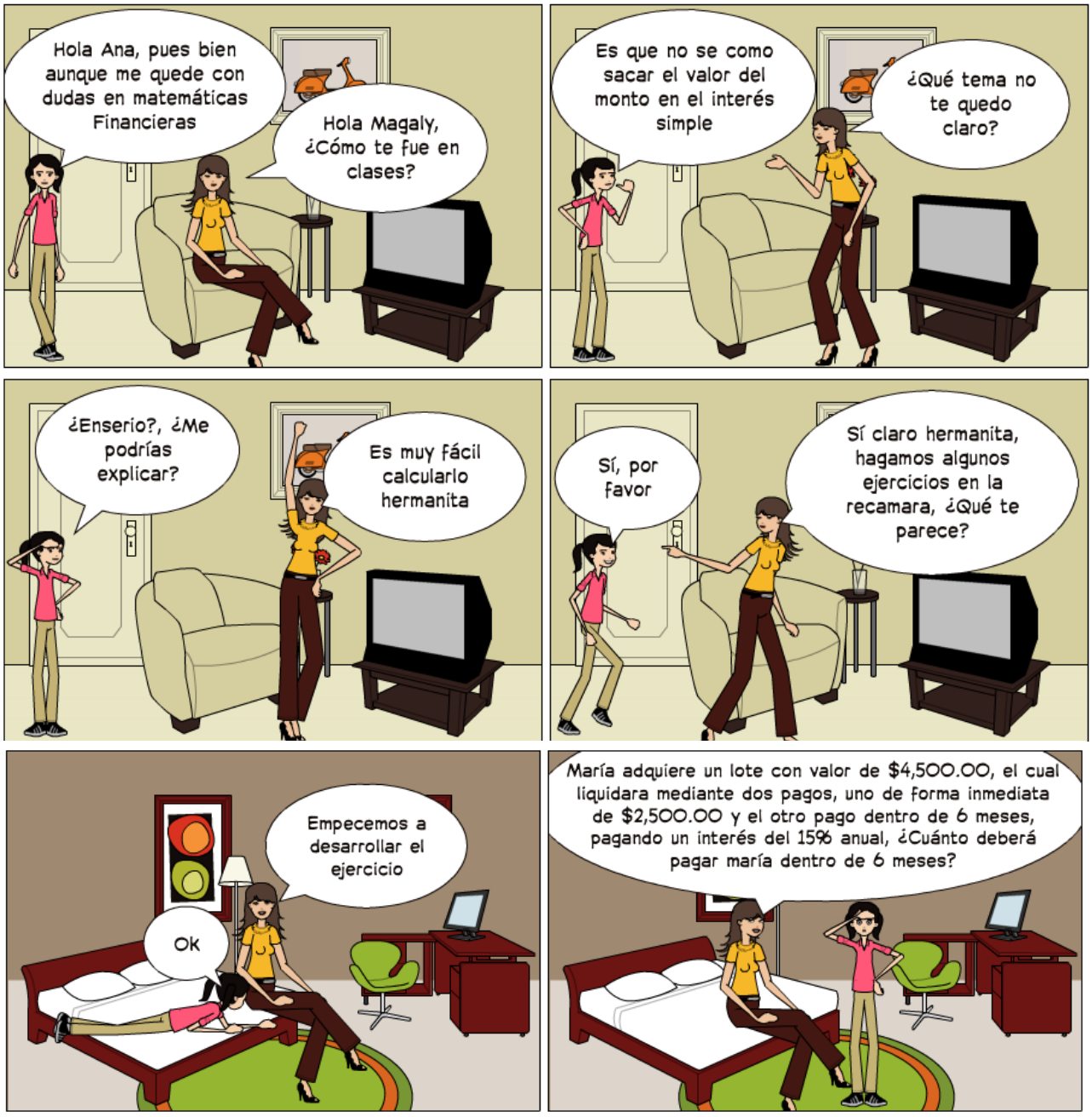
Sustitución de Valores en la Fórmula:

$$i = \frac{\$10,000.00}{(\$100,000.00)(0.5)}$$

$$i = \frac{\$10,000.00}{50,000}$$

$$\boldsymbol{i = 0.2 = 20\%}$$

## Problema 6.-


Hola Ana, pues bien aunque me quede con dudas en matemáticas Financieras
Hola Magaly, ¿Cómo te fue en clases?
Es que no se como sacar el valor del monto en el interés simple
¿Qué tema no te quedo claro?
¿Enserio?, ¿Me podrías explicar?
Es muy fácil calcularlo hermanita
Sí, por favor
Sí claro hermanita, hagamos algunos ejercicios en la recamara, ¿Qué te parece?
Empecemos a desarrollar el ejercicio
Ok
María adquiere un lote con valor de $4,500.00, el cual liquidara mediante dos pagos, uno de forma inmediata de $2,500.00 y el otro pago dentro de 6 meses, pagando un interés del 15% anual, ¿Cuánto deberá pagar maría dentro de 6 meses?



Para calcular el monto futuro a pagar utilizaremos la siguiente Fórmula:

$$S = P(1 + in)$$

**En donde se puede identificar los Datos:**

P= $4,500.00
i= 15%= 0.15
n= 6/12=0.5

Se sustituyen los datos identificados en la fórmula:

$$S = \$4{,}500.00(1 + (0.15)(0.5))$$
$$S = \$4{,}500.00(1 + 0.075)$$
$$S = \$4{,}500.00(1.075)$$
$$S = \$4{,}837.5$$

Por los $4,500.00 que María pagara por adquirir un lote, al cabo de 6 meses con una tasa de interés del 15% anual, obteniendo un monto futuro a pagar de $4,837.5.









Para calcular el valor presente se utiliza la siguiente fórmula:

$$P = \frac{S}{1 + in}$$

Se tienen los siguientes datos:

i= 15%= 0.15
n= 6/12=0.5
S= $4,837.5

Se sustituye los datos identificados en la fórmula:

$$P = \frac{\$4{,}837.5}{1 + (0.15)(0.5)}$$

$$P = \frac{\$4{,}837.5}{1 + (0.075)}$$

$$P = \frac{\$4{,}837.5}{1.075}$$

$$P = \$4{,}500.00$$

## Problema 7.-

La tarde de un domingo como cualquiera, Refugio estaba preocupada pensando en su economía y llego Sebastián.




A la mañana siguiente, Refugio Fue al Banco para ver lo de su crédito….





Ahora calcularemos cual será el Interés que pagaras por el préstamo de $18,700.00, con un plazo de 6 meses, y un interés anual del 23%.

Fórmula para calcular el interés simple: $I = P * i * n$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula, se obtiene:

$$I = 18{,}700 * 0.23 * (\frac{6}{12})$$

$$I = 18{,}700 * 0.23 * .5$$

$$\boldsymbol{I = 2,150.50}$$

Con la fórmula anterior podemos conocer el Capital, la Tasa de Interés y Número de plazos.



| Capital | Tasa de Interés | Número de plazos o Periodo |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$<br><br>$P = \frac{2{,}150.50}{0.23 * .5}$<br><br>$\boldsymbol{P = 18,700.00}$ | $i = \frac{I}{Pn}$<br><br>$i = \frac{2{,}150.50}{18{,}700 * .5}$<br><br>$\boldsymbol{i = 0.23 = 23\%}$ | $n = \frac{I}{Pi}$<br><br>$n = \frac{2{,}150.50}{18{,}700 * 0.23}$<br><br>$\boldsymbol{n = .5\ años = 6\ meses}$ |



Ahora quiero conocer el valor del monto a pagar, al finalizar el plazo de los 6 meses:

$S = P(1 + in)$

En la cual sustituimos: $S = 18{,}700.0(1 + \frac{0.23}{12})\ 6$

$S = 18{,}700(1.120653278)$

$\boldsymbol{S = \$20{,}956.2163}$

Sra. Refugio pagará al finalizar el plazo de 6 meses con una tasa de interés del 23%, la cantidad de $20,956.2163 para liquidar la deuda que tiene por el préstamo solicitado.

## Problema 8.-

Luis es buenísimo en Matemáticas… por lo cual Ely acudió a él para su asesoría




A la mañana siguiente, Luis se acercó a Ely para explicarle como saber a qué plazo le ofrecieron su préstamo….





Utilizaremos la siguiente fórmula para calcular el plazo: $n = \frac{I}{Pi}$

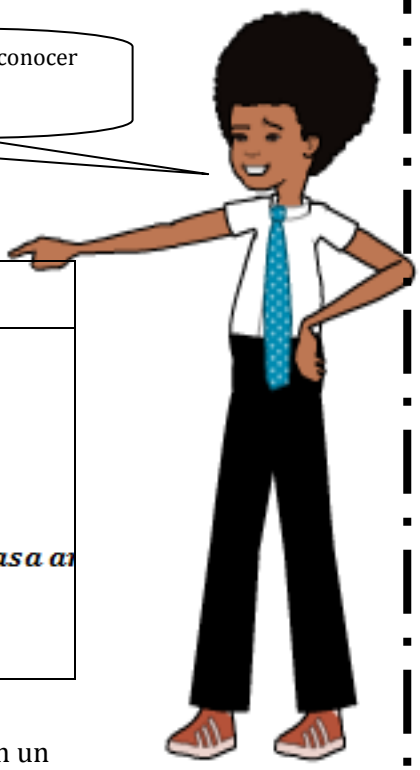
Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula, se obtiene:

$$n = \frac{14{,}193.75}{37{,}850 * 0.375} \qquad n = \frac{14{,}193.75}{14{,}193.75}$$

$$\boldsymbol{n = 1\ año = 12\ meses}$$

Tu plazo es de 12 meses…

Con la fórmula anterior podemos calcular el plazo, y despejándola podemos conocer el Capital, la Tasa de Interés e interés..



| Capital | Interés | Tasa de interés |
|---|---|---|
| $P = \frac{I}{in}$<br>$P = \frac{14{,}193.75}{0.375 * 1}$<br>$\boldsymbol{P = \$37{,}850}$ | $I = P * i * n$<br>$I = 37{,}850 * 0.375 * 1$<br>$\boldsymbol{I = 14{,}193.75}$ | $i = \frac{I}{Pn}$<br>$i = \frac{14{,}193.75}{37{,}850 * 1}$<br>$\boldsymbol{i = 0.375 = 37{,}5\%\ tasa\ a}$ |

El plazo que contrato Elizabeth para el préstamo de $37,850.00 con un Interés del 37.5% anual, fue de 12 meses.

# Fin del Capitulo

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx






# CAPÍTULO II
# INTERÉS COMPUESTO



# 2.1.- INTERÉS COMPUESTO

## 2.1.1. Conceptos básicos y ejercicios:

Recuerda que la metodología para el cálculo del interés compuesto es similar al interés simple. En todo momento se trabajará con la expresión (1+*i*), (1+i *n)……Lo que hace diferente este tema, es desde luego la capitalización de las tasas y el incremento de *"P"* en *"n"* tiempo con *"i"* tasa. De ahí que la variable "*n"*, sale de (1+i*n) y va al exponente $(1+i)^n$

Supongamos que ahorraste $150,000.00 a una tasa del 10% anual (0.83% mensual, o sea 0.0833), a un plazo de un mes. En teoría, tomamos la fórmula del monto del interés simple, quedando de la siguiente manera:

$$S = P(1+in) = \$150,000.00(1+0.00833*1)$$
$$= \$150,000.00(1.00833) = \$151,249.50$$

Supongamos, que nuevamente se quiere invertir la misma cantidad a otro mes y con la misma tasa. Desde luego sin retirar el interés, de lo contrario caemos en el interés simple y de lo que se trata en este tema es de estudiar el interés compuesto.

Entonces tenemos que:

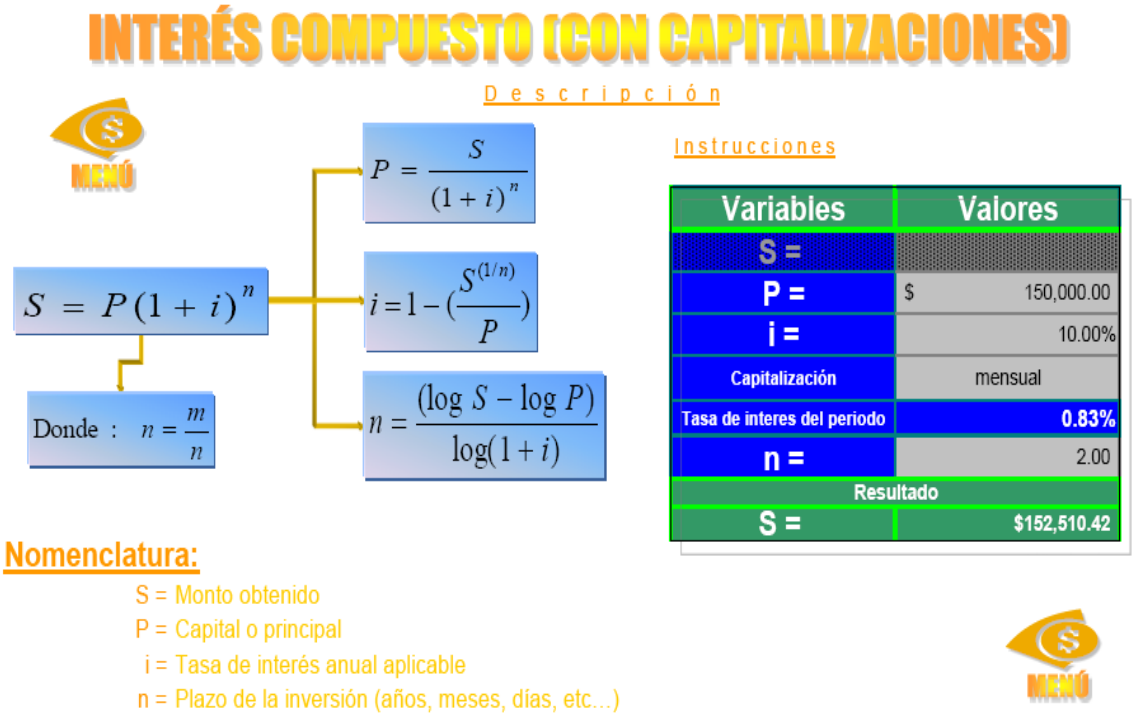
$$S = P(1+in) = \$151,249.50(1+0.0833*1)$$
$$= \$151,249.50*(1.00833)*1 = \$152,509.41$$

El inversionista, nuevamente desea invertir otro mes y con la misma tasa, el importe de su capital. (**Se continúa con el mismo procedimiento anterior.)**

Se imagina que una persona requiera estar calculando 100, 200 o 300 meses…… Es por ello que el interés compuesto, viene a proporcionar una forma simple de poder capitalizar cada uno de los meses en que se desea estar invirtiendo.

De ahí que, tomando la formula de interés simple integramos las capitalizaciones (enviando *n* al exponente). Esto es, el interés ganado en una inversión se integra al capital, lo que se denomina como "la capitalización" y al período en que el interés puede convertirse en capital se le llama período de capitalización.

Como se visualiza con un simulador en Excel el mismo ejercicio resuelto manualmente:




La diferencia en el resultado, es por el redondeo de la tasa (.008 ó .008333)

Otro ejemplo de un simulador que se puede descargar en:
http://www.garciasantillan.com/

Sección DESCARGA DE SIMULADORES:
http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc

En la práctica financiera, los períodos de capitalización más comunes son los mensuales, trimestrales, semestrales y anuales, aunque no por ello, se excluya a los bimestrales y cuatrimestrales. El Sistema Financiero Mexicano (Al igual que el internacional), opera con instrumentos de deuda e inversión, cuyos plazos son de: 7, 14, 28, 91 o 182 días.

**En resumen:** el interés compuesto, lo utilizaremos en operaciones a largo plazo y a diferencia del interés simple *(el interés simple no se capitaliza),* el interés generado en cada período se incluye al capital.

Para comprender mejor, resolvamos un ejercicio simple con ambos métodos (interés simple e interés compuesto)

Datos:

$P = \$100{,}000.00$
$i = 15\%$ anual
$n =$ dos meses

**Puedes comprobar, calculando el interés de un mes, y posteriormente, calcular el segundo y coincide con el resultado obtenido en el interés compuesto ($101,250.00 y $102,515.625 respectivamente)**

**Con interés simple**

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$100{,}000.00\left(1+\frac{0.15}{12}*2\right)$$

$$S = \$100{,}000.00(1.025) = \$102{,}500.00$$

**Con interés compuesto**

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = \$100{,}000.00(1+0.0125)^2$$

$$S = \$100{,}000.00(1.02515625) = \$102{,}515.63$$

**NOTE LA DIFERENCIA**

**NOTA IMPORTANTE:**

**EL CAPITAL NO PERMANECE FIJO A LO LARGO DEL TIEMPO, ESTE SE INCREMENTA AL IGUAL QUE EL INTERÉS QUE GENERA LA INVERSIÓN, DE IGUAL FORMA AUMENTA EN CADA CAPITALIZACIÓN.**

Así, si denotamos por "*i*" a la tasa de interés por el período de capitalizaciones, el monto del capital invertido después de "*n*" períodos de capitalización es

$$S = P(1+i)^n$$

En esta fórmula, la tasa de interés se especifica por el período de capitalización. En la práctica financiera, lo más común es expresar la tasa de interés de forma anual e indicando el período de capitalización.

Ejemplo de ello, podemos decir que tenemos una tasa del 18% anual capitalizable mensualmente. O la misma tasa del 18% capitalizable semestralmente, trimestralmente, bimestralmente.

CUANDO LA TASA DE INTERÉS SE EXPRESA DE MANERA ANUAL, SE REFIERE A LA **TASA NOMINAL, de ahí la necesidad de dividir la tasa anual por el tipo de capitalización en el ejercicio.**

**Ejemplo de ello tenemos: Si la tasa anual es del 12% y las capitalizaciones son:**



| | |
|---|---|
| Diario | 12%/360 ó 12%/365 (interés ordinario o interés exacto) |
| Semanal | 12%/52.1428571 semanas = 0.23013699 |
| Quincenal | 12%/24.33333 quincenas = 0.4931507 |
| Mensual | 12/12= 1% ó .01 |
| Bimestral | 12/6 = 2% ó .02 |
| Trimestral | 12/4 = 3% ó .03 |
| Cuatrimestral | 12/3= 4% ó .04 |
| Semestral | 12/2= 6% ó .06 |
| | |

**Cuando la tasa de interés se especifica nominalmente, se tiene**

$$S = P(1+\frac{i}{m})^{n}$$

En donde *"i"* es la tasa nominal, *"m"* el tipo de capitalización por año y "*n*" el número de capitalizaciones que comprende el plazo de la inversión.

**Pero, ¿Qué fórmula debemos utilizar?**



$$S = P(1+i)^{n} \quad \text{ó} \quad S = P(1+\frac{i}{m})^{n}$$

**EJERCICIOS**

Desarrolle los siguientes casos (con ambos procedimientos)

| | |
|---|---|
| ***P:*** **$100,000.00**<br>***i:*** **14% anual capitalizable mensualmente**<br>***n:*** **plazo de la inversión 3 años**<br>***m:*** **mensual**<br><br>**.14/12= 0.01166667** | ***P:*** **$100,000.00**<br>***i:*** **14% anual capitalizable trimestralmente**<br>***n:*** **plazo de la inversión 3 años**<br>***m:*** **trimestral**<br><br>**.14/4= 0.035** |

**De esta forma tenemos:**

Capitalizable mensualmente (se incluye directamente la tasa mensual)

$$S = P(1+i)^{n} \quad S=\$100{,}000.00(1+0.011666)^{36}$$

$$\mathbf{S = \$100{,}000(1.5182666)} \quad \$151{,}826.66$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto, se tiene

$$S = P(1+\frac{i}{m})^{n} \quad S=\$100{,}000.00(1+\frac{0.14}{12})^{36} \quad S=\$151{,}826.66$$

**Capitalizable trimestralmente (se incluye directamente la tasa trimestral):**

$$S = P(1+i)^{n} \; S=\$100{,}000.00(1+0.035)^{12}$$
$$S=\$100{,}000.00(1.035)^{12} \; S=\$100{,}000.00(1.511068)$$
$$S=\$151{,}106.80$$

Ahora con la fórmula del monto compuesto se tiene

$$S = P(1+\frac{i}{m})^{n} \quad S=\$100{,}000.00(1+\frac{0.14}{4})^{12} \; S=\$100{,}000.00(1.511068)$$
$$S=\$151{,}106.80$$

Como podrán ver, es lo mismo sólo que dependerá como lo deseas representar……..Todos esto cálculos son demasiado simples

**Visualicemos un ejemplo más:** La compañía "XFGT", adeuda $345,786.80 de un préstamo que recibió a 6 meses, tasado a una "*i*" nominal del 21.35%, capitalizable mensualmente. ¿Qué monto debe liquidar al vencimiento?

$$i = .2135/12 = 0.01779166667$$
$$S = P(1+i)^{n} \; S=\$345{,}786.80(1.01779166667)^{6}$$
$$S=\$345{,}786.80(1.111612297) \quad S=\$384{,}380.86$$

**Ahora otro ejemplo, que muestre mayor complejidad:**

Una persona invierte $20,000.00 a una tasa del 15% nominal capitalizable bimestralmente. Como sabe que el dinero lo ocupará, hasta pasados 1,250 días (fecha en que se casará) lo invierte a 1,246 días. El planteamiento, es muy simple, además que la formula se puede representar de la siguiente forma.

Con interés ordinario 360: $S = P(1+\frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{360}*m)}$

Con interés exacto 365: $S = P(1+\frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{365}*m)}$

Si "*n*" es el plazo de la inversión, y "*m*" es la capitalización, es necesario adecuar la ecuación, a los datos requeridos: **(tomaremos el interés ordinario)**

$S = P(1+\frac{i}{m})^{n=(\frac{t}{360}*m)}$ Calcular la tasa bimestral

$S = P(1+\frac{0.15}{6})^{n=(\frac{1246}{360}*6)}$ Calcula el periodo de la inversión, en

*ó*

$S = P(1+\frac{0.15}{6})^{n=(\frac{1246}{60})}$ El exponente puede ser manejado en ambos formatos

$S = \$20,000.00(1+0.025)^{n=(20.76666667)}$ $S = 20,000.00(1.669932581)$

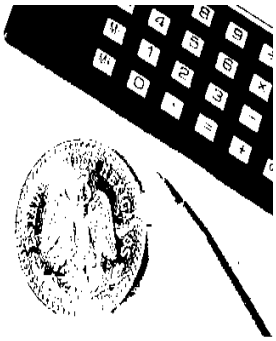
$S = \$33,398.65$





Pasados los 1,250 días que se diera de plazo para casarse, al galán del ejemplo anterior lo dejaron plantado en la Iglesia, por lo que ya no hubo boda. Con profundo dolor y totalmente consternado, decide invertir la cantidad de $33,398.65 en pagarés a 14 días capitalizable en el mismo tiempo.

Sus asesores financieros estiman que la tasa de interés nominal de los pagarés se mantendrá en el 15% anual. ¿En cuánto tiempo triplicara su inversión, para ver si corre con mejor suerte, en eso que denominamos "matrimonio"?



*Donde:*

***i=*** tasa nominal
***$i_p$=*** tasa de los pagarés a 14 días
***P:*** inversión
***n:*** plazo

Primeramente calculemos la tasa nominal de los pagarés (*interés ordinario*).

$$i_p : \left(i*\frac{t}{360}\right)*100 \qquad i_p : \left(.15*\frac{14}{360}\right)*100 \qquad i = 0.5833333 \text{ Cada 14 días}$$

**Así:** $P(1+i)^n$ $\quad P\,(1+0.0058333)^n = P\,(1.0058333)^n$

Entonces la inversión se triplica cuando el monto de la inversión, esté dado por *3P.* Para ello, se debe despejar *n*

$$P(1+i)^n = 3P$$
$$P\,(1+0.0058333)^n = 3P$$
$$(1.0058333)^n = 3$$

Al pasar ***P*** al lado derecho, se cancela

## AHORA APLICAMOS LOGARITMOS

$\text{Log}\,((1.0058333)^n) = \text{Log}\,(3)$ $\qquad$ Si $log\,(x^b) = b\,log(x)$

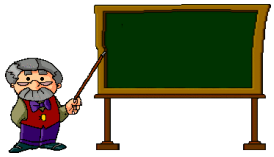
Entonces:

$n\log\,((1.0058333) = log(3)$

Pasa dividiendo

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.0058333)} \qquad n = \frac{0.4771212}{0.0025260} = 188.8824159$$

El galán requiere de 188.8824159 períodos de 14 días para que su inversión se triplique. Algo así como 7.345427261 años, ó 2644.35 días, 63464.49 horas, 3'807,869.49 minutos, 228'472,169.5 segundos……. Y le podemos seguir, lo que mejor debemos hacer es sugerirle, que cancele la idea de casarse y se vaya de monje.



*Sólo por curiosidad… ¿Cómo podremos comprobar lo dicho anteriormente?*

***S=?***
***i=*** tasa nominal
***$i_p$:*** tasa de los pagarés a 14 días
***P:*** inversión
***n:*** plazo

$$i_p : 15 * \frac{14}{360}$$

$$S = \$33,398.65(1+0.0058333)^{188.8824159}$$

$$S = \$33,398.65(2.9999999) = \$100,195.95$$

S= $100,195.95 (que es lo mismo si sumamos tres veces la cantidad de: $33,398.65+$33,398.65+$33,398.65= $100,195.95)

COMO UNA NOTA:

## LOGARITMOS COMUNES Y NATURALES

En teoría se sabe que los valores posibles para la base de un logaritmo son ilimitados: para nuestro caso utilizaremos los más usuales, los de base 10 y los de base *e*. El de base *e* es igual a 2.71828. En la calculadora financiera se evalúan con ambas bases. Para la base 10 con la tecla **Log** y los de base *e* con la tecla **Ln** los primeros son logaritmos comunes o decimales, mientras que los segundos, son conocidos como logaritmo natural o neperiano.

Su expresión es la siguiente:

$$\text{Log}_{10}(x) = \text{Log}(x) \qquad y \qquad \text{Log}_e(x) = \text{Ln}(x)$$

## 2.1.2. Valor presente y futuro

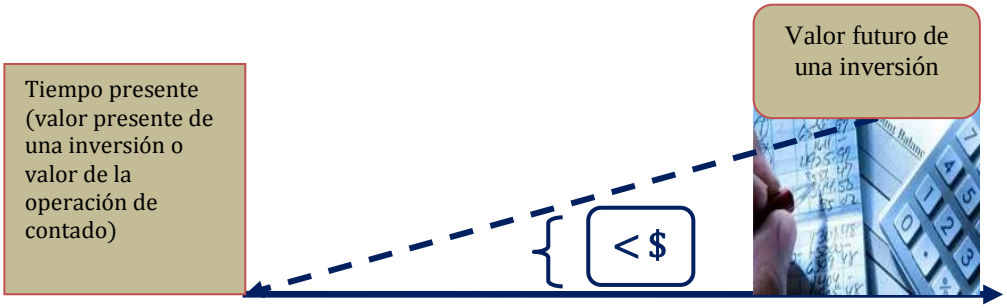
El valor futuro es el valor que tendrá una inversión en un tiempo posterior (del presente al futuro) y cuyo monto aumenta a medida que aumenta la tasa de interés y el tiempo. El incremento está en función de las capitalizaciones, las cuales pueden ser mensuales, bimestrales, trimestrales, anuales, así como cada semana, quince días, 21 días entre otros.

Ejemplificando con una línea de tiempo, se visualiza de la siguiente forma:




El valor presente es el valor que tendrá una inversión en el presente, o sea hoy, (del futuro al presente). El valor presente de la inversión será mayor cuando menor sea la tasa de interés ($i$) y el tiempo o el periodo ($n$).

Ejemplificando con una línea de tiempo, se visualiza de la siguiente forma:



## EJERCICIO PARA COMPRENSIÓN "1"

El Sr. James López Stewart desea invertir la cantidad de $200,000.00 a 4 años y el "Banco La Ilusión Monetaria" le ofrece la tasa Cetes del 7.8% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el valor futuro de la inversión?

**DATOS**

VPinv: $200,000.00
i= 7.8%
n= 4 años  m = 12 meses
VFinv= ¿?

**FORMULA**

$$VF_{INV} = VP_{INV}(1+i)^{n}$$

**CALCULO**

$$VF_{inv} = \$200,000.00(1+{}^{.078}\!/_{12})^{48} = \$200,000.00(1.0065)^{48} =$$

$$VF_{inv} = \$200,000.00(1.3647760) =$$

$$VF_{inv} = \$272,955.22$$

El valor futuro de la inversión al finalizar los 4 años es de $272,955.22

Ahora el Sr. James López Stewart desea saber cuánto fue lo que invirtió para obtener la cantidad de $272,955.22 en el plazo de 4 años y utilizando la tasa de referencia Cetes del 7.8%

**DATOS**

VFinv= $272,955.22
i= 7.8%
n= 4 años  m= 12 meses
VPinv= ¿?

**FORMULA**

$$VP_{inv} = \frac{VF_{inv}}{\left(1+{}^{i}\!/_{m}\right)^{n}}$$

**CALCULO**

$$VP_{inv} = \frac{\$272,955.22}{\left(1+{}^{.078}\!/_{12}\right)^{48}} = \frac{\$272,955.22}{1.3647761} = 199,999.98$$

$$VP_{inv} = \$200,000.00$$

El valor presente de la inversión al inicio de los cuatro años es de $200,000.00

Ahora se desea conocer cuál es el número de períodos en los que se logra acumular la cantidad de $272,955.22 a partir de una inversión inicial de $200,000.00, con la misma tasa Cetes de 7.8% nominal capitalizable mensualmente.

**DATOS**

n= ¿?
VPinv= $200,000.00
VFinv= $272,955.22
i= 7.8%  m= mensual

**FORMULA**

$$n = \frac{LnVf_{inv} - LnVP_{inv}}{Ln\left(1 + {}^{i}\!/_{m}\right)}$$

**CALCULO**

$$n = \frac{LnVf_{inv} - LnVP_{inv}}{Ln\left(1 + {}^{i}\!/_{m}\right)} = \frac{Ln\$272,955.22 - Ln\$200,000.00}{Ln(1+.078)} =$$

$$n = \frac{12.51706303 - 12.20607265}{0.075107472} = \frac{0.31099038}{0.075107472} =$$

$$n = 4.1406$$

El periodo por el cual se realizo la inversión, fue de 4 años

Ahora se desea conocer cuál fue la tasa de interés que en cuatro años permitió acumular la cantidad de $272,955.22 a partir de una inversión inicial de $200,000.00

**DATOS**

n= 4 años
VPinv= $200,000.00
VFinv= $272,955.22
i= ¿? m= ¿?

**FORMULA**

$$i = (VFinv / VPinv)^{1/n} - 1$$

**CALCULOS**

$$i = (VFinv / VPinv)^{1/n} - 1$$

$$i = (\$272,955.22 / \$200,000.00)^{1/48} - 1$$

$$i = (1.3647761)^{0.020833333} - 1$$

$$i = 1.0065 - 1$$

$$i = 0.0065_mensual * 12 = 0.078$$

$$i = 7.8\%$$

La tasa de interés anual (mensual)

## EJERCICIO PARA COMPRENSIÓN "2" (Con ecuaciones Equivalentes)

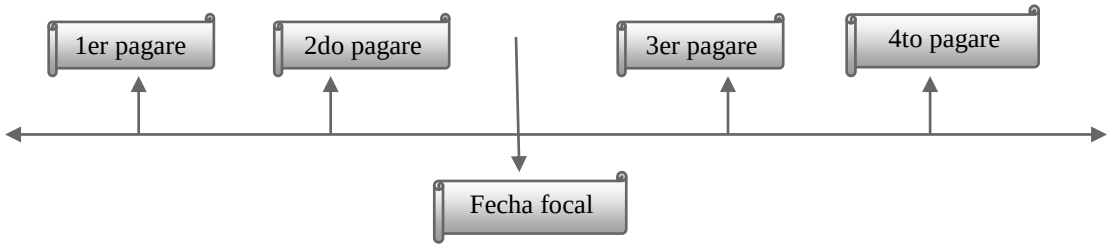
***Interés Compuesto:***

Una firma comercial considera que no podrá cubrir ciertos pagos según las cifras de sus proyecciones financieras y de flujos de efectivo, por lo que fija una fecha focal para renegociar con su acreedor, de tal suerte que los pagares que adeuda se visualizan en una línea de tiempo y tendrán las siguientes fechas en días y vencimiento: un pagare vencido de $50,000.00 a 25 días, un segundo pagaré vencido de $45,000.00 de 40 días, un tercer pagare de $40,000.00 por vencer a 70 días y un último pagare de $20,000.00 a 100 días también por vencer. El acreedor y el deudor han llegado a un acuerdo para renegociar y pagar la deuda antes del tiempo convenido inicialmente, saldándola de la siguiente manera: el primer pago 30 días antes de la fecha focal, el segundo pago 45 días después de la fecha focal y el tercer y cuarto pago 70 días posteriores a la fecha focal.

¿Cuánto deberá pagar si los pagos deben ser iguales, y si la tasa es de 17% nominal exacto, capitalizable quincenalmente?

***Vencimientos:***

(Vencido) 1er pagare $50,000.00 - 25 días / 15 días = 1.666666667
(Vencido) 2do pagare $45,000.00 - 40 días / 15 días = 2.666666667
(Por vencer) 3er pagare $40,000.00 - 70 días / 15 días = 4.666666667
(Por vencer) 4to pagare $20,000.00 - 100 días /15 días = 6.666666667




De la fórmula original, sabemos que tenemos para este caso, cuatro montos (pagares)

1er. Paso valuar la deuda

$$VEo = \sum S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$VEo = \$50,000.00(1+\frac{.17*15}{365})^{1.6666667} + \$45,000.00(1+\frac{.17*15}{365})^{2.6666667} + \frac{\$40,000.00}{(1+\frac{.17*15}{365})^{4.6666667}} + \frac{\$20,000.00}{(1+\frac{.17*15}{365})^{6.6666667}}$$

$$VEo = \$50,000.00(1+\frac{2.55}{365})^{1.6666667} + \$45,000.00(1+\frac{2.55}{365})^{2.6666667} + \frac{\$40,000.00}{(1+\frac{2.55}{365})^{4.666666667}} + \frac{20,000}{(1+\frac{2.55}{365})^{6.6666667}}$$

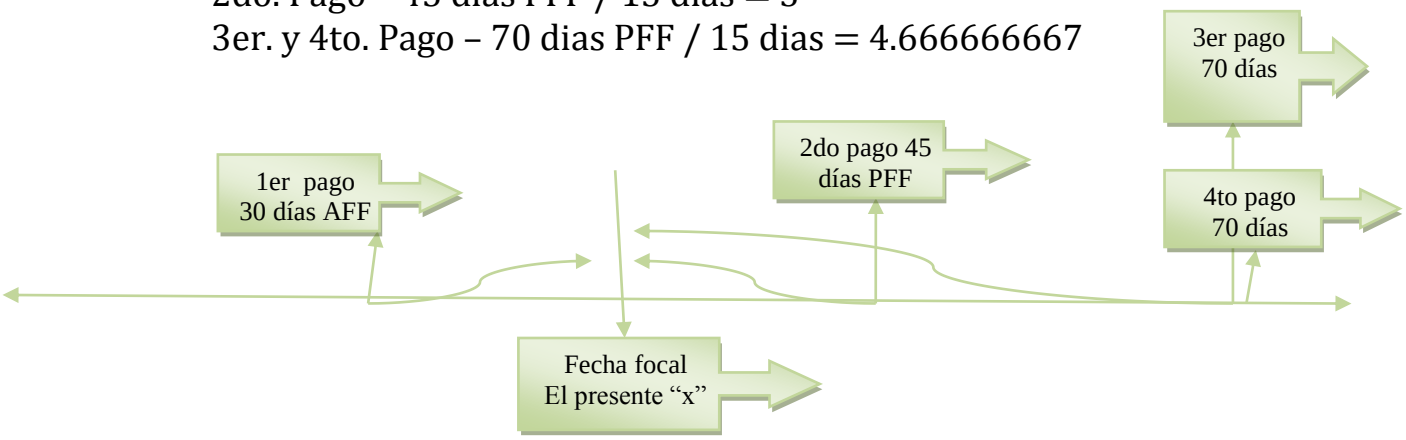
$$VEo = \$50,000.00(1+0.0069863)^{1.6666667} + \$45,000.00(1+0.0069863)^{2.6666667} + \frac{\$40,000.00}{(1+0.0069863)^{4.6666667}} + \frac{\$20,000.00}{(1+0.0069863)^{6.6666667}}$$

$$VEo = \$50,000.00(1.011671) + \$45,000.00(1.018739) + \frac{\$40,000.00}{(1.033023)} + \frac{\$20,000.00}{(1.047507)}$$

$$VEo = \$50,583.55 + \$45,843.25 + \$38,721.31 + \$19,092.95 \qquad VEo = \$154,241.06$$

## Renegociación

1er. Pago – 30 dias AFF = / 15 dias = 2
2do. Pago – 45 dias PFF / 15 dias = 3
3er. y 4to. Pago – 70 dias PFF / 15 dias = 4.666666667




$$VEn = 1(1+\frac{.17*15}{365})^{2} + \frac{1}{(1+\frac{.17*15}{365})^{3}} + \frac{1}{(1+\frac{.17*15}{365})^{4.666666667}} + \frac{1}{(1+\frac{.17*15}{365})^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1+\frac{2.55}{365})^{2} + \frac{1}{(1+\frac{2.55}{365})^{3}} + \frac{1}{(1+\frac{2.55}{365})^{4.666666667}} + \frac{1}{(1+\frac{2.55}{365})^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1+0.0069863)^{2} + \frac{1}{(1+0.0069863)^{3}} + \frac{1}{(1+0.0069863)^{4.666666667}} + \frac{1}{(1+0.0069863)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1.0069863)^{2} + \frac{1}{(1.0069863)^{3}} + \frac{1}{(1.0069863)^{4.666666667}} + \frac{1}{(1.0069863)^{4.666666667}}$$

$$VEn = 1(1.014021) + \frac{1}{1.021105} + \frac{1}{1.033023} + \frac{1}{1.033023}$$

$$VEN = 1.014021 + 0.9793312147 + 0.9680326575 + 0.9680326575$$

$$VEn = 3.92941753 \qquad Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{154,241.06}{3.92941753} \qquad Y = 39,252.90_cada_pago$$

$$por_4_se_paga_en_total = \$157,011.60$$

### 2.1.2.1. Algunos ejercicios para despejar variables de la fórmula del interés compuesto

#### Variable "Monto"

- Se invierte en el banco un capital de $250,000.00 con una tasa del 2.5% trimestral, capitalizable mensualmente ¿Cuál será el monto obtenido, pasado un año y medio?

P=$250,000.00
i=2.5% trimestral
m=Cap mensual
n=18 meses

$$S = \$250,000.00(1+{}^{2.5\%}\!/_{3})^{18}$$
$$S = \$250,000.00(1.0083333)^{18}$$
$$S = \$250,000.00(1.16111233)$$
$$S = \$290,278.08$$

- Se apertura una cuenta de ahorro con un capital de $51,000.00 con un interés del 0.3% mensual, capitalizable cada bimestre, después de tres años ¿Qué saldo tendrá la cuenta?

P=$51,000.00
i=0.3% trimestral
Cap=Bimestral
n=36 meses

$$S = \$51,000.00(1+(0.003\%*2))^{{}^{36}\!/_{2}}$$
$$S = \$51,000.00(1.006)^{18}$$
$$S = \$51,000.00(1.11368828)$$
$$S = \$56,798.10$$

#### Variable "Tiempo"

a) ¿Cuánto tiempo se tendrá que esperar para que el monto se duplique? (51,000.00+51,000.00=102,000.00)

$$n = \frac{Log(2)}{Log(1+(0.003\%*2))} = n = \frac{Log(2)}{Log(1.006)}$$
$$n = \frac{0.30102995}{0.00259798} = n = 115.8707727_bimestres$$
$$n = 231.741516_meses$$

Comprobación

$$S = \$51,000.00(1.006)^{115.8707727}$$
$$S = \$51,000.00(2.00000017)$$
$$S = \$102,000.00$$

- ¿En qué tiempo se triplica un capital de $50,000.00 si consideramos en este momento una tasa de 15% anual capitalizable quincenalmente?

$$n = \frac{Log(3)}{Log(1+{}^{15\%}\!/_{365}*15)} = \frac{Log(3)}{Log(1.00616438)}$$

$$n = \frac{0.47712125}{0.00266894} = 178.768069_quincenas$$

Comprobación

$$S = \$50,000.00(1.00616438)^{178.768069}$$

$$S = \$50,000.00(2.99999807)$$

$$S = \$149,999.90_igual_a_\$150,000.00$$

Que es lo mismo que: $50,000.00 x 3 = $150,000.00

- ¿En qué tiempo un capital de $10,000.00 se quintuplicará, si se considera un interés exacto del 12% semestral con capitalización cada 28 días?

$$n = \frac{Log(5)}{Log(1+(\frac{.12*2*28}{365})} = \frac{1.60943791}{Log(1.01841095)} = \frac{1.60943791}{0.01824352}$$

$$n = 88.21965926_períodos_de_28_días$$

Comprobación

$$S = \$10,000.00(1.018410959)^{88.21965926}$$

$$S = \$10,000.00(5.00000008)$$

$$S = \$50,000.00$$

- Determine el plazo necesario para que una inversión de $5,000.00 alcance los $7,500.00, si la tasa de interés es del 2.5% mensual con capitalizaciones bimestrales

$$n = \frac{Log(\$7,500.00/5,000.00)}{Log(1+(0.025\%*2))}$$

$$n = \frac{Log(1.5)}{Log(1.05)} = \frac{0.40546510}{0.04879016}$$

$$n = 8.31038676_bimestres$$

$$n = \frac{Log(7,500.00) - Log(5,000.00)}{Log(1+(2.5\%*2))}$$

$$= \frac{Log(7,500.00) - Log(5,000.00)}{Log(1.05)}$$

$$= \frac{3.87506126 - 3.69897000}{0.02118929}$$

$$= \frac{0.17609125}{0.02118929}$$

ó

$$= 8.31038935_bimestres$$

Comprobación

$$S = \$5,000.00(1.05)^{8.31038935}$$

$$S = \$5,000.00(1.50000002)$$

$$S = \$7,500.00$$

## Variable "Valor Presente"

- Se tiene una deuda por $25,000.00 que debe ser liquidada en un periodo determinado de tiempo, sin embargo, tres meses antes de su vencimiento se decide pagar, la tasa de descuento otorgada es de 17% anual, capitalizable bimestralmente ¿Cuál será el monto a pagar, si este se liquida por anticipado?

S=$25,000.00
i=17%
Cap= Bimestral
n=3 meses
VP: valor presente a descuento

$$VP = \frac{\$25,000.00}{(1+(\cdot 17\%/6))^{3/2}} = VP = \frac{\$25,000.00}{(1.02833333)^{1.5}}$$

$$VP = \frac{\$25,000.00}{1.04279963} = \$23,973.93$$

Comprobación

$$VF = \$23,973.93(1.04279963)$$

$$VF = \$25,000.00$$

- Se compra a crédito mercancía por $2,500.00 el 25% se paga al contado y el resto se acuerda liquidarlo en una fecha determinada. Pero a los cuatro meses antes del vencimiento se paga la deuda ¿Cuál será el total a liquidar si la tasa de descuento es del .8% mensual con capitalizaciones mensuales?

S=$2,500.00
i=0.8% mensual
Cap= mensual
n=4 meses

$$\$2,500.00 * 25\% = \$625.00$$
$$\$2,500.00 - \$625.00 = \$1,875.00$$
$$VP = \frac{\$1,875.00}{(1+0.008)^4} = \frac{\$1,875.00}{(1.008)^4} = \frac{\$1,875.00}{1.03238605}$$
$$VP = \$1,816.181069$$

Comprobación

$$VF = \$1,816.181069(1.032386052)$$
$$VF = \$1,875.00$$

## Variable "Reestructura de Deudas con Ecuaciones Equivalentes"

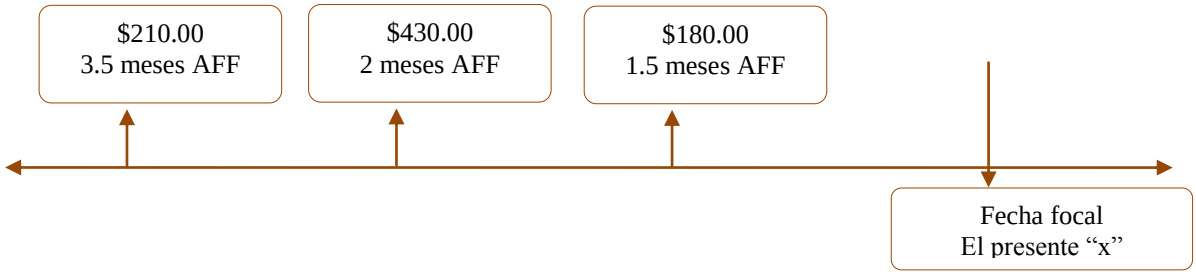
Se adquiere una deuda por la cual fueron signados unos pagarés. Al vencimiento de estos pagarés no se tuvo solvencia económica para liquidarlos, de ahí que antes que lleguen los abogados del Acreedor, se solicita reestructurar la deuda y liquidarlos en otras fechas y en cinco montos iguales en las siguientes fechas: el primero en la FF y los demás cada mes y medio. Se pacta una tasa para la reestructura del 24% anual capitalizable mensualmente

Los documentos vencidos son los siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| $210.00 | 3.5 meses | antes FF |
| $430.00 | 2 meses | antes FF |
| $180.00 | 1.5 meses | antes FF |

Primeramente se debe valuar la deuda original

La línea de tiempo para el VEo es la siguiente




$$VEo = \$210.00(1+(^{24\%}/_{12}))^{3.5} + \$430.00(1+(^{24\%}/_{12}))^{2} + \$180.00(1+(^{24\%}/_{12}))^{1.5}$$

$$VEo = \$210.00(1.07176754) + \$430.00(1.0404) + \$180.00(1.03014950)$$

$$VEo = \$225.07 + \$447.37 + \$185.43$$

$$VEo = \$857.87$$

Posteriormente se debe calcular el coeficiente del nuevo esquema de pagos.

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1+(^{24\%}/_{12}))^{1.5}} + \frac{1}{(1+(^{24\%}/_{12}))^{3}} + \frac{1}{(1+(^{24\%}/_{12}))^{4.5}} + \frac{1}{(1+(^{24\%}/_{12}))^{6}}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{1.03014950} + \frac{1}{1.061208} + \frac{1}{1.09320289} + \frac{1}{1.12616241}$$

$$VEn = 1 + 0.97073288 + 0.94232233 + 0.91474327 + 0.88797138$$

$$VEn = 4.71576987$$

## Finalmente se calcula el importe de cada pago

$$y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{\$857.87}{4.71576987} = \$181.92$$



¿Qué hacer cuando las cuentas no sale bien?

Como reestructurar la deuda, cuando el acreedor no acepta pagos iguales, por el contrario, pide que sean cantidades específicas en cada nuevo pago



## Veamos algunos ejemplos

El Sr. Arturo Hernández Stuart adeuda los siguientes pagarés:

| Pagarés | Fecha de Vencimiento |
|---|---|
| $3,000.00 | 01 de Marzo |
| $20,000.00 | 28 de Mayo |
| $15,000.00 | 15 de Julio |

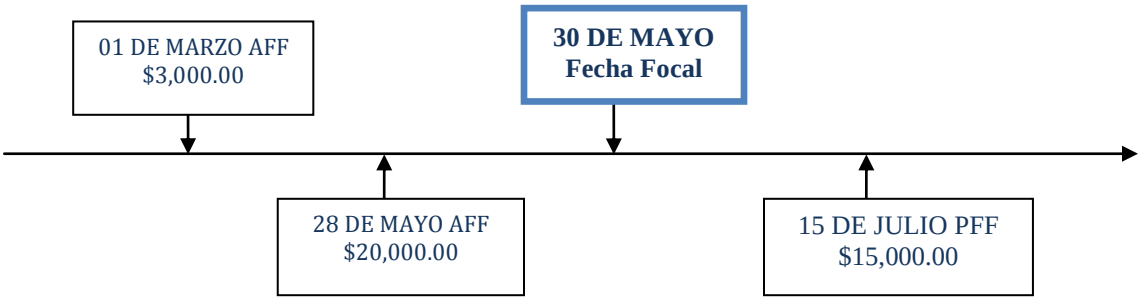
Debido a que el Sr. Hernández Stuart no cuenta con los suficientes recursos para saldar los pagarés en las fechas de su vencimiento, acuerda con su acreedor reestructurar la deuda de la manera siguiente:

| Número de Pago | Monto | Fecha |
|---|---|---|
| 1 | $3,000.00 | 28 mayo |
| 2 | ? | 13 de julio |
| 3 | $15,000.00 | 25 de julio |

La fecha focal que se acordó, será el 30 de mayo del mismo año de vencimiento de los pagarés.

Para la reestructura, se utilizará la tasa del 20% capitalizable cada 13 días. (Utilizar el interés ordinario)

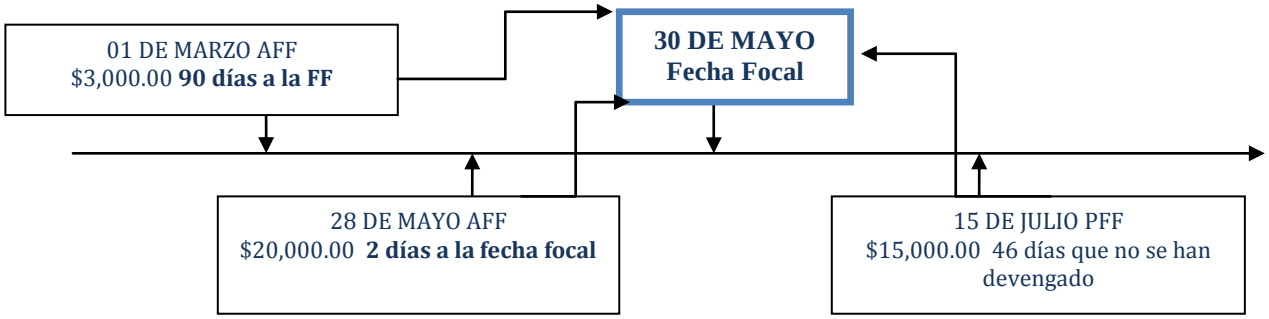
Como se visualiza la línea de tiempo de la deuda original



El teorema para valuar la deuda original, se establece como:

$$VEo = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+(i/m))^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$

**Los días antes del vencimiento y los días por vencer:**




**Se resuelve de la siguiente forma:**

$$VEo = \$3,000.00\left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{90}{13}} + \$20,000.00\left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{2}{13}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{46}{13}}}$$

$$VEo = \$3,000.00\left(1.0072222\right)^{6.9230769} + \$20,000.00\left(1.0072222\right)^{0.1538461} + \frac{\$15,000.00}{(1.0072222)^{3.5384153}}$$

$$VEo = \$3,000.00\left(1.05108220\right) + \$20,000.00\left(1.00110773\right) + \frac{\$15,000.00}{1.02579033}$$

$$VEo = \$3,153.25 + \$20,022.15 + \$14,622.87$$

$$VEo = \$37,798.27$$

Ahora los pagos serán en las siguientes fechas y montos, desconociendo uno de los pagos, por lo que deberá calcularse a partir de lo siguiente:



El teorema para el nuevo esquema, se establece como:

$$VEn = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1+(i/m))^{n} + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$

Se desconoce el segundo pago, por lo que ahora la fórmula se presenta de la siguiente forma:

$$VEn = \$3,000.00\left(1.0072222\right)^{\frac{2}{13}} + \frac{S2}{\left(1.0072222\right)^{\frac{44}{13}}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.0072222\right)^{\frac{56}{13}}}$$

$$VEn = \$3,000.00\left(1.0072222\right)^{0.153846154} + \frac{S2}{\left(1.0072222\right)^{3.384615385}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.0072222\right)^{4.307692308}}$$

$$VEn = \$3,000.00\left(1.001107731\right) + \frac{S2}{\left(1.024655633\right)} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.031484776\right)}$$

$$VEn = \$3,003.32 + \frac{S2}{1.0246555} + \$14,542.15$$

**¿Cuál es el valor del pagaré del 13 de julio?**

$$S_2 = \frac{VEo - (S_1 + S_3)}{1.0246555}$$

$$S_2 = \frac{\$37,798.27 - (\$3,003.32 + \$14,542.15)}{(1.024655633)}$$

$$S_2 = \frac{(\$37,798.27 - \$17,545.47)}{1.024655633}$$

$$S_2 = \frac{\$20,252.80}{1.024655633}$$

$$S_2 = \$19,765.47$$

EL VALOR DEL SEGUNDO PAGARÉ ES DE: **$19,765.47**



**Resolvamos** Ahora otro ejercicio con 4 pagos de deuda original y cuatro pagos reestructurados, desconociendo el monto de uno de ellos.

**Se tienen los siguientes pagarés:**

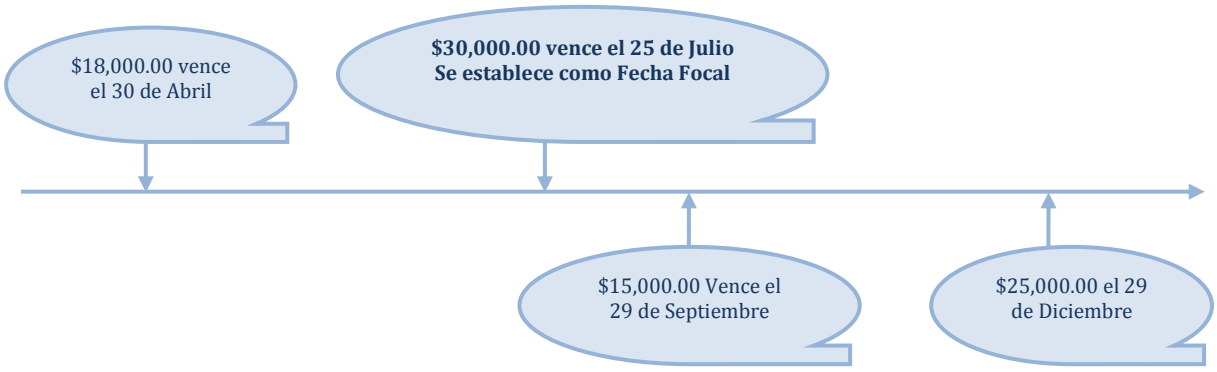
| PAGARÉS | FECHA DE VENCIMIENTO |
|---|---|
| $18,000.00 | 30 de abril |
| $30,000.00 | 25 de julio |
| $15,000.00 | 29 de septiembre |
| $25,000.00 | 29 de diciembre |

**Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:**

| NÚMERO DE PAGO | MONTO | FECHA |
|---|---|---|
| 1 | $18,000.00 | 25 de julio |
| 2 | $30,000.00 | 8 de agosto |
| 3 | Se desconoce el monto | 30 de septiembre |
| 4 | $15,000.00 | 24 de octubre |

Se estableció el 25 de julio como fecha focal
Tasa bimestral del 1.2% con una capitalización mensual.

La línea de tiempo para valuar la deuda se visualiza de la siguiente forma:




El teorema es:

$$VE_o = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+(i/m))^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$

$$VEo = \$18,000.00\left(1+\frac{.012}{2}\right)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{\left(1+\frac{.012}{2}\right)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{\left(1+\frac{.012}{2}\right)^{\frac{157}{30}}}$$

$$VEo = \$18,000.00\left(1.006\right)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{\left(1.006\right)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{\left(1.006\right)^{\frac{157}{30}}}$$

$$VEo = \$18,000.00\left(1.006\right)^{\frac{86}{30}} + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{\left(1.006\right)^{\frac{66}{30}}} + \frac{\$25,000.00}{\left(1.006\right)^{\frac{157}{30}}}$$

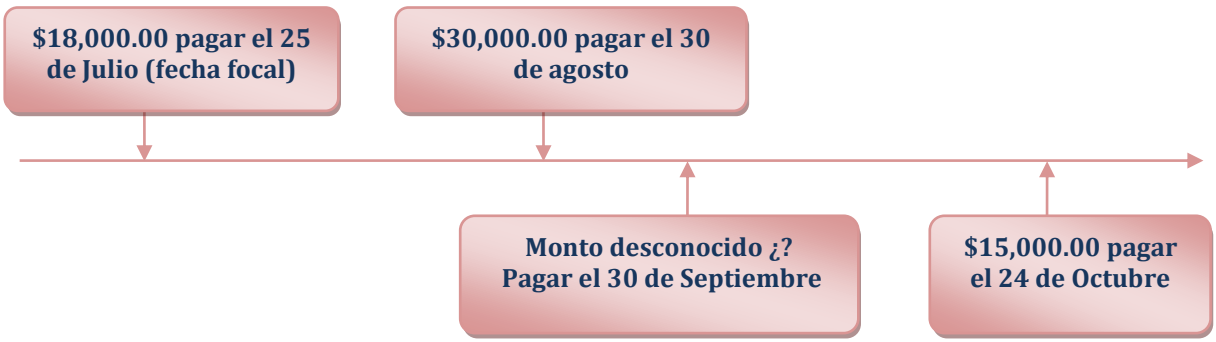
$$VEo = \$18,000.00(1.0171296487) + \$30,000.00 + \frac{\$15,000.00}{(1.013247539)} + \frac{\$25,000.00}{(1.031801367)}$$

$$VEo = \$18,308.33 + \$30,000.00 + \$14,803.88 + \$24,229.47$$

$$VEo = \$87,341.68$$

El teorema para el nuevo esquema, así como la línea de tiempo se establece como:

$$VEn = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1+(i/m))^{n} + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$



$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00\left(1+(.012/2)\right)^{\frac{36}{30}} + {S_3}/{(1+(0.012/2))^{67/30}} + {\$15,000.00}/{(1+(0.012/2))^{91/30}}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00\left(1.006\right)^{1.2} + {S_3}/{(1.006)^{2.2333333}} + {\$15,000.00}/{(1.006)^{3.03333333}}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,000.00(1.0072043) + {S_3}/{(1.0134496)} + {\$15,000.00}/{(1.01831124)}$$

$$VEn = \$18,000.00 + \$30,216.13 + \frac{S_3}{(1.0134496)} + \$14,730.27$$

**¿Cuál es el valor del tercer pago?**

$$S_3 = \frac{(VEo - (S_1 + S_2 + S_4)}{1.0134496}$$

$$S_3 = \frac{(\$87,341.68 - (\$62,946.40)}{1.0134496}$$

$$S_3 = \frac{(\$24,395.28)}{1.0134496}$$

$$S_3 = \$24,071.53$$




EL VALOR DEL TERCER PAGO ES: **$24 071.53**

## 2.1.3. EJERCICIOS PARA RESOLVER:

### INTERÉS COMPUESTO

1. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de $3´000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?

2. Manuelito de 8 años recibió un cheque de su abuelo por $3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual y así continuo hasta el final?

3. Los señores Borja se pelearon; y la Sra. de Borja para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa "Fendi", de lo más selecto de la temporada, y cuyo costo fue de $5,689.45. El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer (aunque el pagara más, por este capricho matrimonial). Si el banco cobra un interés mensual de 3.344%. ¿Cuál será su saldo al mes de agosto?

4. Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de $65,000.00 y saldar el resto en otro pago de $58,000 tres meses después. Si 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los $58,000, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagare a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los $58,000 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?

5. a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000 al 13% anual capitalizable trimestralmente?

   b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

   c) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000 al 13% anual capitalizable bimensualmente?

*6.* Considere que la empresa "El Proveedor del Sur S.A. de C.V." adeuda los siguientes pagares:

| **Importes** | **Vencimientos** |
|---|---|
| $S_1 = \$7{,}600.00$ | 15 de octubre |
| $S_2 = \$5{,}500.00$ | 30 de noviembre |
| $S_3 = \$840.00$ | 1 de diciembre |
| $S_4 = \$1{,}300.00$ | 30 de diciembre |

Sin embargo, no podrán liquidar dichos pagarés ya que los flujos de efectivo de la empresa muestran déficit en los meses de vencimiento. Para ello toman la decisión de solicitar a su acreedor reestructurar la deuda en seis pagos iguales, el primero en la Fecha Focal acordada que será el 20 de noviembre y los demás pagos cada 20 días. Utilizar para esta operación la tasa de interés o descuento (según el caso) del 15% anual exacto con capitalizaciones quincenales.

*7.* Un último ejercicio con 5 pagos de deuda original y seis pagos reestructurados, desconocimiento el monto del primer pago en la fecha focal.

**Se tienen los siguientes pagarés:**

| Fecha | Importe | Días de vencimiento |
|---|---|---|
| 3 DE MARZO | $14,000.00 | 165 DÍAS AFF |
| 8 DE MAYO | $22,000.00 | 99 DÍAS AFF |
| 20 DE JUNIO | $72,000.00 | 56 DÍAS AFF |
| 15 DE AGOSTO | $50,000.00 | Coincide el vencimiento en la fecha focal acordada ( FF) |
| 9 DE OCTUBRE | $35,000.00 | 55 DÍAS PFF |
| 10 DE NOVIEMBRE | $10,000.00 | 87 DÍAS PFF |

Considerar los datos siguientes
**15 de Agosto como fecha focal**
**i= 14.5% nominal ordinario**
**m= bimestral**

**Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:**

| Número de Pago | Días |
|---|---|
| 1 Desconocido | FF |
| 2 $60,525.00 | 30 DÍAS PFF |
| 3 $31,289.15 | 50 DÍAS PFF |
| 4 $37,000.00 | 65 DÍAS PFF |
| 5 $49,566.66 | 80 DÍAS PFF |
| 6 $17,000.00 | 92 DÍAS PFF |

La solución de estos ejercicios, en la sección de anexos

## 2.1.4.- Ejercicios validados con simuladores financieros

### EJERCICIO DE INTERES COMPUESTO

Se solicita capitalizar los intereses cada semestre durante un periodo de 3 años. El capital inicial es de $10,000.00. Calcular el monto al finalizar dicho periodo. Tasa de interés 10%.

DATOS:

P= $10,000.00
i= 10%
n=3 años
m=semestral

FÓRMULA:

$$S = P(1+ i/m)^n$$

$$S = P(1+ i/m)^n$$

$$S = \$10,000.00(1+ \cdot 10/2)^6$$

$$S = \$10,000.00(1.05)^6$$

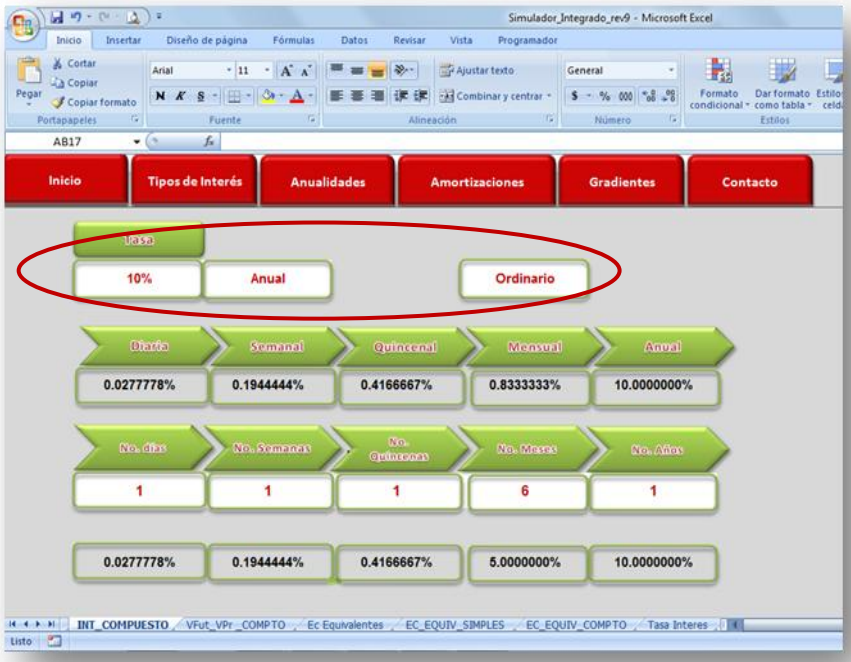
$$S = \$10,000.00(1.3400956)$$

$$S = \$13,400.96$$

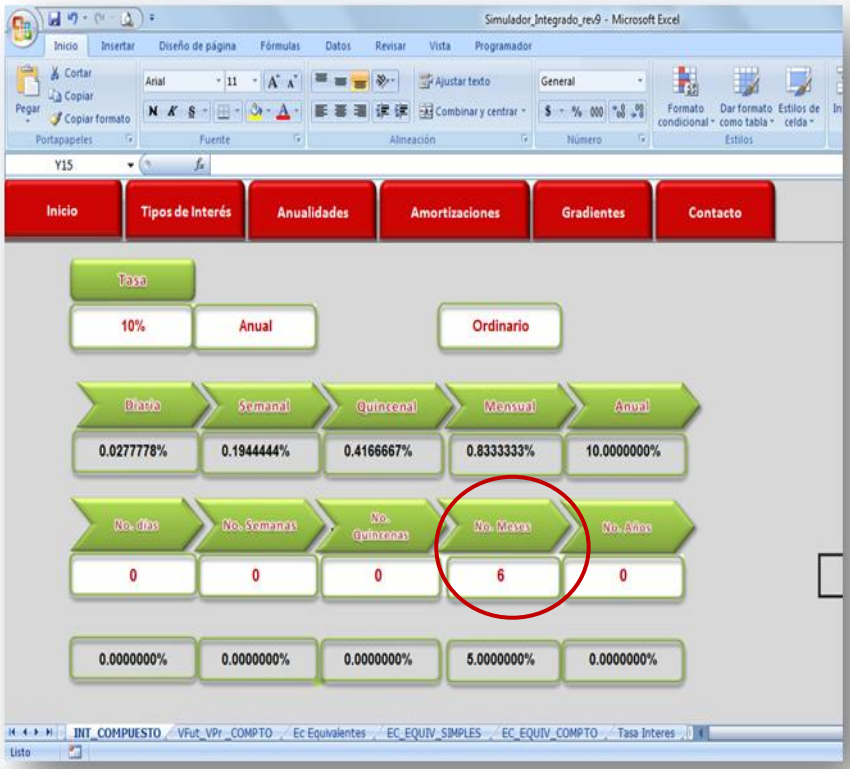
El monto al finalizar la inversión es de $13,400.96.

### Guía para cálculo en el Simulador Financiero SIRA v1.0

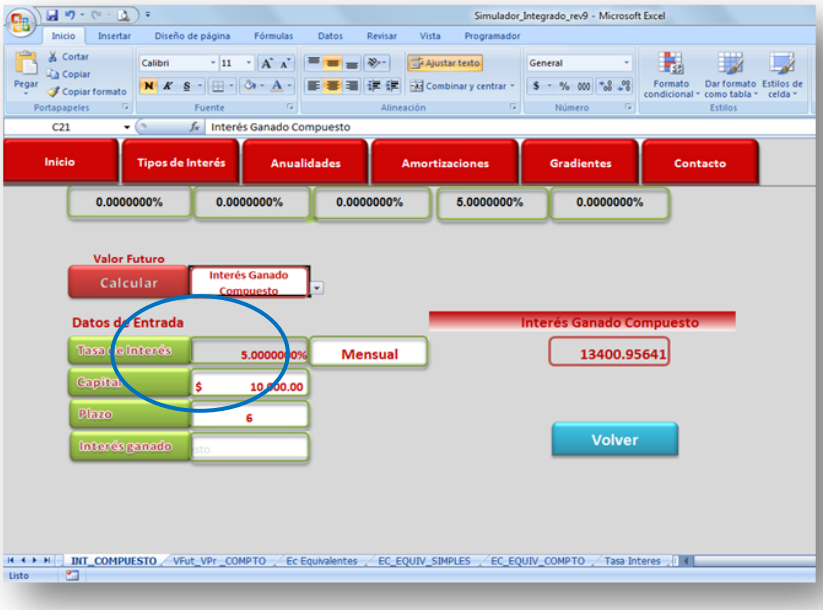
1. Utilizar la fórmula de cálculo de Interés Compuesto
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)



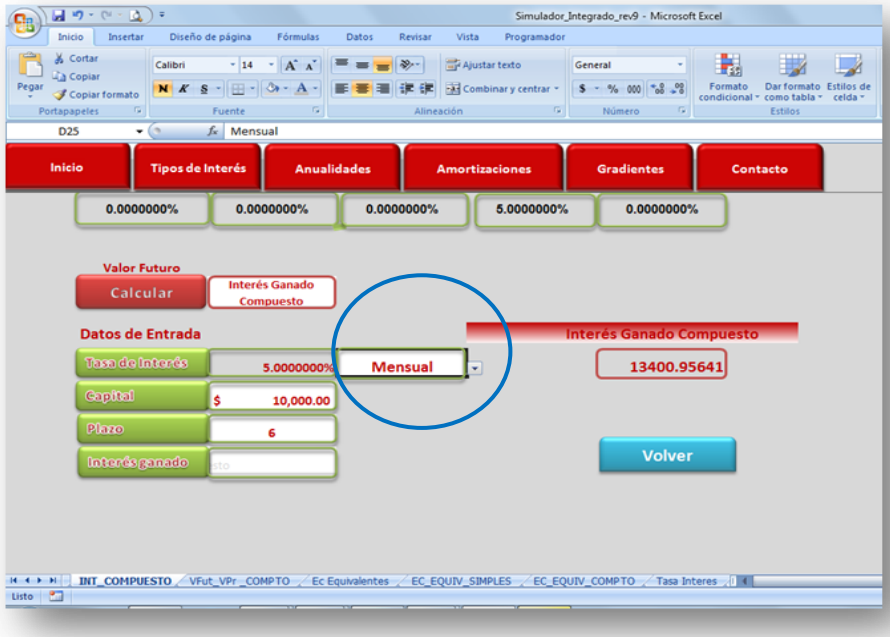

5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es semestral, por lo tanto indicamos 6 en la opción No. De meses.



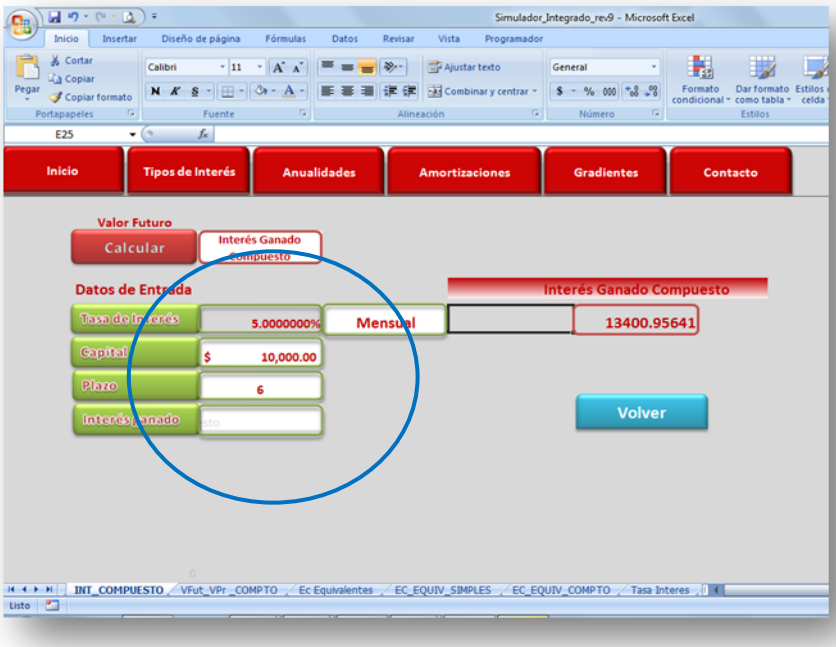
6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea realizar, “Interés ganado Compuesto”



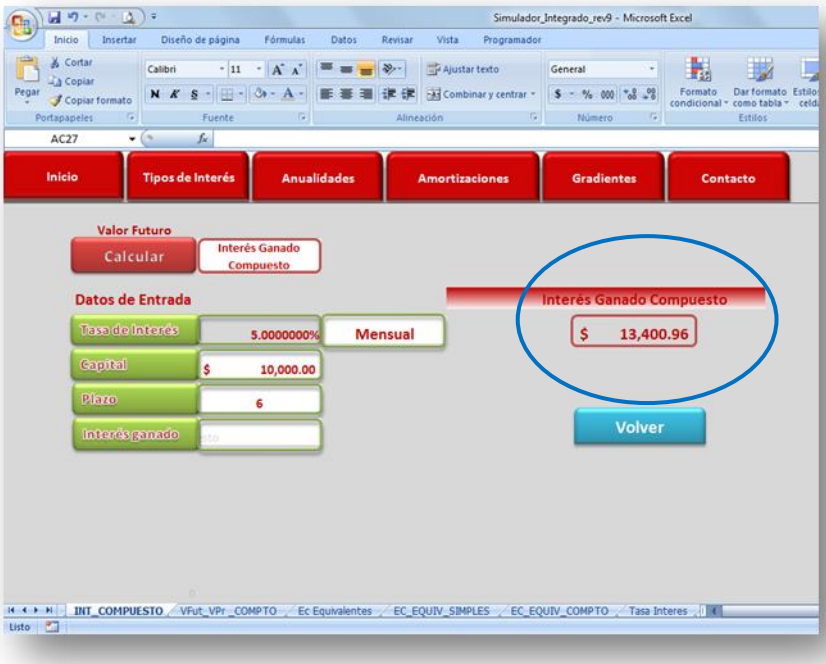

7. Seleccionar el tipo de tasa utilizada de acuerdo a la capitalización, para este ejemplo es “mensual”.



8. Ingresar el monto de capital y el plazo, en este ejemplo como la capitalización es semestral y el periodo es a 3 años, se sabe que en 3 años, hay 6 semestres, por lo tanto el plazo a indicar en el simulador es “6”




9. Al finalizar de ingresar los datos para el cálculo, obtenemos el resultado de esta operación.



VERSION DELPHI (Modelo b)

## Interés Compuesto

Representa la utilidad de un capital inicial (PV) o principal a una tasa de interés (i), durante un periodo (n), en el cual los intereses que se obtienen al final de cada periodo de inversión no se retiran sino que se reinvierten al capital inicial, es decir se capitalizan, se utiliza en operaciones a largo plazo. Lo podemos calcular mediante el empleo de la siguiente fórmula:

$$S = P(1+ i/m)^n$$

Ejemplo a partir de los siguientes datos:

> Supongamos que ahorraste $100,000.00 a una tasa del 14% anual (1.16% mensual, o sea 0.0116) a un plazo de 36 meses.

Aplicación de la fórmula para obtener el Interés Compuesto (S):

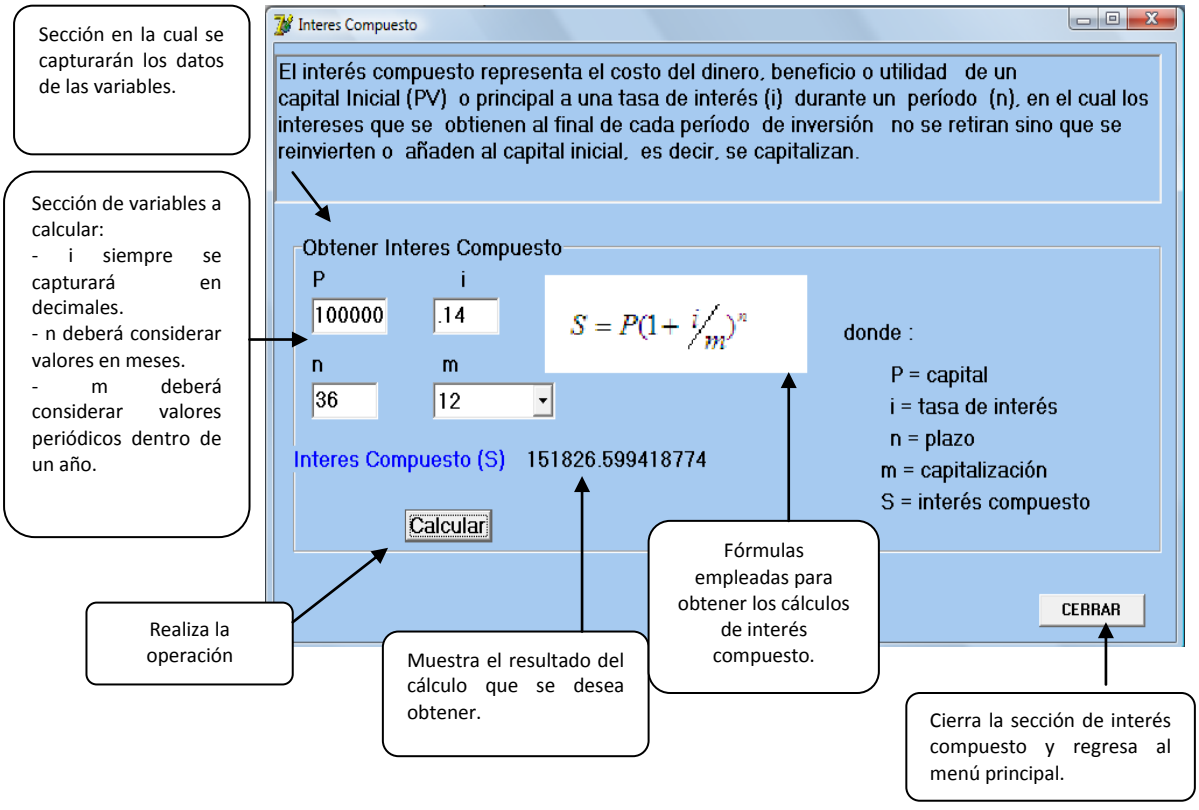
$$S = P(1+ i/m)^n$$

$$S = \$100,000.00(1+14/12)^{36}$$

$$S = \$100,000.00(1+0.011666)^{36}$$

$$S = \$100,000.00(1.518265994)$$

$$S = \$151,826.59$$



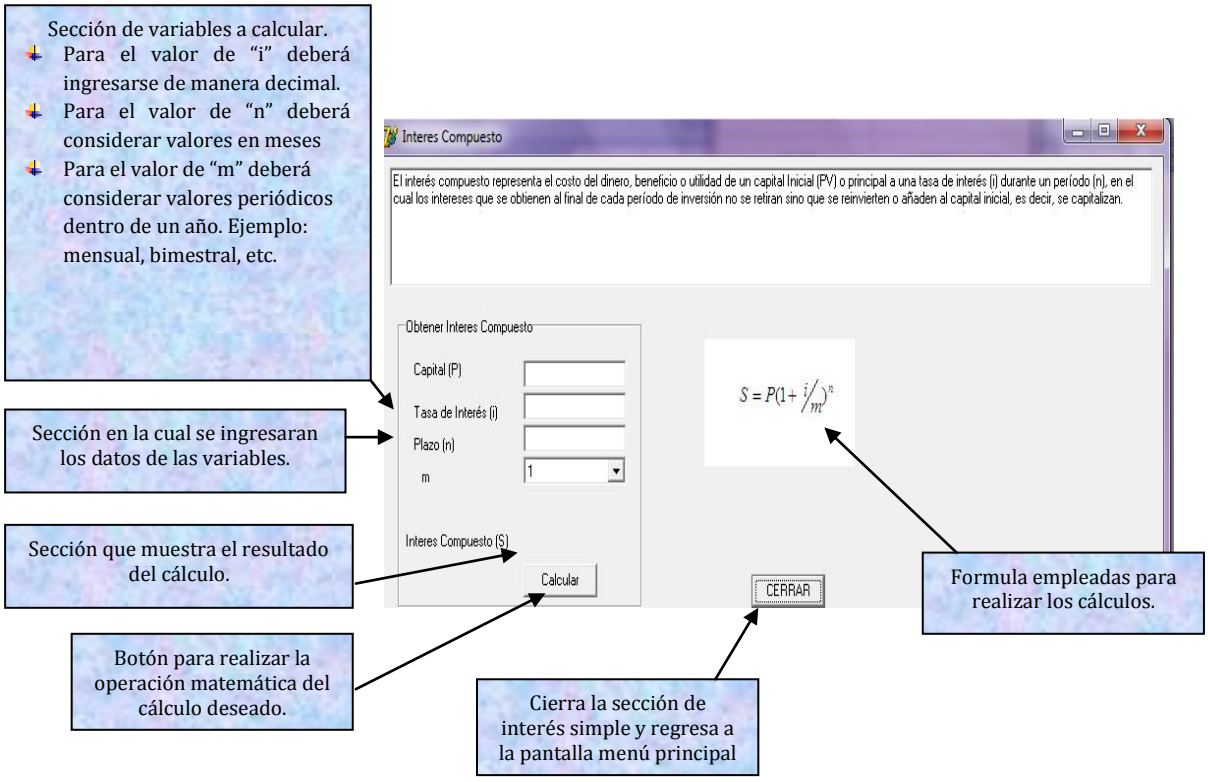
VERSION DELPHI (Modelo a)

Interés Compuesto

## Menú Interés Compuesto

En esta sección, podemos calcular el interés compuesto tomando como base la formula:

$$S = P(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}$$




Ejemplo a partir de los siguientes datos:

> Supongamos que inviertes $125,545.12 a una tasa del 7.5% anual capitalizable mensualmente a un plazo de tres años.

Aplicación de la fórmula para obtener el Interés Compuesto (S):

$$S = P(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}$$

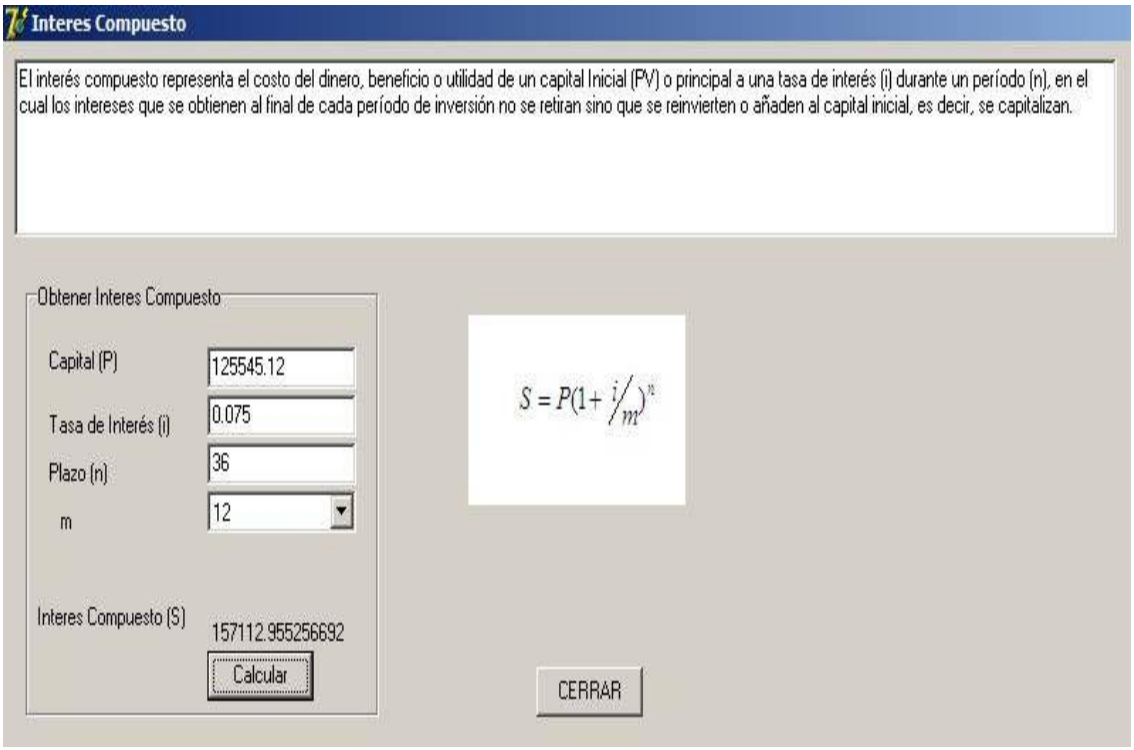
$$S = \$125,545.12(1+ {}^{0.075}\!/_{12})^{36}$$

$$S = \$125,545.12(1+0.00625)^{36}$$

$$S = \$125,545.12(1.25144613)$$

$$S = \$157,112.95$$

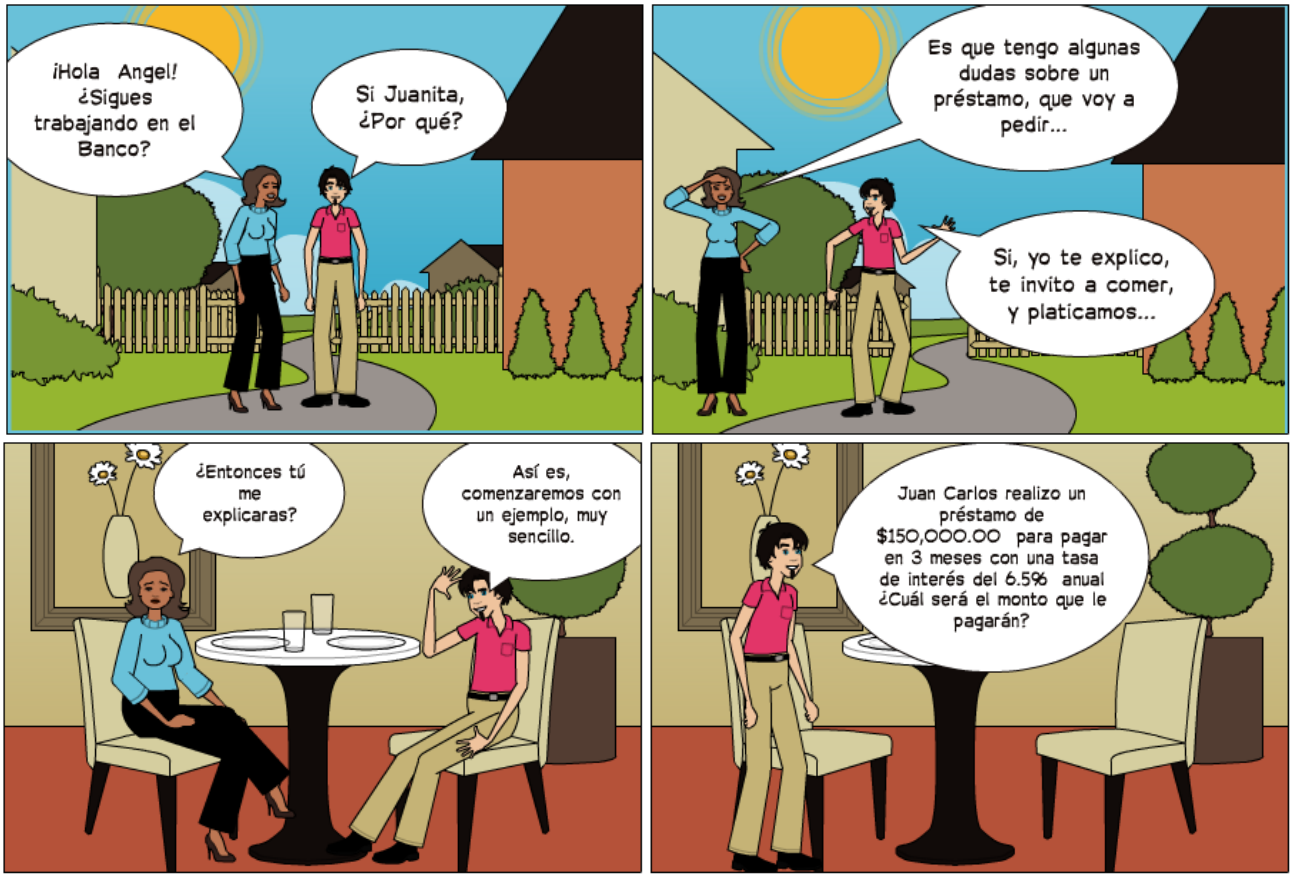
La comprobación en el simulador

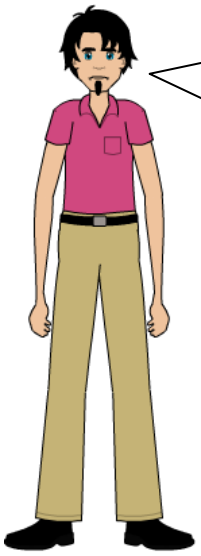


## 2.1.5. A manera de repaso general

### INTERES COMPUESTO

### Problema 1.-



Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^{n}$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $150,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 6.5% anual
**n(Plazo)** = 3 meses

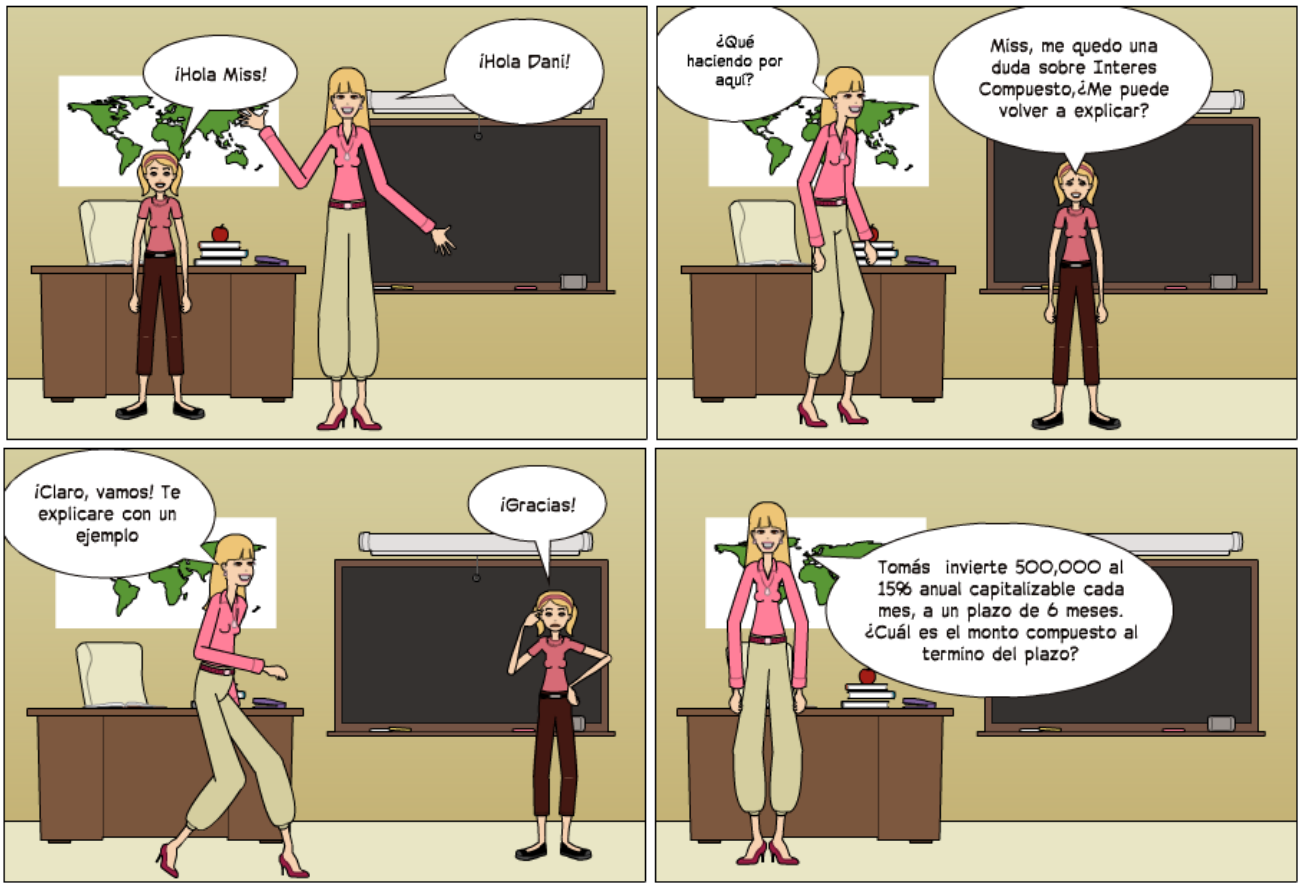
Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$$S = \$150{,}000(1 + \frac{0.065}{12})^{3}$$

$$S = \$150{,}000(1.01633818)$$

$$\boldsymbol{S = \$152{,}450.727}$$

## Problema 2.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $500,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 15% anual
**n(Plazo)** = 6 meses

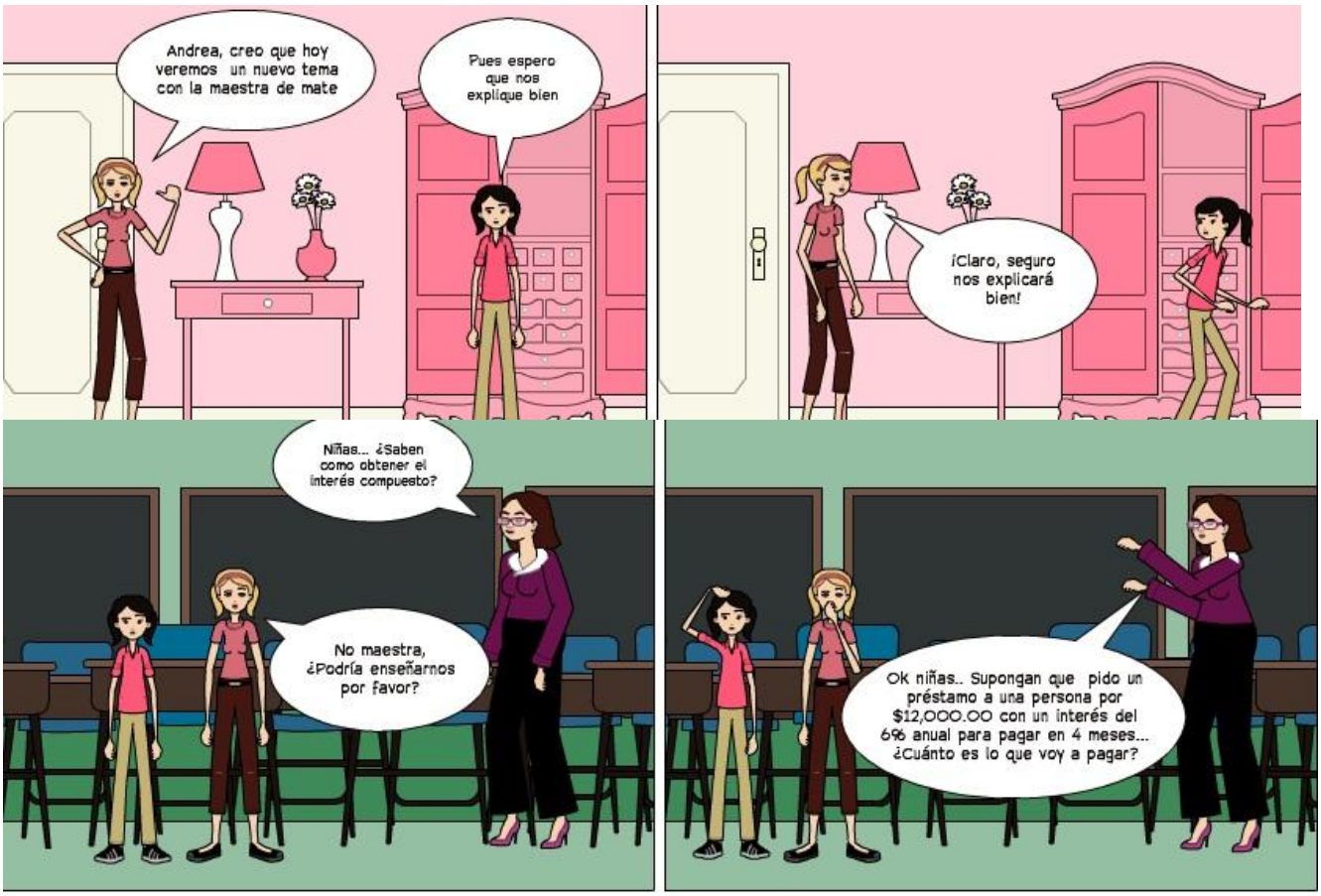
Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$$S = \$500{,}000(1 + \frac{0.15}{12})^6$$

$$S = \$500{,}000(1.07383181)$$

$$\boldsymbol{S = \$538{,}691.5903}$$

## Problema 3.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $12,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 6% anual
**n(Plazo)** = 4 meses

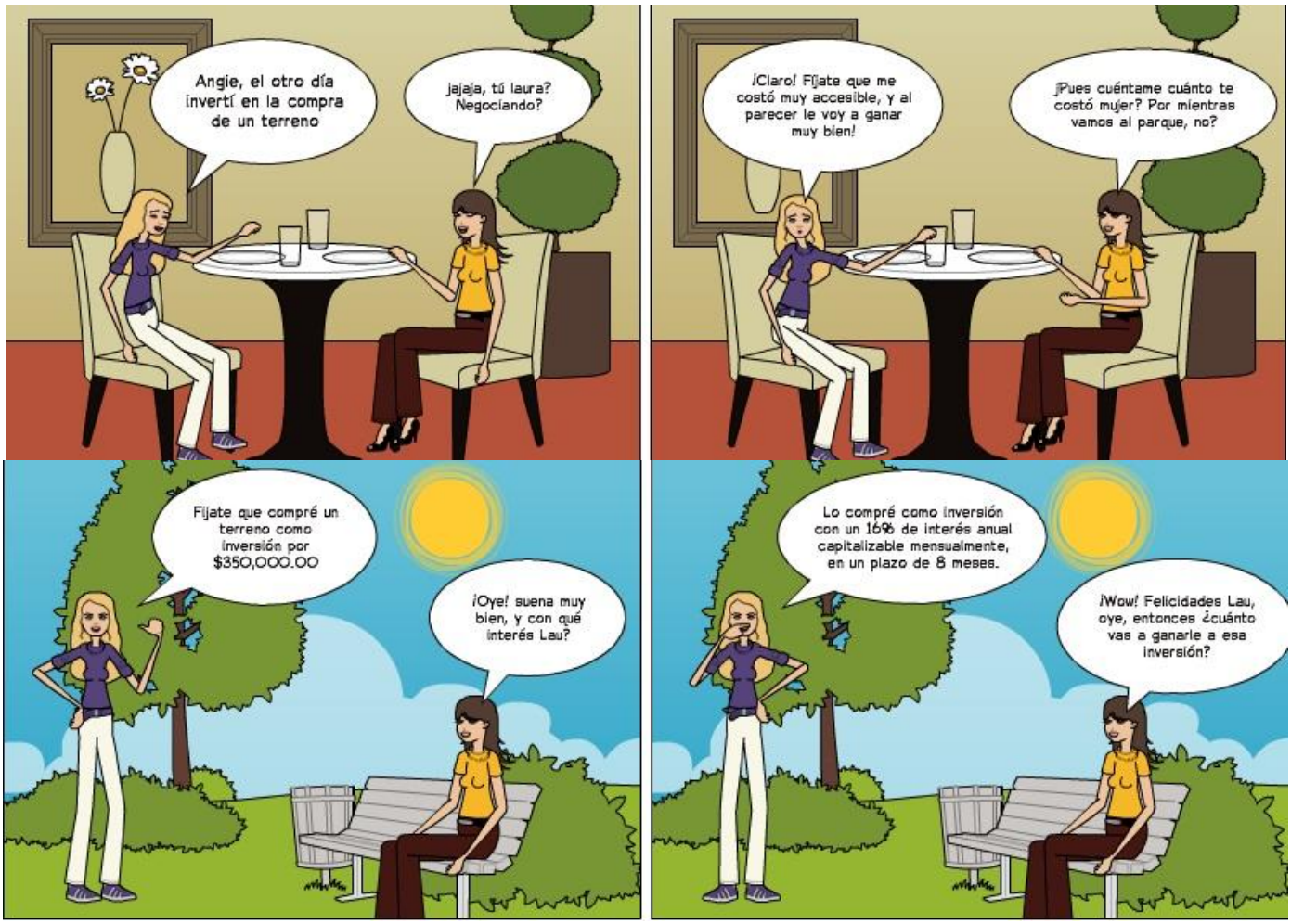
Sustituyendo los Datos en la fórmula:

$$S = \$12{,}000(1 + \frac{0.06}{12})^4$$

$$S = \$12{,}000(1.020150501)$$

$$\boldsymbol{S = \$12{,}241.80}$$

## Problema 4.-






Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$

**Conociendo estos Datos:**

**P(Capital) =** $350,000.00
**i(Tasa de Interés) =** 16% anual
**n(Plazo)** = 8 meses

Sustituyendo los Datos en la fórmula:

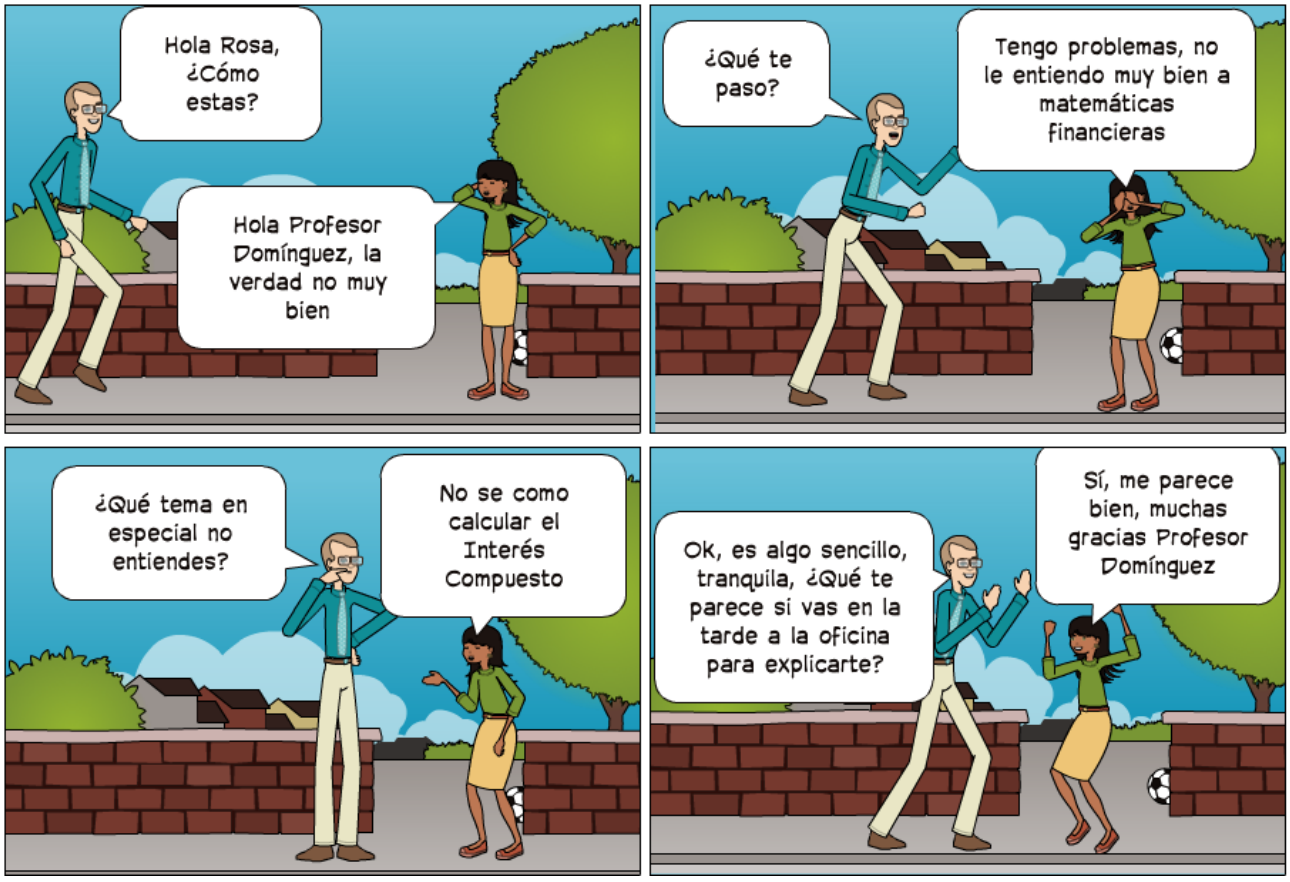
$$S = \$350{,}000(1 + \frac{0.16}{12})^8$$

$$S = \$350{,}000(1.111779421)$$

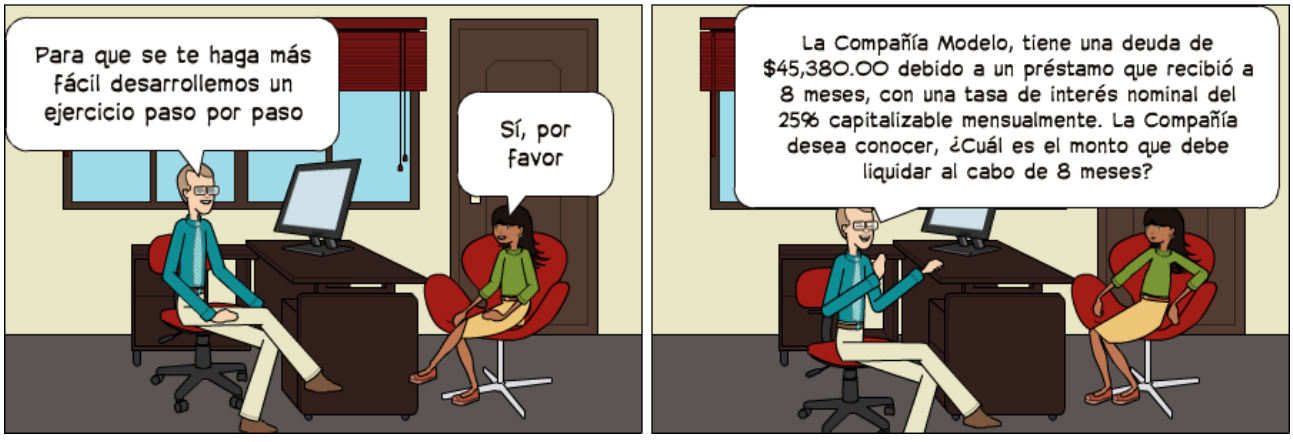
$$S = \$389{,}122.80$$

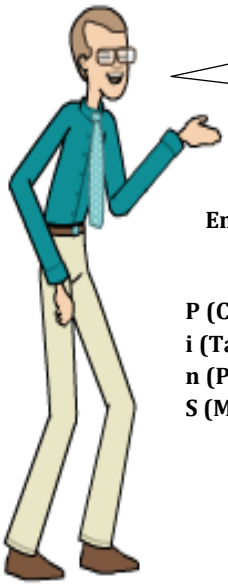
## Problema 5.-

Una tarde en el vecindario…




Más tarde en la oficina de el Profesor Domínguez…





La fórmula que necesitamos para calcular el monto capitalizable cuando es interés compuesto es la siguiente:

$$S = P(1+i)^n$$

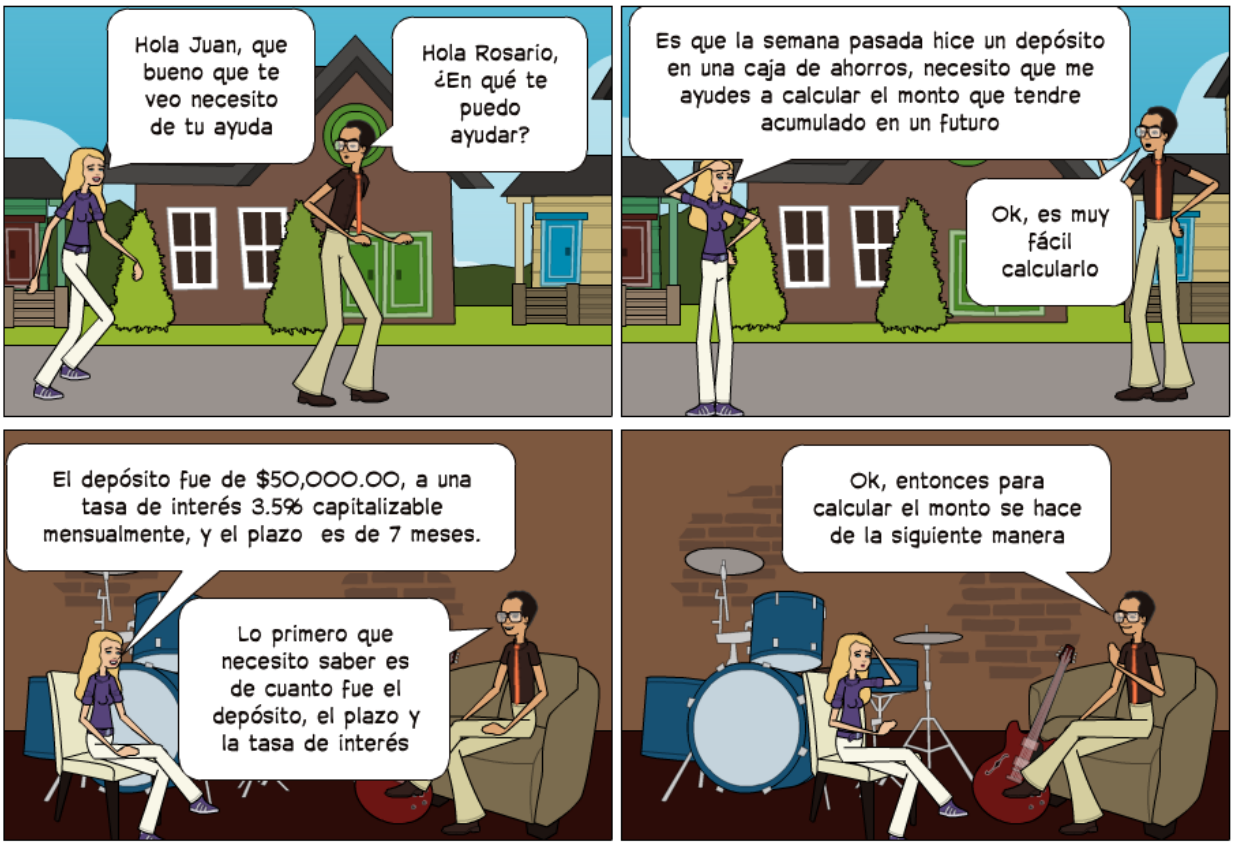
**En el problema se puede identificar algunos datos como:**

**P (Capital)=** $475,380.00
**i (Tasa de Interés)**= .25/12 meses= 0.020833333
**n (Plazo)**= 8 meses
**S (Monto)**=?

El siguiente paso es sustituir los datos que tenemos en la fórmula:

$$S = \$475{,}380.00(1+0.020833333)^8$$
$$S = \$475{,}380.00(1.020833333)^8$$
$$S = \$475{,}380.00(1.179339219)$$
$$\mathbf{S = \$560{,}634.28}$$

## Problema 6.-






La fórmula que se utiliza para calcular el monto acumulado a interés compuesto en un periodo, en este caso de 7 meses es:

$$S = P(1+i)^n$$

**Primero se tienen que Identificar los datos, teniendo como:**

**P (Capital)=** $50,000.00
**i (Tasa de interés)=** .035/12 meses= 0.002916666
**n (Plazo)=** 7 meses
**S (Monto)=?**

**El siguiente paso es sustituir los datos en la fórmula:**

$$S = \$50{,}000.00(1+0.002916666)^7$$
$$S = \$50{,}000.00(1.002916667)^7$$
$$S = \$50{,}000.00(1.020596183)$$
$$\boldsymbol{S = \$51{,}029.81}$$

Por lo tanto, un depósito de $50,000.00 rendirá $1,029.81 de interés y acumulará un monto de $51,029.81 al cabo de 7 meses.




0



Si la caja te diera una tasa de interés de 30% anual capitalizable mensualmente, durante 7 meses se utiliza la misma fórmula:

$$S = P(1+i)^n$$

**Como se hizo anteriormente primero se debe identificar los datos con los que contamos:**

**P (Capital)**= $50,000.00
**i (Tasa de Interés)**= .30/12 meses= 0.025
**n (Plazo)**= 7 meses
**S (Monto)**=?

**Al sustituir los datos dentro de la fórmula queda de la siguiente manera:**

$$S = \$50{,}000.00(1+0.025)^7$$
$$S = \$50{,}000.00(1.025)^7$$
$$S = \$50{,}000.00(1.188685754)$$
$$\boldsymbol{S = \$59{,}434.29}$$

La diferencia que existe entre el monto con una tasa de interés del 30% que es de $59,434.29 y el monto con la tasa de interés original de $51,029.81, la diferencia que existe entre estas dos cantidades es de $8,404.48, el cual constituye la utilidad de la caja de ahorro

## Problema 7.-

En la ciudad de México. Pablo y Pedro se encontraron en la calle...




Pedro invitó a pablo a su oficina para explicarle lo del crédito que tramitaría...





Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^{n}$$

Datos:

P (Capital) = $256,800.00

i (Tasa de Interés) = 28%

n ( Plazo) = 18meses = 1.5 años

S (Monto) =?

En la cual sustituimos:

$$S = 256{,}800(1 + \frac{0.28}{12})^{18}$$

$$S = 256{,}800(1.51464)$$

$$\boldsymbol{S = \$388{,}958.43}$$

## Problema 8.-

La mañana del Domingo Martha salió a pasear su perro, y se encontró a Paco su amigo de la infancia.




Paco le invito un café a Martha para explicarle lo del crédito...



Utilizando la siguiente fórmula para calcular el Monto con Interés Compuesto

$$S = P(1 + \frac{i}{m})^n$$



Datos:

P (Capital) = $178,572.00

i (Tasa de Interés) =0.24

n (Plazo) = 13 meses

S (Monto) =?

En la cual sustituimos:

$$S = 178{,}572(1 + \frac{0.24}{12})^{13}$$

$$S = 178{,}572(1.293607)$$

$$\boldsymbol{S = \$231{,}001.99}$$

# ECUACIONES EQUIVALENTES

## Problema 1.-





Su condición actual es la siguiente:

**Tasa de Interés Semestral del 13%**

$fe_1$ =$6,000.00 (Vencido hace 4 meses)
$fe_2$ =$3,500.00 (Vencido hace 1 mes)
$fe_3$ =$2,700.00 (Vence en 3 meses)
$fe_4$ =$500.00 (Vence en 6 meses)

**Considerando dos incógnitas:**

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su deuda?



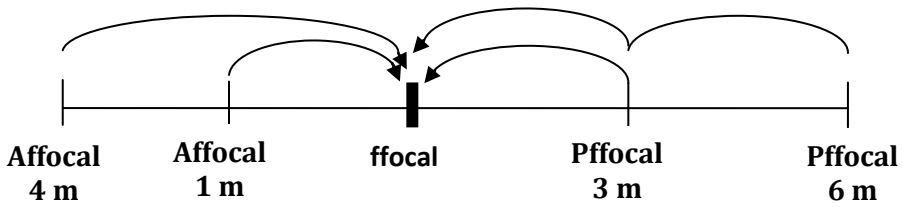
Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas:
$fe_1$ =$6,000.00 (Vencido hace 4 meses)
$fe_2$ =$3,500.00 (Vencido hace 1 mes)

De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si ella pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:
$fe_3$ =$2,700.00 (Vence en 3 meses)
$fe_4$ =$500.00 (Vence en 6 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)

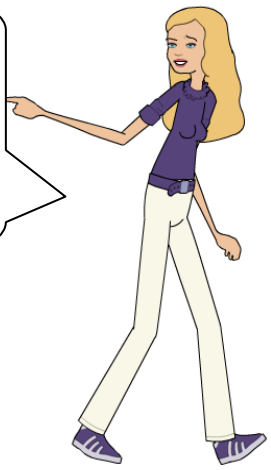


Para hacer esos cálculos utilizaremos la fórmula de:

Valor Esquema Original = Veo

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{2aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n}\frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$





Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 6{,}000\left(1+\frac{.13}{6}\right)^{4} + 3{,}500\left(1+\frac{.13}{6}\right)^{2} + \frac{2700}{\left(1+\frac{.13}{6}\right)^{3}} + \frac{500}{\left(1+\frac{.13}{6}\right)^{5}} =$$

$$V_{EO} = 6{,}000\,(1.08952423) + 3{,}500\,(1.02166666) + \frac{2700}{(1.06641850)} + \frac{500}{(1.13724842)} =$$

$$V_{EO} = 6{,}537.14538 + 3{,}575.83331 + 2{,}531.839048 + 439.6576783 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

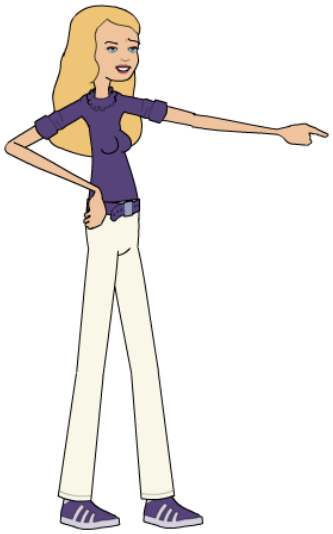
$$V_{EO} = 13{,}084.48$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{13{,}084.48}{factor}$$

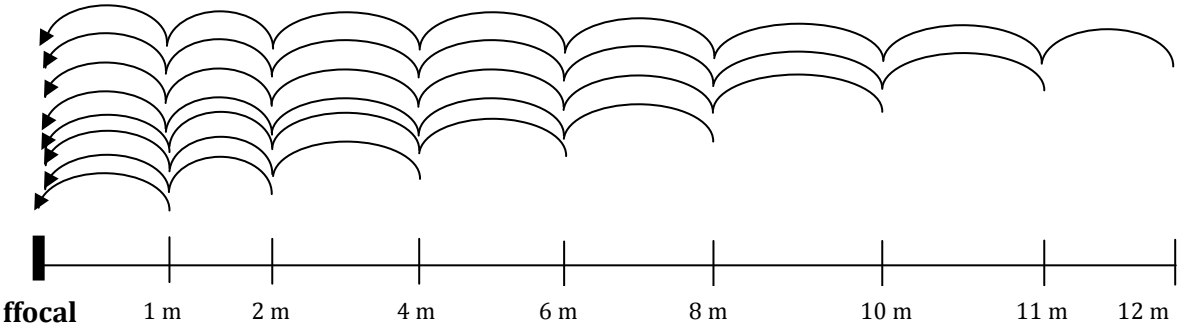
Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Hermelinda cubrirá sus deudas.



El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de interés semestral:

**Reestructura:**
**Tasa de Interés Semestral del 15%**

1° pago =1 mes
2° pago =2 meses
3° pago =4 meses
4° pago =6 meses
5° pago =8 meses
6° pago =10 meses
7° pago =11 meses
8° pago =12 meses

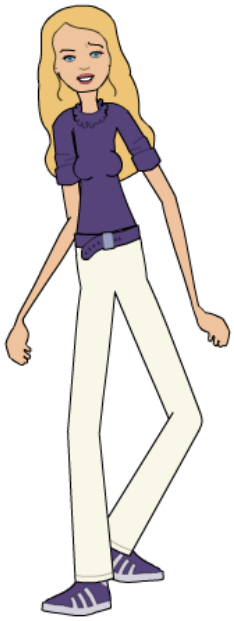





La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{i=n} X_{1\ldots n} = \sum_{i=n} \frac{x_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = \frac{X_1}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^1} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^2} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^4} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^6} + \frac{X_5}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^8} + \frac{X_6}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{10}} + \frac{X_7}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{11}} + \frac{X}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)}$$

$$V_{EN} = \frac{X_1 = 1}{(1.025)} + \frac{X_2 = 1}{(1.050625)} + \frac{X_3 = 1}{(1.103812891)} + \frac{X_4 = 1}{(1.159693418)} + \frac{X_5 = 1}{(1.218402898)}$$

$$+ \frac{X_6 = 1}{(1.280084544)} + \frac{X_7 = 1}{(1.312086658)} + \frac{X_8 = 1}{(1.344888824)} =$$

$$V_{EN} = 0.97560975 + 0.95181439 + 0.90595064 + 0.86229686 + 0.82074657 + 0.78119840 + 0.76214478 +$$

El Factor resultante es:

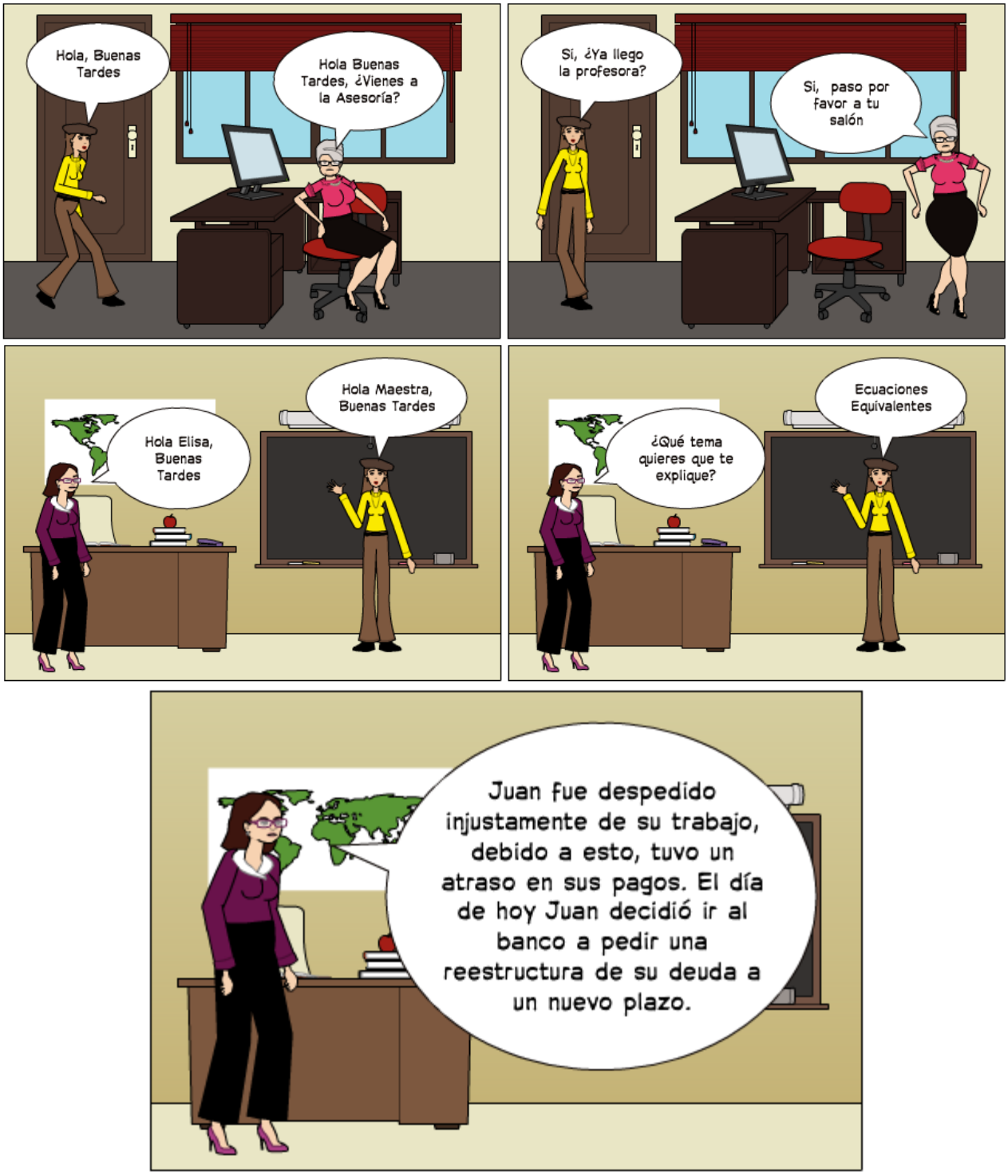
$$V_{EN} = 6.8033173$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{13,084.48}{6.8033173} = 1,923.25$$

## Problema 2.-


Hola, Buenas Tardes
Hola Buenas Tardes, ¿Vienes a la Asesoría?
Si, ¿Ya llego la profesora?
Si, paso por favor a tu salón
Hola Elisa, Buenas Tardes
Hola Maestra, Buenas Tardes
¿Qué tema quieres que te explique?
Ecuaciones Equivalentes
Juan fue despedido injustamente de su trabajo, debido a esto, tuvo un atraso en sus pagos. El día de hoy Juan decidió ir al banco a pedir una reestructura de su deuda a un nuevo plazo.



Su condición actual es la siguiente:

**Tasa de Interés es del 8%**

$fe_1$ =$2,500.00 (Vencido hace 3 meses)
$fe_2$ =$1,380.00 (Vence en 1 mes)
$fe_3$ =$1,198.00 (Vence en 4 meses)

**Considerando dos incógnitas:**

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que él realizara reestructurando su deuda?



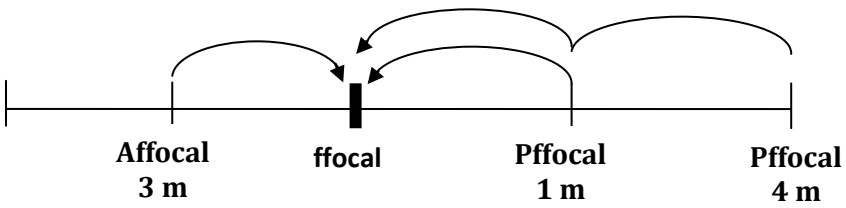
Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas:
$fe_1$ =$2,500.00 (Vencido hace 3 meses)

De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si él pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:
$fe_2$=$1,380.00 (Vence en 3 meses)
$fe_3$ =$1,198.00 (Vence en 6 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la fórmula de:

Valor Esquema Original = Veo

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{2aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n}\frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$





Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = \$2{,}500\left(1+\frac{0.08}{12}\right)^{3} + \frac{\$1{,}380}{\left(1+\frac{0.08}{12}\right)^{1}} + \frac{\$1{,}198}{\left(1+\frac{0.08}{12}\right)^{4}} =$$

$$V_{EO} = \$2{,}500(1.02013363) + \frac{\$1{,}380}{(1.006666667)} + \frac{\$1{,}198}{(1.02693452)} =$$

$$V_{EO} = \$2{,}550.334075 + \$1{,}370.860927 + \$1{,}116.578761 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$\boldsymbol{V_{EO} = \$5,087.773763}$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$5{,}087.773763}{factor}$$

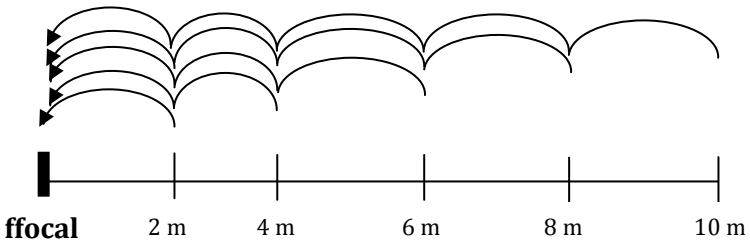
Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Juan cubrirá sus deudas.



El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de interés:

**Reestructura:**
**Tasa de Interés es del 12%**

1° pago =2 meses
2° pago =4 meses
3° pago =6 meses
4° pago =8 meses
5° pago =10 meses






La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{1=n} X_{1\ldots n} = \sum_{1=n} \frac{X_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizará en la nueva fecha acordada.



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = \frac{X_1}{\left(1+\frac{.12}{12}\right)^2} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.12}{12}\right)^4} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.12}{12}\right)^6} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.12}{12}\right)^8} + \frac{X_5}{\left(1+\frac{.12}{12}\right)^{10}} =$$

$$V_{EN} = \frac{X_1 = 1}{(1.0201)} + \frac{X_2 = 1}{(1.04060401)} + \frac{X_3 = 1}{(1.061520151)} + \frac{X_4 = 1}{(1.082856706)} + \frac{X_5 = 1}{(1.104622125)} =$$

$$V_{EO} = 0.9802960494 + 0.9609803445 + 0.9420452349 + 0.9234832222 + 0.905286955 =$$

El Factor resultante es:

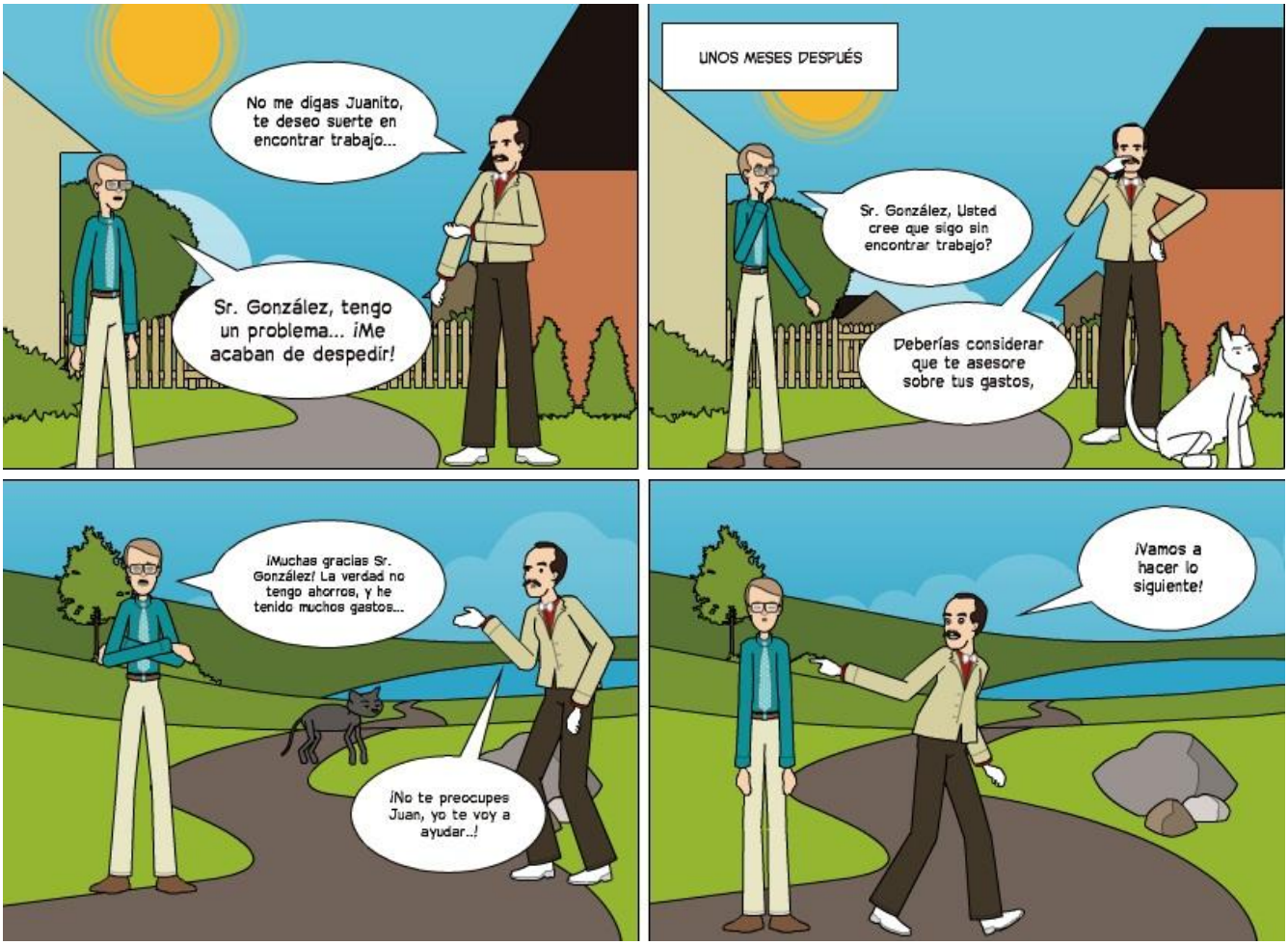
$$V_{EO} = 4.71201806$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{\$5{,}087.773763}{4.71201806} = \$1{,}079.727215$$

## Problema 3.-






Su condición actual es la siguiente:

**Tasa de Interés Anual del 43.89%**

$fe_1$ =1,985.00 (Vencido hace 80 días)
$fe_2$ =5,858.00 (Vencido hace 45 días)
$fe_3$ =3,750.00 (Vencido hace 20 días)
$fe_4$ =2,908.00 (Vence en 3 meses)
$fe_5$ =4,152.00 (Vence en 7 meses)
$fe_6$=940.00 (Vence en 8 meses)
$fe_7$ =10,740.00 (Vence en 10 meses)

**Considerando dos incógnitas:**

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su deuda?



Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :

$fe_1$ =1,985.00 (Vencido hace 80 días)

$fe_2$ =5,858.00 (Vencido hace 45 días)

$fe_3$ =3,750.00 (Vencido hace 20 días)

De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si Juan pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:

$fe_4$ =2,908.00 (Vence en 3 meses)

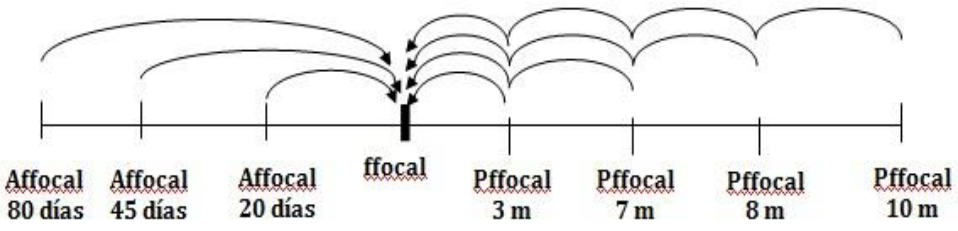
$fe_5$ =4,152.00 (Vence en 7 meses)

$fe_6$=940.00 (Vence en 8 meses)

$fe_7$ =10,740.00 (Vence en 10 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Veo

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{2aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n} \frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$





Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 1{,}985\left(1+\frac{.4389}{12}\right)^{2.63} + 5{,}858\left(1+\frac{.4389}{12}\right)^{1.48} + 3{,}750\left(1+\frac{.4389}{12}\right)^{.66}$$

$$V_{EO} = 1{,}985(1.09908156) + 5{,}858(1.05460319) + 3{,}750(1.02399181)$$

$$+\frac{2{,}908}{(1.11378712)} + \frac{4{,}152}{(1.28589383)} + \frac{940}{(1.33292539)} + \frac{10{,}740}{(1.43221199)} =$$

$$V_{EO} = 2{,}181.676897 + 6{,}177.865487 + 3{,}839.969288 + 2{,}610.911859 + 3{,}228.882434 +$$
$$+ 7{,}498.889882 =$$

Nuestro Valor Actual de la deuda es:

$$\boldsymbol{V_{EO} = 26,243.41}$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{26{,}243.41}{factor}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Juanito cubrirá sus deudas.



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{.82}} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{1.64}} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{2.63}} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{4}} + \frac{X_5}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{7.24}} + \frac{X_6}{\left(1+\frac{.65}{12}\right)^{10}}$$

$$V_{EN} = X_{0=1+} \frac{X_1 = 1}{(1.04420462)} + \frac{X_2 = 1}{(1.09036328)} + \frac{X_3 = 1}{(1.1488846)} + \frac{X_4 = 1}{(1.23491515)} + \frac{X_5 = 1}{(1.46508622)} + \frac{X_{(1.69}}{}$$

$$V_{EO} = 1 + 0.95766671 + 0.91712553 + 0.87045955 + 0.80977223 + 0.6825369 + 0.59007499 =$$

El Factor resultante es :

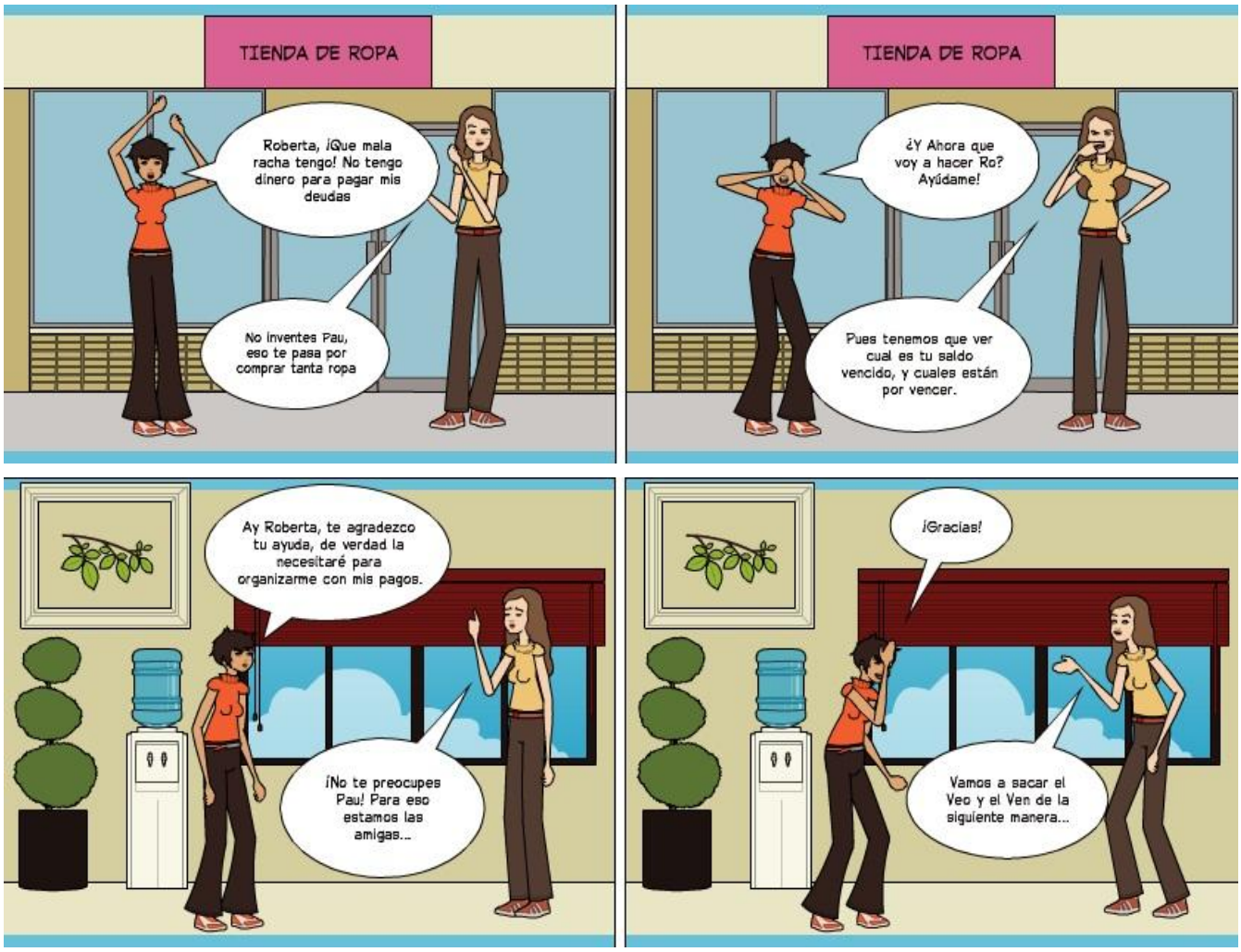
$$\boldsymbol{V_{EO} = 5.827657}$$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{26{,}243.41}{5.827657} = 4{,}503.26$$

## Problema 4.-






La condición actual de Paulina es la siguiente:

**Tasa de Interés Semestral del 15%**

$fe_1$ =2,000.00 (Vencido hace 6 meses)
$fe_2$ =1,500.00 (Vencido hace 2 meses)
$fe_3$ =3,400.00 (Vence en 2 meses)
$fe_4$ =700.00 (Vence en 4 meses)
$Fe_5$ =300.00 (Vence en 5 meses)

**Considerando dos incógnitas:**

¿Cuál es su deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?

¿Cuál sería el pago mensual que ella realizara reestructurando su

Para realizar ese cálculo ejemplificaremos lo que tenemos que hacer:

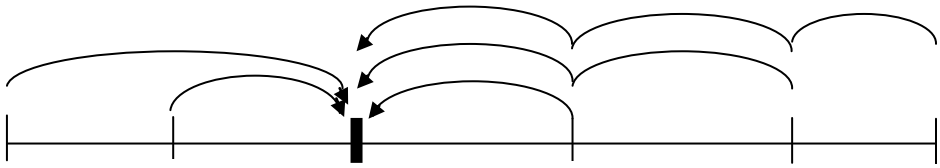
*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :
$fe_1$ =2,000.00 (Vencido hace 6 meses)
$fe_2$ =1,500.00 (Vencido hace 2 meses)



De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si ella pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados:
$fe_3$ =3,400.00 (Vence en 2 meses)
$fe_4$ =700.00 (Vence en 4 meses)
$Fe_5$ =300.00 (Vence en 5 meses)



Dibujamos el estado de la deuda de Pau, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)






Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Veo
Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^n + fe_{2aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^n + fe_{ff} + \sum_{1=n} \frac{fei_p}{\left(1+\frac{i}{n}\right.}$$



Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 2{,}000\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{6} + 1{,}500\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{2} + \frac{3400}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{2}} + \frac{700}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{4}} + \frac{300}{\left(1+\frac{.15}{6}\right)^{5}} =$$

$$V_{EO} = 2{,}000(1.159693418) + 1{,}500(1.050625) + \frac{2700}{(1.050625)} + \frac{500}{(1.103812891)} + \frac{300}{(1.13140821}$$

$$V_{EO} = 2{,}319.386836 + 1{,}575.9375 + 2{,}569.89887 + 452.9753222 + 265.152863 =$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$\boldsymbol{V_{EO} = \$7,183.351391}$$

Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$7,183.351391}{factor}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Paulina cubrirá sus deudas.

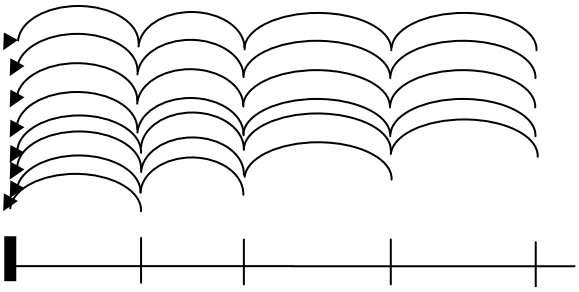




El banco accede a esa reestructura cambiándole una nueva tasa de intereses semestral:

**Reestructura:**
**Tasa de Interés Semestral del 17%**

1° pago =3 meses
2° pago =4 meses
3° pago =6 meses





La fórmula que utilizaremos será de Valor Esquema Nuevo:

$$V_{EN} = \sum_{1=n} X_{1\ldots n} = \sum_{1=n} \frac{X_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$

Para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.

Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = \frac{X_1}{\left(1+\frac{.17}{6}\right)^3} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.17}{6}\right)^4} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.17}{6}\right)^6} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.17}{6}\right)^8} +$$

$$V_{EN} = \frac{X_1 = 1}{(1.087431079)} + \frac{X_2 = 1}{(1.118241626)} + \frac{X_3 = 1}{(1.182506351)} + \frac{X_4 = 1}{(1.250464334)}$$

$$V_{EO} = 0.91959851 + 0.894261112 + 0.84566142 + 0.799702936 =$$

El Factor resultante es:

$$\boldsymbol{V_{EO} = 3.459223978}$$





Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

$$y = \frac{\$7,183.351391}{3.459223978} = \$2,076.58$$

## Problema 5.-

Una mañana en el parque se encuentran por casualidad Jorge y Armando…






Algunas de las condiciones o deudas que tiene Ruth al día de hoy son las siguientes:

$fe_1$ = $2,226.10 (Vencido hace 6 meses)
$fe_2$ =1,600.40 (Vencido hace 3 meses)
$fe_3$ =2,500.00 (Vencido hace 25 días)
$fe_4$ =4,013.75 (Vencido hace 8 días)
$Fe_5$ =717.00 (Vence en 2 meses)
$Fe_6$ =9,857.00 (Vence en 180 días)

**Tasa de Interés: 8% mensual.**

**Se debe tomar en cuenta la siguiente incógnita:**

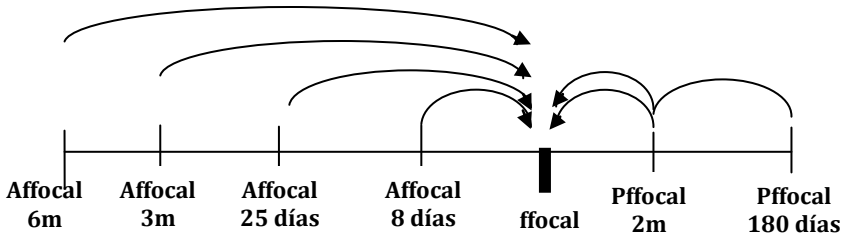
- ¿Cuál es la deuda de Ruth al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?



El primer paso es trazar nuestra línea de tiempo o conocido también como el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización), el cual nos servirá para comprender mejor el problema

Tabla de cálculos de días a meses

| Días | Meses |
|---|---|
| 25 | 0.82 |
| 8 | 0.26 |
| 180 | 5.92 |




Como vemos tiene plazos que vencen o vencieron en días, y otros en meses, para poder unificar y hacer equivalente estos cálculos, los días serán convertidos en meses, dividiendo el número de días entre 30.4 (que es el valor más aproximado a cubrir los 365 días por la variación en el número de días en los meses).



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de Valor Esquema Original (VEO), con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n}\frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$

Sustituyendo los valores queda de la siguiente forma, considerando los cálculos previos realizados para unificar todos los plazos en meses.



$$V_{EO} = 2{,}226.10\left(1+\frac{.8}{1}\right)^{6} + 1{,}600.40\left(1+\frac{.8}{1}\right)^{3} + 2{,}500.00\left(1+\frac{.8}{1}\right)^{.82} + 4{,}013.75\left(1+\frac{.8}{1}\right) + \frac{9{,}857.00}{\left(1+\frac{.8}{1}\right)^{5.92}}$$

$$V_{EO} = 2{,}226.10(34.012224) + 1{,}600.40(5.832) + 2{,}500.00(1.61928560) + 4{,}013.75(1.16 + \frac{9{,}857.00}{(32.44989009)}$$

$$V_{EO} = 75{,}714.61185 + 9{,}333.5328 + 4{,}048.214 + 4{,}676.502487 + 221.2962963 + 303.76$$

El Valor Actual de la deuda es:

$$V_{EO} = 94{,}297.91809$$






Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{\$94{,}297.91809}{factor}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que Ruth cubrirá sus deudas.



Los pagos mensuales quedaran de la siguiente manera:

1° pago = 7días
2° pago =30 días
3° pago =3 meses
4° pago =150 días
5° pago= 8 meses
6° pago= 250 días
7° pago= 10 meses

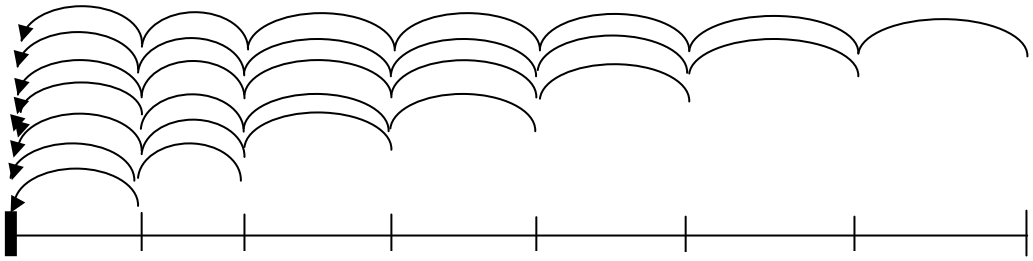
**Con una tasa de interés del 12% mensual.**



Primero debemos trazar nuestra línea de tiempo.

Tabla de cálculos de días a meses

| Días | Meses |
|---|---|
| 7 | 0.23 |
| 30 | .99 |
| 150 | 4.93 |
| 250 | 8.22 |




**ffocal**

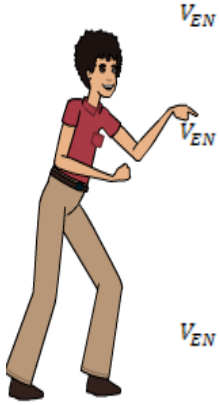


Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{1=n} X_{1\ldots n} = \sum_{1=n} \frac{X_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$

La cual no servirá para conocer el monto de cada pago que se realizara en la nueva fecha acordada.

Sustituyendo los valores de cada uno de los nuevos plazos con la nueva tasa de interés nos queda de la siguiente forma:



$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{.23}} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{.99}} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{3}} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{4.93}} + \frac{X_5}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{8}} + \frac{X_6}{\left(1+\frac{.12}{1}\right)^{8.22}} +$$

$$V_{EN} = X_0 = 1 + \frac{X_1 = 1}{(1.02640828)} + \frac{X_2 = 1}{(1.11873144)} + \frac{X_3 = 1}{(1.404928)} + \frac{X_4 = 1}{(1.74841632)} + \frac{X_5 = 1}{(2.47596318)} + \frac{(2}{} + \frac{X_7 = 1}{(3.105848208)}$$

$$V_{EN} = 1 + 0.97427117 + 0.89386958 + 0.711178025 + 0.57194616 + 0.40388323 + 0.39393798 +$$

El Factor resultante es:

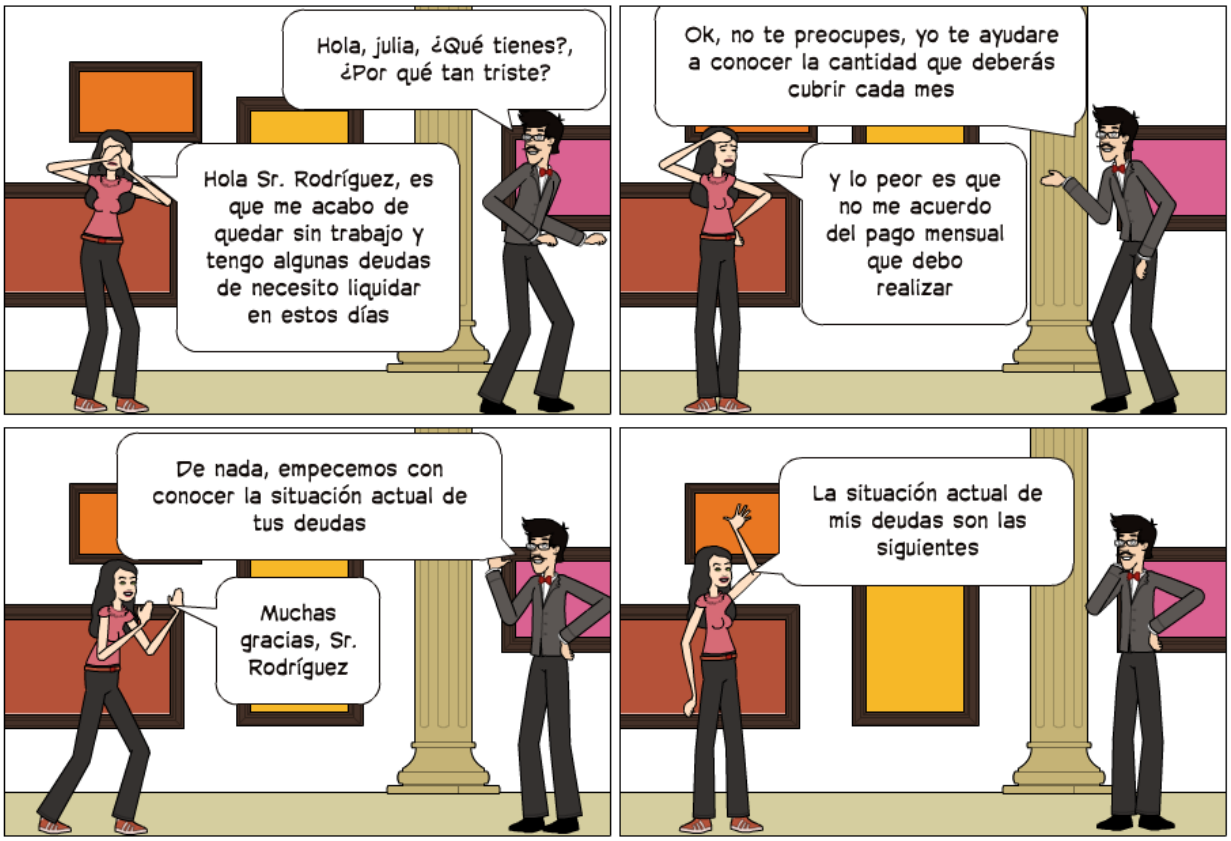
$$\boldsymbol{V_{EN} = 5.27166161}$$

El monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos restructurados será de:

$$y = \frac{\$94{,}297.91809}{5.27166161} = \boldsymbol{\$17,887.70317}$$

## Problema 6.-

Un día en el museo se encuentran el señor Rodríguez y Julia…






$fe_1$ = $1,200.00 (Vencido hace 120 días)
$fe_2$ =$3,450.00 (Vencido hace 34 días)
$fe_3$ =2,750.00 (Vence en 2 meses)
$fe_4$ =900.00 (Vence en 3 meses)

**Tasa de Interés: 25% anual.**

**Se debe tomar en cuenta la siguiente incógnita:**

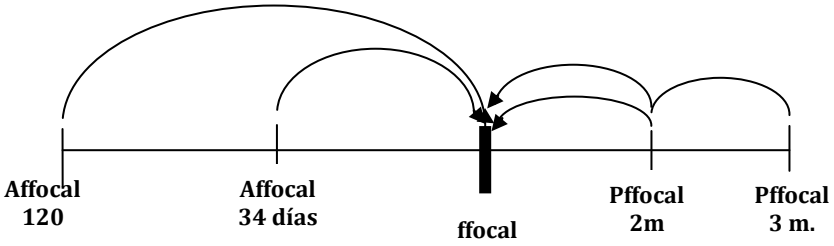
- ¿Cuál es la deuda al día de hoy por sus plazos vencidos y sus cuentas pendientes?



Se debe trazar nuestra línea de tiempo o también conocido como el método de "brinca la tablita"

Tabla de cálculos de días a meses

| Días | Meses |
|---|---|
| 120 | 3.95 |
| 34 | 1.12 |




Como vemos tiene plazos que vencen o vencieron en días, y otros en meses, para poder unificar y hacer equivalente estos cálculos, los días serán convertidos en meses, dividiendo el número de días entre 30.4 (que es el valor más aproximado a cubrir los 365 días por la variación en el número de días en los meses).



Para conocer el valor actual de tu deuda, se debe sacar VEO (Valor del Esquema Original), ya que traeremos los pagos vencidos a valor presente y los que están por vencer los traeremos a la Fecha Focal para así conocer la deuda Actual.

La fórmula para sacar Veo es:

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n}\frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$



Sustituyendo los valores queda de la siguiente forma, considerando los cálculos previos realizados para unificar todos los plazos en meses.

$$V_{EO} = 1{,}200.00\left(1+\frac{.25}{12}\right)^{3.95} + 3{,}450.00\left(1+\frac{.25}{12}\right)^{1.12} + \frac{2{,}750.00}{\left(1+\frac{.25}{12}\right)^{2}} + \frac{900.00}{\left(1+\frac{.25}{12}\right)^{3}}$$

$$V_{EO} = 1{,}200.00(1.08485483) + 3{,}450.00(1.02336232) + \frac{2{,}750.00}{(1.04210069)} + \frac{900.00}{(1.06381112)}$$

$$V_{EO} = \$1{,}301.83 + \$3{,}530.60 + \$2{,}638.90 + \$846.01$$

El Valor Actual de la deuda es:

$$V_{EO} = 8{,}317.34$$

Los pagos mensuales quedaran de la siguiente manera:

1° pago = 35días
2° pago = 60 días
3° pago =4 meses
4° pago =200 días
5° pago= 8 meses

**Con una tasa de interés del 50% mensual.**

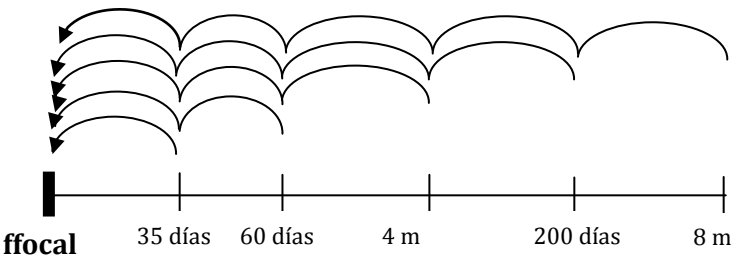


Tabla de cálculos de días a meses

| Días | Meses |
|---|---|
| 35 | 1.15 |
| 60 | 1.97 |
| 200 | 6.58 |

Se debe trazar nuestra línea de tiempo







El siguiente paso es conocer la mensualidad que tendrás que cubrir para los nuevos plazos.

$$y = \frac{8{,}317.34}{factor}$$



Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{1=n} X_{1\ldots n} = \sum_{1=n} \frac{X_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores de cada uno de los nuevos plazos con la nueva tasa de interés nos queda de la siguiente forma:

$$V_{EN} = X_0 + \frac{X_1}{\left(1+\frac{.50}{12}\right)^{1.15}} + \frac{X_2}{\left(1+\frac{.50}{12}\right)^{1.97}} + \frac{X_3}{\left(1+\frac{.50}{12}\right)^{4}} + \frac{X_4}{\left(1+\frac{.50}{12}\right)^{6.58}} + \frac{X_5}{\left(1+\frac{.50}{12}\right)^{8}}$$

$$V_{EN} = X_0 = 1 + \frac{X_1 = 1}{(1.04806467)} + \frac{X_2 = 1}{(1.08374141)} + \frac{X_3 = 1}{(1.17737569)} + \frac{X_4 = 1}{(1.30814319)} + \frac{X_5 = 1}{(1.38621353)}$$

$$V_{EN} = 1 + 0.954139595 + 0.922729343 + 0.849346566 + 0.764442308 + 0.72389582$$

El Factor resultante es:

$$V_{EN} = 5.214553$$

El monto de la Mensualidad a cubrir:

$$y = \frac{98{,}317.34}{2.214553} = 1{,}595.02$$

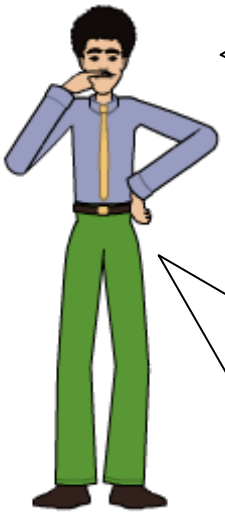
## Problema 7.-

El Dr. Maza se fue de viaje, y a su regreso se dio cuenta que tenía unos pagos vencidos y que sobre todo estaba muy gastado en su liquidez…




El Dr. Maza fue al banco a ver a su ejecutivo Martin, para que le asesorara en la reestructura de sus cuentas por pagar.





Su condición actual es la siguiente: **Tasa de Interés Anual del 45.6%**

$fe_1$ =8,750.00 (Vencido hace 3 meses)
$fe_2$ =2,830.00 (Vencido hace 2 mes)
$fe_3$ =17,400.00 (Vence en 2 meses)
$fe_4$ =1,750.00 (Vence en 4 meses)

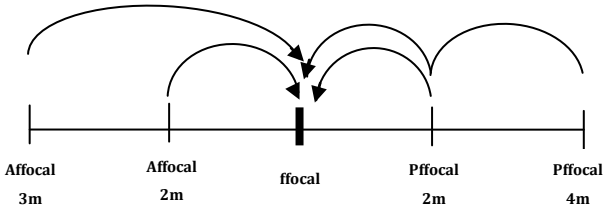
*Necesitamos traer al día de hoy o fecha Focal los montos de las deudas vencidas :

- $fe_1$ =8,750.00 (Vencido hace 3 meses)
- $fe_2$ =2,830.00 (Vencido hace 2 mes)

*De los plazos que están por vencer necesitamos igual traerlos al día de hoy o Fecha Focal, ya que si el pagara hoy esas cuentas existiría un ahorro por los intereses no devengados: $fe_3$ =17,400.00 (Vence en 2 meses) y $fe_4$ =1,750.00 (Vence en 4 meses)



Dibujamos el estado de nuestra deuda, aplicando el método de "Brinca la Tablita" (Capitalización)



Para hacer esos cálculos utilizaremos la formula de:

Valor Esquema Original = Veo

Con la cual podemos traer las cantidades o cuentas vencidas al valor presente.

$$V_{EO} = \sum_{1=n} fe_{1aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{2aff}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} + fe_{ff} + \sum_{1=n}\frac{fei_{pff}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}}$$





Sustituyendo los valores de cada una de las cuentas, nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EO} = 8{,}750\left(1+\frac{.456}{12}\right)^{3} + 2{,}830\left(1+\frac{.456}{12}\right)^{2} + \frac{17{,}400}{\left(1+\frac{.456}{12}\right)^{2}} + \frac{1{,}750}{\left(1+\frac{.456}{12}\right)^{4}} =$$

$$V_{EO} = 8{,}750(1.11838687) + 2{,}830(1.0774440) + \frac{17{,}400}{(1.0774440)} + \frac{1{,}750}{(1.16088557)} =$$

$$V_{EO} = 9{,}785.88513 + 3{,}049.16652 + 16{,}149.3312 + 1{,}507.46985$$

Este resultado es el valor del total de la deuda en la Fecha Focal.

$$V_{EO} = 30{,}491.8527$$



Para conocer el monto de las nuevas mensualidades iguales necesitamos conocer el factor.

$$y = \frac{30{,}491.8527}{factor}$$

Para conocer ese factor necesitamos el nuevo esquema en el que usted Dr. Pagara esta deuda.

Ahora dígame en cuantos pagos se reestructurara y en que tiempos. Solo que la tasa de interés será del 55% anual



Ok. Los pagos quedarían de la siguiente forma :

1° pago = fecha focal

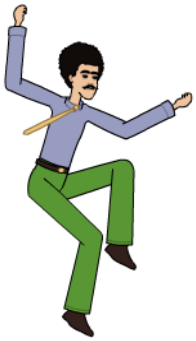
2° pago = 1 mes

3° pago = 2 meses

4° pago =4 meses

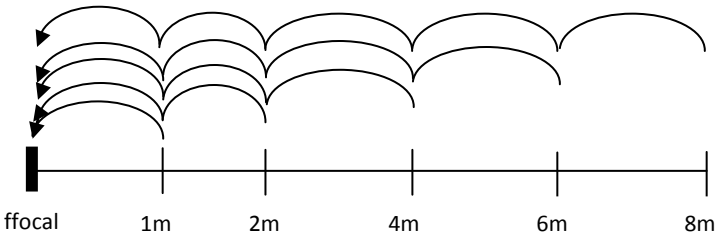
5° pago =6 meses





Para calcular VEO (Valor del Esquema Nuevo) se utiliza la siguiente fórmula:

$$V_{EN} = \sum_{i=n} X_{1\ldots n} = \sum_{i=n} \frac{X_i}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n}$$



Sustituyendo los valores nos quedaría de la siguiente forma:

$$V_{EN} = x1\ \frac{X_2}{\left(1+\frac{.55}{12}\right)^1}+\frac{X_3}{\left(1+\frac{.55}{12}\right)^2}+\frac{X_4}{\left(1+\frac{.55}{12}\right)^4}+\frac{X_5}{\left(1+\frac{.55}{12}\right)^6}+\frac{X6}{\left(1+\frac{.55}{12}\right)^8}$$



$$V_{EN} = X1 = 1\frac{X_2=1}{(1.04583333)}+\frac{X_3=1}{(1.09376736)}+\frac{X_4=1}{(1.19632704)}+\frac{X_5=1}{(1.30850347)}+\frac{X_6=1}{(1.43119839)}$$

$$V_{EO} = 1 + 0.956175 + 0.914271 + 0.835892 + 0.764232 + 0.698715 =$$

El Factor resultante es: $V_{EO} = 5.169285$



Ahora que ya conocemos el factor, podemos conocer el monto de las mensualidades nuevas, para los nuevos plazos reestructurados.

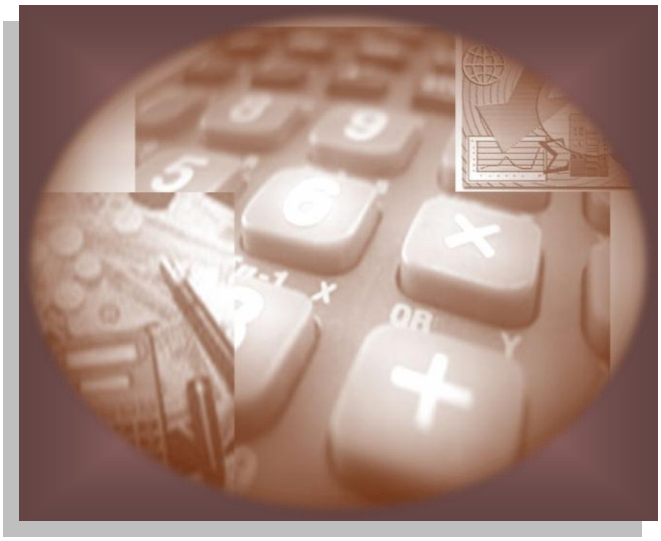
$$y = \frac{30{,}491.8527}{5.169285} = 5{,}898.66$$

# Fin del Capitulo:

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx





# CAPÍTULO III
# TASAS DE RENDIMIENTO Y DESCUENTO



## 3.1. TASAS DE RENDIMIENTO Y DESCUENTO

### 3.1.1.- Conceptos básicos y ejercicios:

**La tasa de interés se refiere:** A la valoración del costo que implica la posesión del dinero, producto de un crédito. Rédito que causa una operación, en cierto plazo, y que se expresa porcentualmente respecto al capital que lo produce. Es el precio en porcentaje que se paga por el uso de fondos financiados[1].

LA TASA DE RENDIMIENTO SE REFIERE A LA TASA QUE EL INVERSIONISTA ESPERA OBTENER DE SUS INVERSIONES, CLARO ESTÁ, ANTES DE LA CARGA TRIBUTARIA.

Si buscamos los componentes que son base para la determinación de la tasa de rendimiento que ofrecen los instrumentos de inversión, podríamos decir: que la tasa de rendimiento debiera exceder a la tasa de mercado en proyectos de riesgo.



**DEBIERA CONSIDERARSE ENTRE OTRAS COSAS: la tasa real, la inflación acumulada en el lapso de tiempo de la inversión, el grado de riesgo:**

Como función lineal, situaríamos a la tasa de rendimiento como:

$$Tr = [i + i_f + p_l + p_r +)\beta$$

Esta pudiera ser una fórmula para determinar una tasa de rendimiento acorde a la inversión.

**Donde:**

$T_r$= *tasa de rendimiento*
$i$= *interés real*
$i_f$= *inflación acumulada*
$p_l$= *prima de liquidez*
$p_r$= *prima de riesgo*
$\beta$= *beta del activo*

[1] Disponible en Website http://www.definicion.org/tasa-de-interes [consultado el 300107]

**Sin embargo en las operaciones activas y pasivas que llevan a cabo las instituciones financieras, éstas, solo toman la tasa de referencia que el Banco de México autoriza para tal efecto.**

En resumen, la tasa de rendimiento es el premio que se espera recibir, mientras que la tasa de descuento se refiere a un índice de rendimiento utilizado para descontar flujos futuros de efectivo a su valor actual (presente).

Veamos el caso de los Cetes

El Cete puede calcularse de dos maneras:

A partir de su tasa de rendimiento:

Teorema (1)

$$P_{cete} = \frac{V_{nom}}{(1 + \frac{i_{rt} * t}{360})}$$

Donde:

$P_{cete}$ = Precio del Cete (8 decimales)
$V_{nom}$ = Valor nominal del Cete
$i_{rt}$ = Rendimiento anual (tasa)
$t$ = Plazo en días del Cete

O a partir de su tasa de descuento.

$$i_d = \frac{i_{rt}}{(1 + \frac{i_{rt} * t}{360})}$$

**Donde:**

$i_d$ = Tasa de descuento
$i_{rt}$ = Rendimiento anual (tasa)
$t$ = Plazo en días del Cete

Se despeja $i_{rt}$

Teorema (2)

$$i_{rt} = \frac{i_d}{(1 - \frac{i_d * t}{360})}$$

**Si se sustituye el teorema 2 en 1..... Se obtiene el teorema 3**

$$P_{cete} = V_{nom} * (1 - \frac{i_d * t}{360})$$

Ejemplo de ello, lo podemos situar en el cálculo del siguiente paquete:

> Un inversionista adquiere Cetes con un rendimiento anual del 14.7%. La colocación está fechada el 31 de Marzo del 2006 y la fecha de vencimiento es el 28 de abril del mismo año (28 días por madurar el valor nominal de $10.00).

Recordemos que los Cetes se adquieren a descuento en los mercados primario y secundario.

**Se solicita calcular el valor de adquisición**

> **a):** calcular el principal a través de $i_{rt}$
> **b):** calcular el precio a partir de $i_d$
> **c):** calcular el precio a partir del teorema **3**

$$P_{cete} = \frac{V_{nom}}{(1 + \frac{i_{rt} * t}{360})} \quad P_{cete} = \frac{10.000}{(1 + \frac{0.147 * 28}{360})} \quad P_{cete} = \frac{10.000}{(1.011433333333} =$$

**$9.886959104 (a)**

$$i_d = \frac{i_{rt}}{(1 + \frac{i_{rt} * t}{360})} \quad i_d = \frac{0.147}{(1 + \frac{0.147 * 28}{360})} \quad i_d = \frac{0.147}{(1.0114333333)} =$$

**0.1453 » 14.53% (b)**

Con la tasa de descuento (14.53%) se calcula el precio del Cete en su adquisición.

Su valor par, hasta su maduración es de $10.00, por eso es que se compra a descuento

$$P_{cete} = V_{nom} * (1 - \frac{i_d * t}{360}) \qquad P_{cete} = 10 * (1 - \frac{0.1453 * 28}{360})$$

$$P_{cete} = 10 * (1 - 0.0113011111) \quad P_{cete} = 10 * (0.9886988889) =$$

**9.886988889 (c)**

# 3.1.2.- TASAS DE INTERÉS

**- Conceptos básicos y ejercicios:**

**Tasa nominal y tasa efectiva:** La tasa nominal es la tasa pasiva sin capitalizar. La tasa efectiva es la que resulta de capitalizar la tasa nominal, la cual depende de los períodos de capitalización (diario, semanal, mensual, semestral o anual).



Veamos en la siguiente tabla un ejercicio de forma comparada

| Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización | | | |
|---|---|---|---|
| Capitalización mensual (n=12) | | Capitalización semestral (n=2) | |
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual |
| 6.00 | 6.1678 | 6.00 | 6.0900 |
| 9.00 | 9.3807 | 9.00 | 9.2025 |
| 12.00 | 12.6825 | 12.00 | 12.3600 |
| 15.00 | 16.0755 | 15.00 | 15.5624 |
| 18.00 | 19.5618 | 18.00 | 18.8100 |
| 24.00 | 26.8242 | 24.00 | 25.4400 |
| 27.00 | 30.6050 | 27.00 | 28.8225 |
| 30.00 | 34.4889 | 30.00 | 32.2500 |
| 33.00 | 38.4784 | 33.00 | 35.7225 |
| 36.00 | 42.5761 | 36.00 | 39.2400 |

En la Tabla anterior se muestra la variación en las tasas nominales y efectivas para distintos períodos de capitalización.

La relación entre la tasa nominal y la tasa efectiva se muestra en la Fórmula 1.

$$TE = \left[ (1 + \frac{Tn}{m})^{n} - 1 \right] * 100$$ **Fórmula 1**

**En donde:**

TE = Tasa efectiva
Tn = Tasa nominal
n = Número de períodos de capitalización
m = capitalización

También se puede calcular de la siguiente manera:

Si $f$ es la tasa efectiva, *"i"* la tasa de interés por el período de capitalización y por $m$ al número de períodos (Pastor, 1999).

Entonces:

$$f = (1+i)^{m} - 1$$ **Fórmula 1.A**

**Ejemplo**

Calcule la tasa efectiva anual si se tiene una tasa nominal con capitalización mensual del 12%. En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1,** se tiene que:

$$TE = \left[ (1 + \frac{0.12}{12})^{12} - 1 \right] * 100 = 12.68\%$$

**Con la fórmula 1.A**

$$f = (1+i)^{m} - 1 \quad f = (1+0.01)^{12} - 1 \quad f = 0.1268250301$$

**Ejemplo**
Calcule la tasa efectiva anual si se tiene una tasa nominal con capitalización semestral del 36%.

En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1** se tiene que:

$$TE = \left[ (1 + \frac{0.36}{2})^2 - 1 \right] * 100 = 39.24\%$$

**Ahora otro Ejemplo**

Calcule la tasa efectiva anual con capitalización mensual si se tiene una tasa nominal diaria del 0.09%.

En este caso sustituyendo en la **Fórmula 1** se tiene que:

$$TE = \left(1 + (.009 * 30)\right)^{12} - 1 \right] * 100$$
$$TE = \left(1.027\right)^{12} - 1 \right] * 100$$
$$TE = (1.376719054) - 1 * 100$$
$$TE = 37.6719054\%$$

# 3.1.3.- Tasa real

Representa la utilidad neta de una inversión de capital en una entidad financiera. Es decir, la tasa real es el rendimiento por encima de la inflación que se paga o se recibe en operaciones financieras. Está determinada en función de la tasa efectiva y de la tasa inflacionaria, tal y como se muestra en la Fórmula 2.

$$TR = \left[ \frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100 \quad \text{Fórmula 2}$$

En donde:

TR = Tasa real,
TE = Tasa efectiva,
TI = Tasa inflacionaria

**REALICEN LA SIGUIENTE ACTIVIDAD EN CLASE PARA FOMENTAR LA PARTICIPACIÓN DEL ALUMNO.**

**Desarrollar los siguientes** Ejercicios:

Calcule las tasas efectivas de las tasas nominales descritas de la siguiente Tabla:

| Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización | | | |
|---|---|---|---|
| Capitalización mensual | | Capitalización quincenal | |
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual |
| 1.00 | | 1.00 | |
| 2.00 | | 2.00 | |
| 3.55 | | 3.55 | |
| 14.78 | | 14.78 | |
| 18.68 | | 18.68 | |
| 24.50 | | 24.50 | |
| 26.00 | | 26.00 | |

**Ahora con:**

| Capitalización bimestral (n=6) | Capitalización trimestral (n=4) |
|---|---|

| Tasa nominal y efectiva con distintos períodos de capitalización | | | |
|---|---|---|---|
| Capitalización bimestral | | Capitalización trimestral | |
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual |
| 1.00 | | 1.00 | |
| 2.00 | | 2.00 | |
| 3.55 | | 3.55 | |
| 14.78 | | 14.78 | |
| 18.68 | | 18.68 | |
| 24.50 | | 24.50 | |
| 26.00 | | 26.00 | |

**SIGUIENTE EJERCICIO:** Calcule la Tasa Real de las siguientes tasas efectivas

**Considere una Inflación anual del 3.5% para todos los casos…**
(Sólo para fines didácticos)

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$ **Fórmula 2**

En donde:

TR = Tasa real,
TE = Tasa efectiva,
TI = Tasa inflacionaria



| Capitalización mensual (n=12) | | |
|---|---|---|
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa Real |
| 6.00 | **6.1678** | Ejemplo resuelto |
| 9.00 | 9.3807 | |
| 12.00 | 12.6825 | |
| 15.00 | 16.0755 | |
| 18.00 | 19.5618 | |

Desarrollo de un ejemplo:

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100 \quad TR = \left[\frac{0.061678 - 0.035}{1 + 0.035}\right] * 100 \quad TR = \left[\frac{0.026678}{1 + 0.035}\right] * 100 = 2.577584541$$

Resultado:

| Capitalización mensual (n=12) | | |
|---|---|---|
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa Real |
| 6.00 | **6.1678** | **2.5776** |

**3.1.4.- EJERCICIOS: Ahora considere una inflación mensual estimada durante el año del 0.5%** (resuelva los ejercicios de la tabla)

| Tasa nominal, efectiva y real | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Capitalización bimestral | | | Capitalización trimestral | | |
| Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa real | Tasa nominal anual | Tasa efectiva anual | Tasa real |
| 14.78 | ¿ ? | ¿ ? | 14.78 | | |
| 18.68 | | | 18.68 | | |
| 24.50 | | | 24.50 | | |
| 26.00 | | | 26.00 | | |

**EJERCICIO RESUELTO DE EJEMPLO:**

**Tasa nominal anual del 14.78%**

Primeramente se calcula la Tasa efectiva, para ello se requiere conocer la tasa bimestral.

(14.78/12)*2=2.463333 bimestral ó .1478/6= 2.463333

Formula: $$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$

En donde:

TE = Tasa efectiva,
TN = Tasa nominal,
m= capitalización,
n= períodos de capitalización

$$TE = \left[(1 + (\frac{.1478}{6})^{6} - 1\right] * 100 \qquad TE = \left[(1.02463333)^{6} - 1\right] * 100$$

$$TE = \left[(1.15720652) - 1\right] * 100 = 15.720652\%$$

Ahora se calcula la Tasa real

En donde:

TR = Tasa real?,

TE = Tasa efectiva 15.720652,

TI = Tasa Inflacionaria 0.5% mensual * 12=6% anual

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100 \quad TR = \left[\frac{.15720652 - .06}{1 + 0.06}\right] * 100$$

$$TR = [0.09170426] * 100 = 9.170426\%$$

**Como visualizar este cálculo en un simulador financiero:**




## Finalmente se tiene

| Tasa nominal, efectiva y real | | |
|---|---|---|
| **Capitalización bimestral** | | |
| **Tasa nominal anual** | **Tasa efectiva anual** | **Tasa real** |
| **14.78%** | **15.72%** | **9.17%** |

**Este simulador y otros, tiene descarga gratuita en:**

http://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/

Sección descargas…….. Fue desarrollado por alumnas de la Maestría en Administración en la UCC

Practicando Mate-financiera con Kitty




# 3.1.5. TASAS EQUIVALENTES

En teoría, las tasas de interés con períodos distintos de capitalización son equivalentes, si en el largo plazo generan el mismo rendimiento. La tasa de interés es equivalente a su tasa efectiva asociada, porque ambas generan similares ganancias. En la práctica financiera y comercial, con frecuencia se hace necesario calcular la tasa equivalente, a partir de períodos de capitalización diferentes (Pastor, 1999).

**Veamos un caso:**

**Banco de la ilusión:** ofrece el 14.2% anual capitalizable mensualmente



Vs.

**Banco de las transas:** ofrece el 15.0% anual capitalizable trimestralmente



El problema que se le viene al Banco de la ilusión es…….. Que sus clientes le están cancelando sus cuentas, para irse con el Banco de las transas…. pudiera ser traición, pero no……..

¡Debemos cuidar nuestro dinero! … ¿no cree Usted?



Como resolver este problema

Pastor (1999), sugiere utilizar el procedimiento de las tasas efectivas. Es por ello, que calculamos la tasa efectiva del "Banco de las transas" que es nuestra competencia directa.

Para ello, podemos utilizar las siguientes fórmulas

$$TE = \left[ (1 + \frac{0.15}{4})^4 - 1 \right] * 100 = 15.8650415$$

*ó*

$$f = (1+i)^m - 1 \qquad f = (1+0.0375)^4 - 1 \quad f = 0.158650415$$

Entonces como el primer Banco ofrece una tasa del 14.2% capitalizable mensualmente, ahora debemos encontrar la tasa que capitalizable mensualmente, rinde la tasa efectiva del 15.865% cuya capitalización es trimestral

Con ello se daría respuesta a la pregunta…. ¿Qué tasa anual capitalizable mensualmente, debe pagar el Banco **A**, que le permita igualar los rendimientos del Banco **B?**

Ahora nos damos a la tarea de encontrar la tasa requerida, o sea, la tasa nominal que capitalizable mensualmente, **sea equivalente a la tasa efectiva del 15.865%,** ésta última, **correspondiente a la tasa anual del 15% capitalizable trimestralmente** que ofrece el Banco B

**Los datos son:**

Como tasa nominal ( $i$ ), se toma la tasa efectiva ($i_e$) y a partir de la fórmula del monto compuesto:

$$S = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n$$ **Ahora tenemos que** $$1.15865 = \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12}$$

Despejemos $i$ *elevando a la potencia en que se desea capitalizar la tasa equivalente.*

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right) = (1.15865)^{1/12}$$ Esto nos da..... $(1.15865)^{0.0833333333}$

$$(1.012346896)$$

Si la unidad esta sumando..... Pasa restando y queda la siguiente expresión:

$$\frac{i}{12} = 0.012346896 \qquad i = 12 * 0.012346896 = 0.148162752$$

Ahora hay que sugerirle al Banco de la ilusión que ofrezca una tasa anual capitalizable mensualmente de por lo menos 14.82% (redondeada), que es equivalente a la tasa nominal del 15% capitalizable trimestralmente, y equivalente a su tasa efectiva del 15.865%

Otra alternativa que presenta el Dr. Pastor, para identificar tasas equivalentes, a partir de las tasas nominales que ofrecen los bancos que se comparan es:

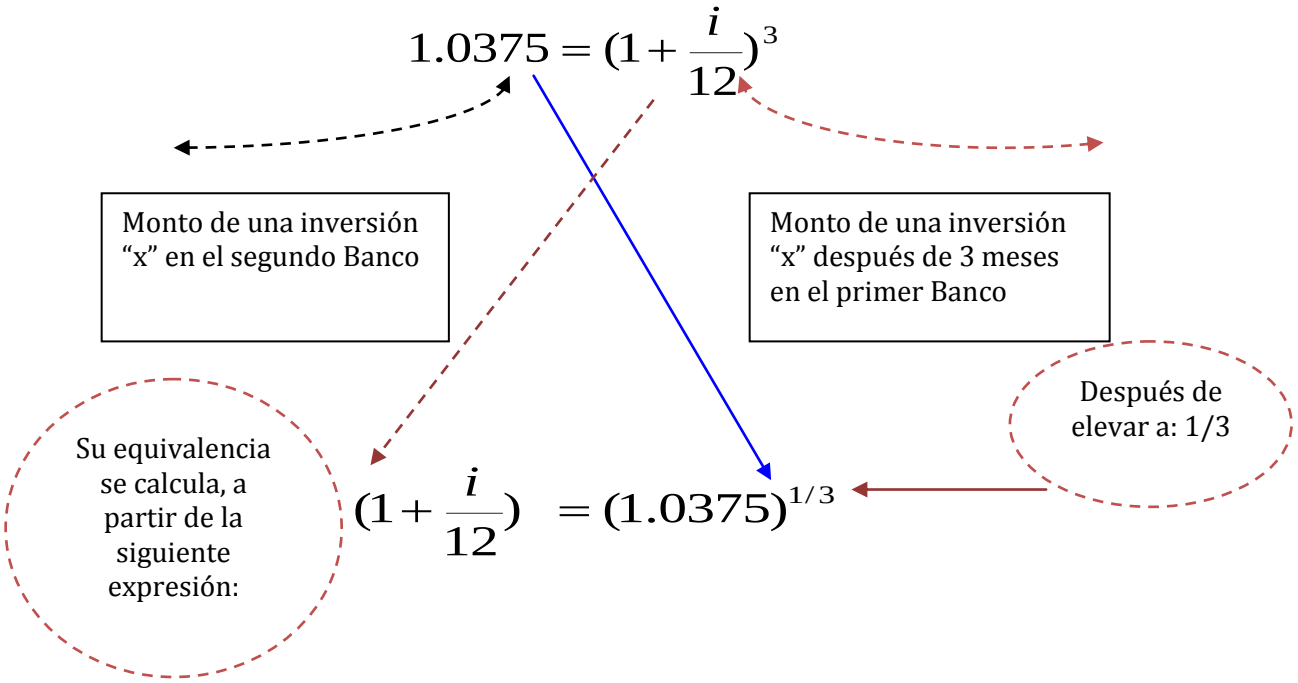
a).- igualar los rendimientos de ambas tasas en el plazo más reciente en el que puedan coincidir.
b).- No se requiere calcular tasa efectiva
c).- Ubicar las capitalizaciones que ofrecen los bancos.... (***Es común que sea a 28 días, mensual, trimestral***)

Con lo anterior, entonces ahora debemos determinar las tasas

***i1=*** tasa nominal para el primer banco (en este ejemplo es igual a i/12)

***i2=*** tasa nominal del segundo banco (en este ejemplo es igual a 15/4 = 3.75%)

Con estos datos debemos satisfacer la siguiente ecuación




Tenemos que es = 1.012346926

Al igual que la primera alternativa: Se le resta la unidad y se multiplica por 12 y nuevamente tenemos una tasa equivalente del 14.816% (1-1.012346926*12)

Si con todo esto, los clientes siguen cancelando sus cuentas, entonces deberán preocuparse los funcionarios del Banco y replantear su estrategia para cuidar a sus clientes.

# 3.1.6. EJERCICIOS CON SIMULADOR FINANCIERO.

**Para mostrar el uso de un simulador financiero, y para mayor comprensión del tema, a continuación se muestra en un cuadro un conjunto de tasas nominales, de las cuales se calculará su tasa efectiva y su tasa real. Para ello consideraremos diferentes periodos de capitalización y se tomará el interés ordinario de 360 días.**

Para todos los casos se tomará como índice de inflación el 3.4% anual, para el cálculo de la tasa real.

Se pide calcular su tasa efectiva y tasa real:

| TASA NOMINAL, EFECTIVA y REAL CON DISTINTO PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capitalización quincenal | | | Capitalización mensual | | | Capitalización bimestral | | |
| TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) |
| 11.00% | | | 11.00% | | | 11.00% | | |
| 12.55% | | | 12.55% | | | 12.55% | | |
| 13.30% | | | 13.30% | | | 13.30% | | |
| 14.00% | | | 14.00% | | | 14.00% | | |
| 15.75% | | | 15.75% | | | 15.75% | | |

De las formulas: Tasa Efectiva y Tasa Real se tiene que

$$TE = \left[ (1 + \frac{Tn}{m})^n - 1 \right] * 100 \quad \text{y} \quad TR = \left[ \frac{TE - TI}{1 + TI} \right] * 100$$

# Con el simulador financiero:

Se toma como ejemplo la tasa nominal del 12.55% misma que se calculará su tasa efectiva y la tasa real con tres tipos de capitalización en interés ordinario (360 días).

Para la primera de las tasas (efectiva) se utiliza un simulador en Excel y para la segunda (real) un simulador diseñado en Visual Basic.

| TASA NOMINAL, EFECTIVA y REAL CON DISTINTO PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capitalización quincenal | | | Capitalización mensual | | | Capitalización bimestral | | |
| TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) |
| 12.55% | | | 12.55% | | | 12.55% | | |

Primer caso (Tasa Efectiva):

Quincenal

$$TE = \left[ (1 + \frac{Tn}{m})^{n} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + \frac{.1255}{360 * 15})^{360/15} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + 0.005229167)^{24} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1.133344515) - 1 \right] * 100$$

$$TE = 13.33445152\%$$

Mensual

$$TE = \left[ (1 + \frac{Tn}{m})^{n} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + \frac{.1255}{360 * 30})^{360/30} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + 0.010458333)^{12} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1.132976544) - 1 \right] * 100$$

$$TE = 13.2976544\%$$

Bimestral

$$TE = \left[ (1 + \frac{Tn}{m})^{n} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + \frac{.1255}{360 * 60})^{360/60} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1 + 0.020916667)^{6} - 1 \right] * 100$$

$$TE = \left[ (1.132248523) - 1 \right] * 100$$

$$TE = 13.2248523\%$$

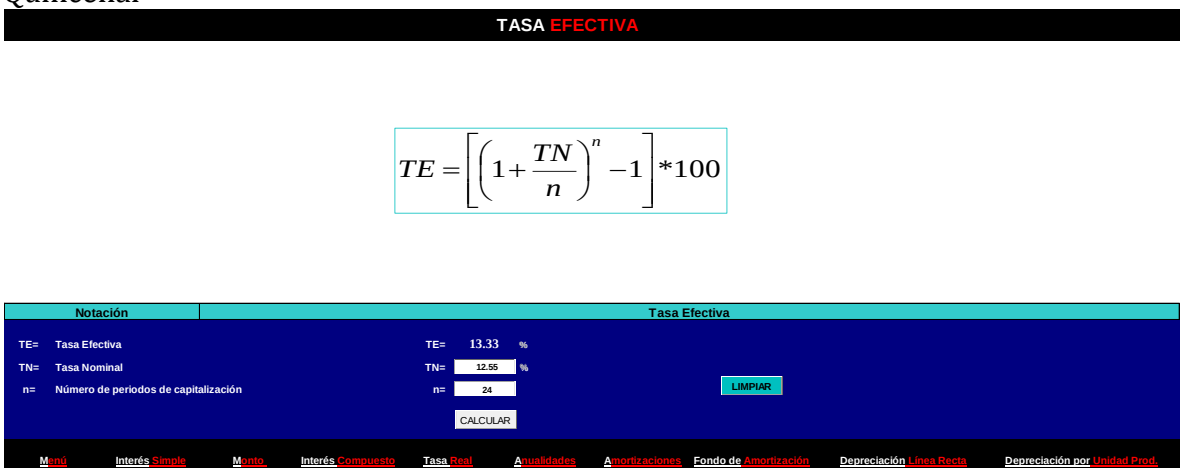
En resumen se tiene:

| TASA NOMINAL, EFECTIVA y REAL CON DISTINTO PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capitalización quincenal | | | Capitalización mensual | | | Capitalización bimestral | | |
| TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) |
| 12.55% | **13.33**4451% | | 12.55% | **13.29**7654% | | 12.55% | **13.22**4852% | |

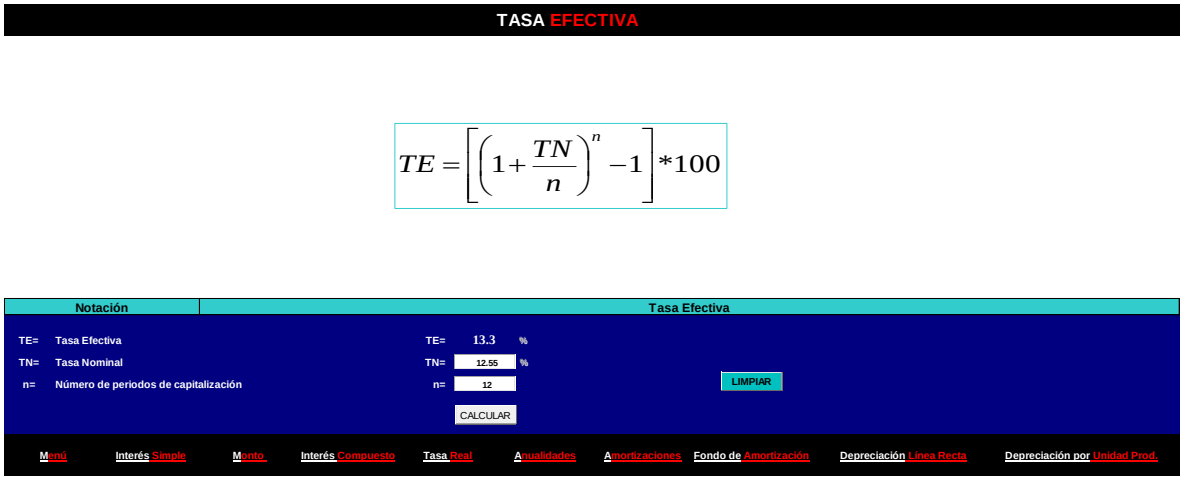
Para su comprobación, ahora

# Con un simulador en Excel

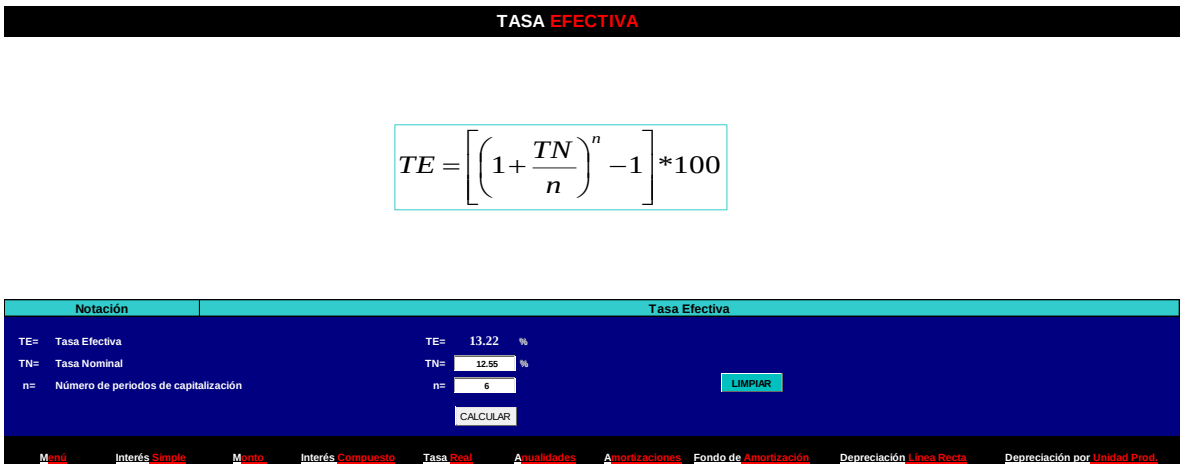
Quincenal




Mensual



Bimestral




Segundo caso (Tasa Real):
Quincenal

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{.133344451 - 0.034}{1 + 0.034}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{0.099344451}{1.034}\right] * 100$$

$$TR = 9.607780561\%$$

Mensual

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{.13297654 - 0.034}{1 + 0.034}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{0.09897654}{1.034}\right] * 100$$

$$TR = 9.5721992\%$$

Bimestral

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{.13224852 - 0.034}{1 + 0.034}\right] * 100$$

$$TR = \left[\frac{0.09824852}{1.034}\right] * 100$$

$$TR = 9.5017911\%$$

$$TR = \left[\frac{TE - TI}{1 + TI}\right] * 100$$

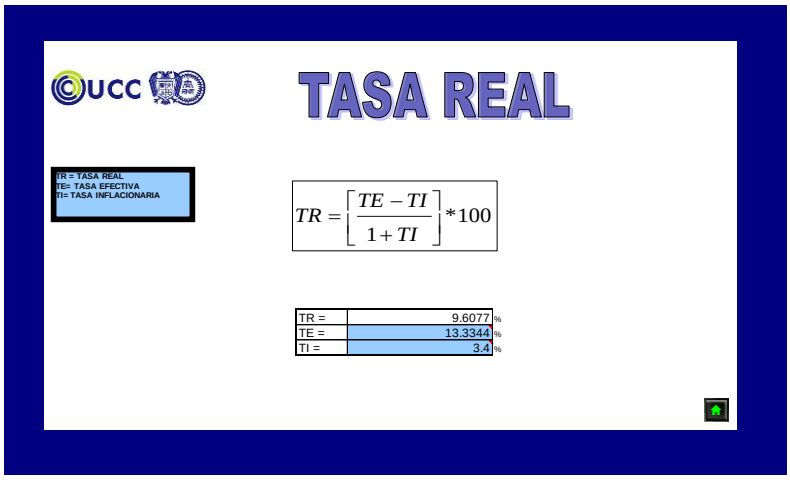
En resumen se tiene:

| TASA NOMINAL, EFECTIVA y REAL CON DISTINTO PERÍODO DE CAPITALIZACIÓN | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Capitalización quincenal | | | Capitalización mensual | | | Capitalización bimestral | | |
| TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) | TASA Nominal (anual) | TASA Efectiva (anual) | TASA Real (anual) |
| 12.55% | **13.33**44% | **9.60**77% | 12.55% | **13.29**76% | **9.57**21% | 12.55% | **13.22**48% | **9.501**79% |

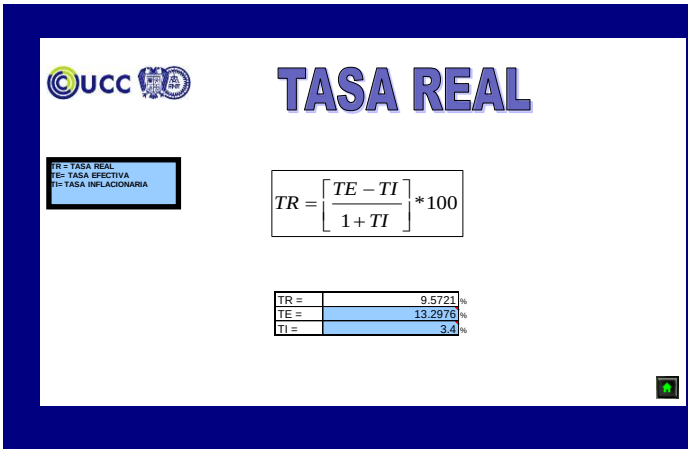
Para su comprobación, ahora

# Con un simulador en Excel y Visual Basic

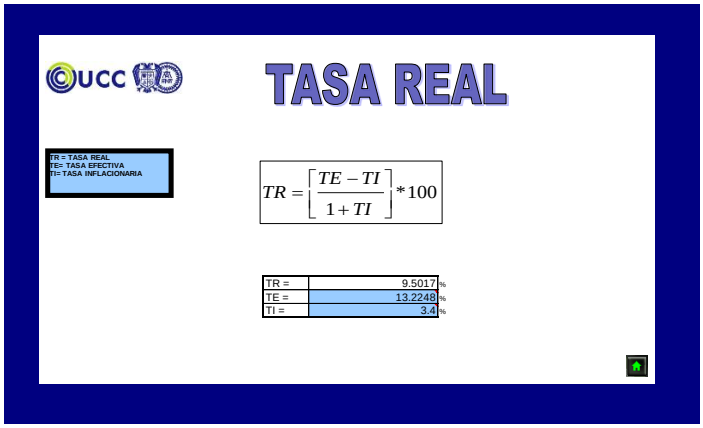
Quincenal



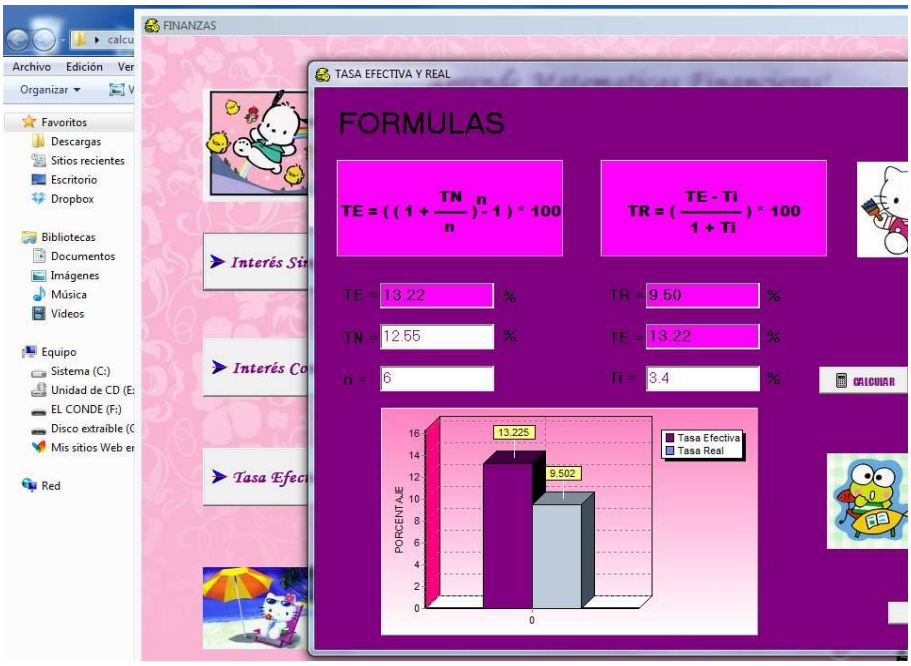
Mensual



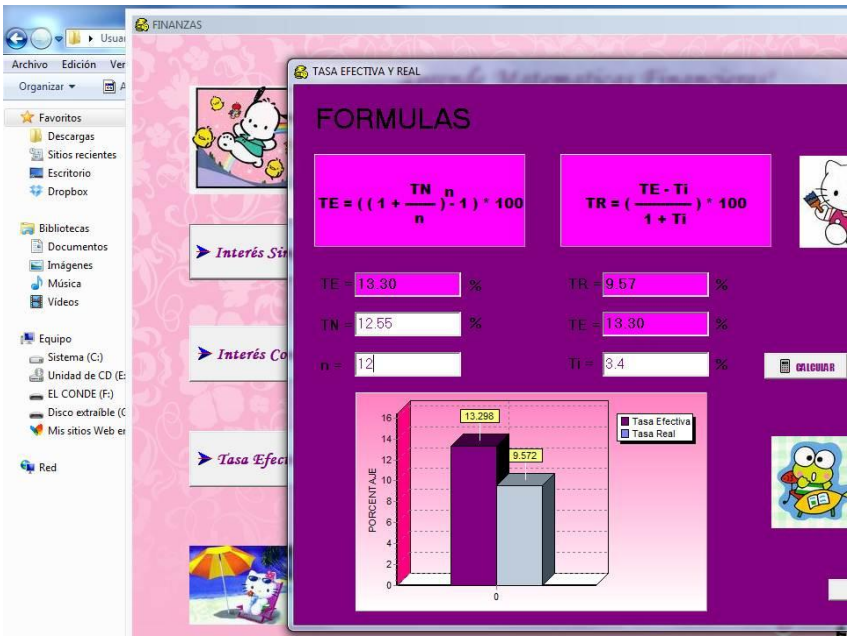

Bimestral



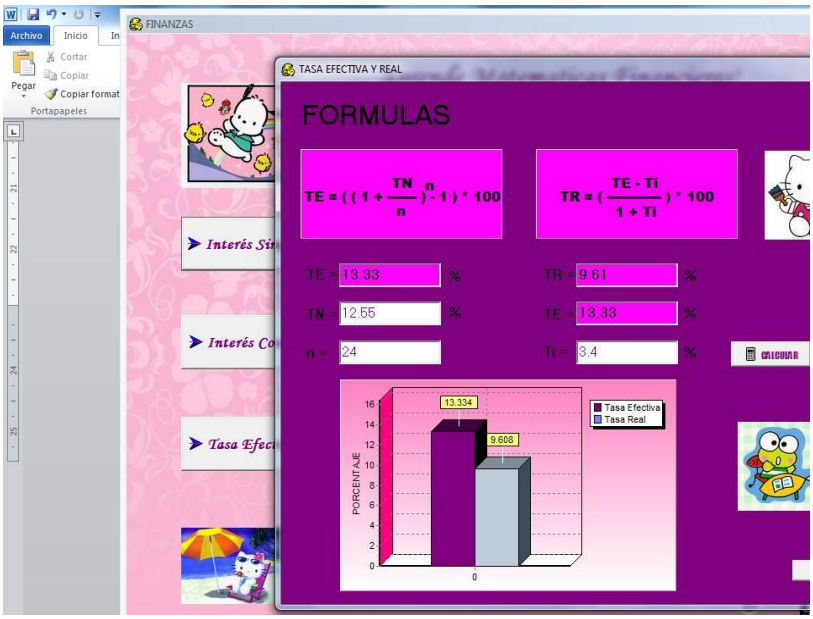

*




*




*




De esta forma podemos ver que los cálculos fueron correctos. Para el caso que se realizó en Visual Basic, se pudo comprobar tanto la tasa efectiva como la tasa real en las tres formas de capitalización. Y de forma individual, nuevamente en un simulador en Excel se corroboró el resultado que se hizo manualmente con las fórmulas.

Las herramientas financieras son descargables gratuitamente desde:

http://garciasantillan.com/

# Fin del Capitulo

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx






# CAPÍTULO IV
# VALOR FUTURO y VALOR PRESENTE - DESCUENTO COMPUESTO- Inflación



## 4.1.- VALOR FUTURO y VALOR PRESENTE -DESCUENTO COMPUESTO- Inflación

En el capítulo de Interés Simple se comentó sobre el tema en cuestión, solo que ahora se estudiará el valor futuro compuesto, el valor presente compuesto, su descuento e inflación.

Recordando: en el capítulo I, se analizaron problemas de valor presente en supuestos casos de corto plazo y que están basados en el interés simple.

Éstas son las fórmulas

$$P = \frac{S}{1+in} \quad \text{y} \quad P = \frac{S}{1+\frac{it}{360}}$$

Ahora bien, cuando la fecha de pago del adeudo es mayor, se utiliza la fórmula de valor presente utilizando interés compuesto. Así, en resumen podemos decir que el valor presente de una inversión que se pagará en el futuro, es el capital necesario que tenemos que invertir a una tasa "x" y a una fecha determinada, para cubrir un capital futuro.

Veamos un ejemplo:

> Un empresario obtuvo un préstamo de Nacional Financiera a una tasa de interés muy baja. Ocho meses antes de la fecha en que debe pagar dicha cantidad, consigue un contrato que le da utilidades suficientes para pagar esa cantidad, es decir, los $248,000.00 que le prestaron inicialmente. Considerando que el préstamo se acordó a tasas muy bajas, el empresario decide invertir el dinero necesario y que además le permita pagar la deuda contraída. Para ello se da a la tarea de buscar la Institución Financiera que mayor tasa de interés le pueda otorgar. El Banco que le ofrece el mayor rendimiento es el 14% anual capitalizable mensualmente.

La pregunta es... ¿Cuánto debe invertir hoy (ocho meses antes) a la tasa del 14%, de tal manera que pueda obtener para pagar los $248,000.00 en la fecha de vencimiento de su deuda?

Si $P$ es la inversión inicial, después de ocho meses el capital crece a:

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} \qquad S = P\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{8}$$

Si se desea que el monto sea $248,000.00, entonces tenemos que satisfacer la siguiente ecuación:

$$S = P\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{8} \qquad 248{,}000 = P\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{8}$$

$$S = P(1+0.011666)^{8} \quad S = P(1.011666)^{8} \quad S = P(1.097234)$$

Se despeja $P$

$$P = \frac{248{,}000}{1.097234} = \$226{,}022.89$$

Con esta cantidad invertida, a los ocho meses habrá acumulado los $248,000.00 que le prestó Nacional Financiera

**Comprobación:**

$$S = \$226{,}022.89\left(1+\frac{0.14}{12}\right)^{8} \quad S = \$226{,}022.89(1.01166667)^{8}$$

$$S = \$226{,}022.89(1.09723468) \quad S = \$248{,}000.153$$

Los .15 centavos son por el manejo de los dígitos.

En resumen……..

Podemos decir que, a la diferencia entre el valor del monto que se requiere para saldar una deuda y su valor actual neto o presente, le denominaremos **descuento compuesto**.

***S*** es el monto de la deuda, *i* a la tasa de interés por el período de capitalización, ***n*** al número de períodos de capitalización que se anticipan y ***P*** es el valor presente de la deuda:

$$S = P(1+i)^n$$

Despejamos P y tenemos:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}$$

**Valor presente compuesto**

$$P = \frac{S}{(1+\frac{i}{m})^n}$$

Cuando la tasa de interés se expresa nominalmente y el número de capitalizaciones por año es ***m***

## Que también puede ser representada como:

### Valor Futuro

$$VF = VP(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n/m}$$

### Valor Presente

$$VP = \frac{VF}{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n/m}}$$

Dónde:

VF= valor futuro
VP= valor presente
i= tasa nominal
m= tipo de capitalización
n= tiempo

## 4.1.1. Ejercicios validados con simuladores:

**Interés Compuesto**

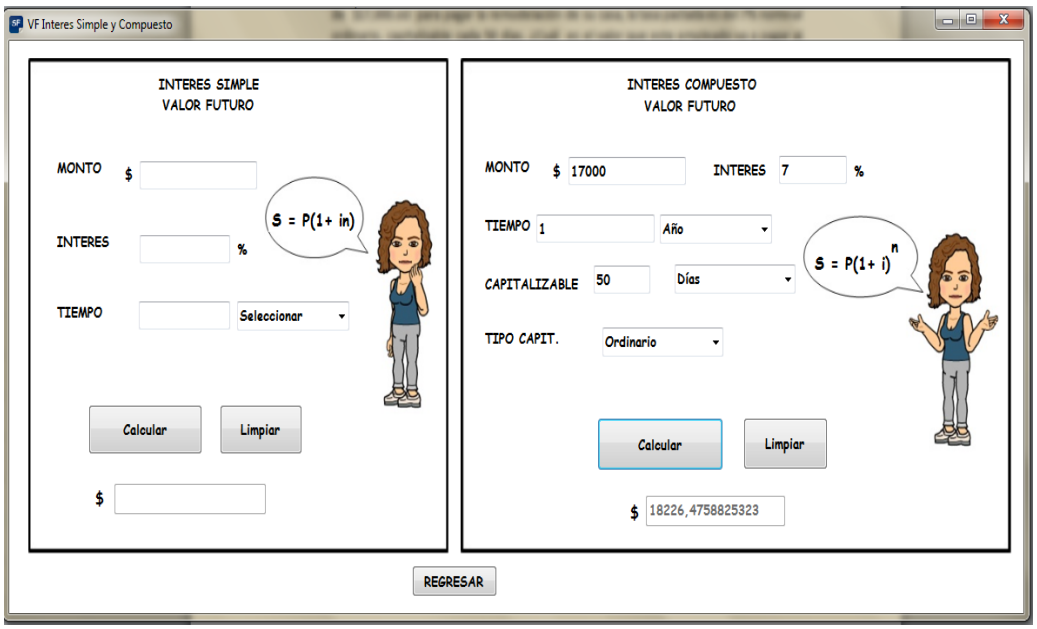
Un empleado pidió un préstamo en la empresa en la cual trabaja, por la cantidad de $17,000.00 para pagar la remodelación de su casa. La tasa pactada es del 7% nominal ordinario, capitalizable cada 50 días. ¿Cuál es el valor que este empleado va a pagar al final del periodo que es de un año?

P = $17,000
i = 7% Anual.
m = 50 días
n = 1 Años
S = ?

$$S = P*(1+i/m)^{n}$$

$$S = \$17,000*(1+((0.07/360)*50))^{(360)/50}$$
$$S = \$17,000*(1+(0.009722))^{(360)/50}$$
$$S = \$17,000*(1.009722)^{7.2}$$
$$S = \$17,000*1.072145$$
$$S = \$18,226,47$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**Otro caso:**

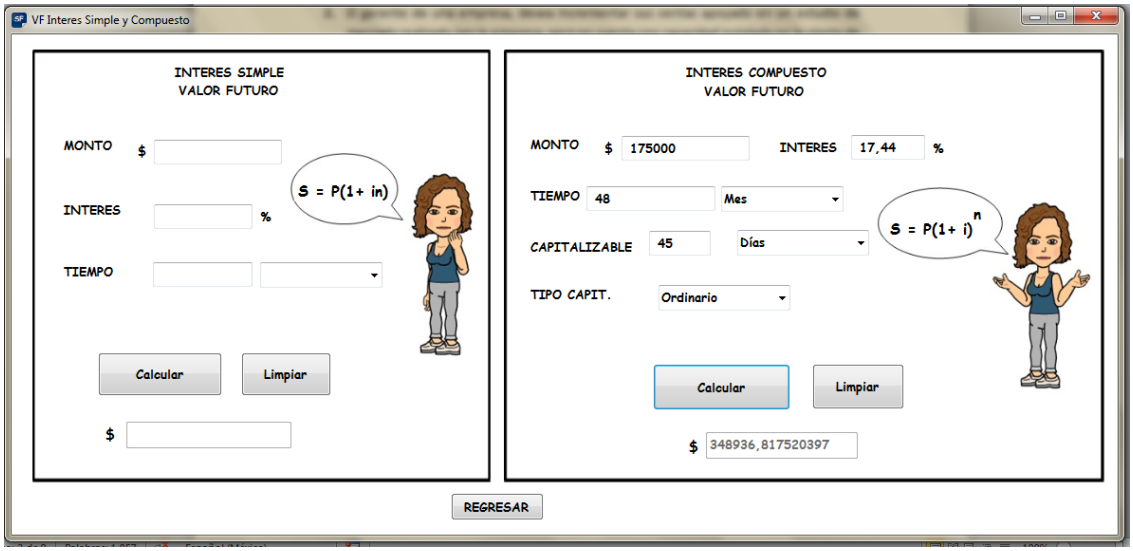
El gerente de una compañía desea incrementar sus ventas apoyado con los resultados de un estudio de mercado realizado por la empresa, para ello requiere ampliar la capacidad instalada en la planta de producción. Para dicha ampliación requiere de $175,000.00, por lo cual decide solicitar el dinero al banco de la Región, mismo que cobra una tasa de interés de 17.44% Nominal capitalizable cada 45 días. Si el préstamo es por 48 meses, cual es el importe que deberá cubrir?.

P = $175,000.00
i = 17.44% Anual.
m = 45 días
n = 48 Meses
S = ?

$$S = P*(1+i/m)^{n}$$

$$S = \$175,000.00*(1+((0.1744/360)*45))^{(48*30)/45}$$
$$S = \$175,000.00*(1+((0.0218))^{(48*30)/45}$$
$$S = \$175,000.00*(1.0218)^{32}$$
$$S = \$175,000.00*1.993924$$
$$S = \$348,936.81$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**Un siguiente ejercicio:**

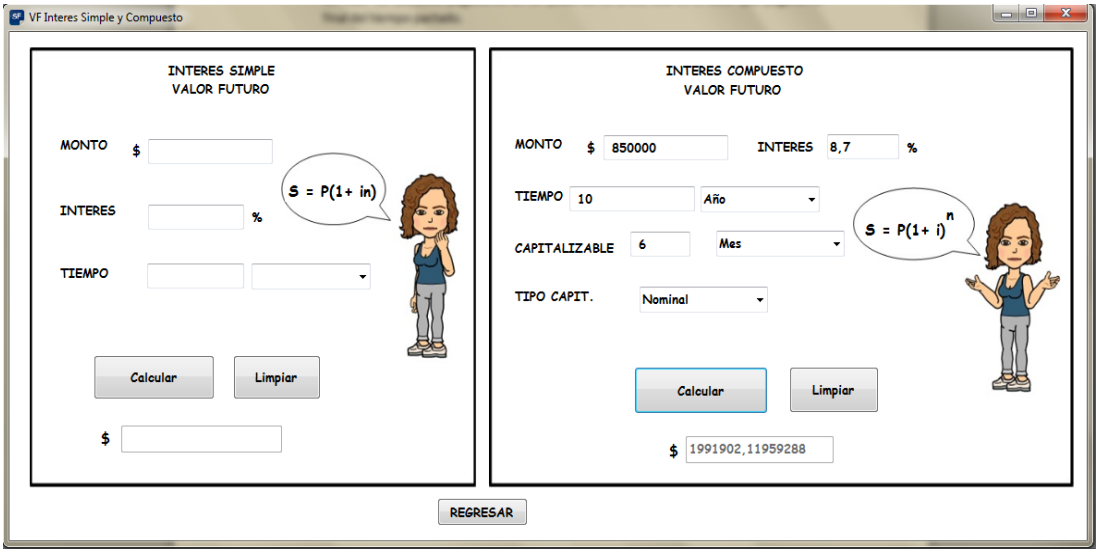
El gerente de una tienda de mascotas adquirió un crédito con un banco local a una tasa de interés del 8.7% anual capitalizable semestralmente, para la compra de una vivienda en la que pretenden poner un hotel de mascotas para sus asiduos clientes, el importe del crédito es por la cantidad de $850,000.00 pagaderos en un plazo de 10 años. ¿Cuál es el valor que pagarán al final del tiempo pactado, considerando que la tasa se mantendrá igual en toda la vigencia del crédito?.

P = $850,000.00
i = 8.7% ó 0.087
m = 6 meses (Semestral)
n = 10 años
S = ?

$$S = P*(1+i/m)^{n}$$

$$S = \$850,000*(1+((0.0.087/2)*6))^{(10*12)/6}$$
$$S = \$850,000*(1+0.0435)^{(10*12)/6}$$
$$S = \$850,000*(1.0435)^{20}$$
$$S = \$850,000*2.343414$$
$$S = \$1,991,902.12$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**Ejercicio de Valor Futuro y Valor Presente**

**Se presentan dos escenarios:** primeramente cuando se realiza un depósito inicial y con el tiempo se recibirá determinada cantidad y otro en donde se requiere obtener determinada cantidad y para ello, se deberá calcular la cantidad inicial que deberá depositarse, dependiendo del tiempo y la tasa de interés que ofrezca en ese momento algún banco.

**Primer caso:**

**Del presente al futuro sería el siguiente escenario:**

Samuel es padre de dos adolescentes las cuales tienen planeado ir a una Universidad privada: A la menor le faltan 5 años para iniciar su carrera y a la mayor solo le faltan 3 años. Pensando en el costo de las inscripciones y demás gastos en que puedan incurrir al momento de su ingreso a la universidad, lo cual por cierto desconoce cuánto deberá pagar, entonces Samuel decide abrir dos cuentas de ahorro, una para cada una de sus hijas en el Banco de la Región, el que le ofrece una tasa de interés del 14% Nominal capitalizable bimestralmente. Las cuentas son aperturadas con el mismo monto inicial para cada una de ellas, el cual es por la cantidad de $20,000.00 ¿Cuánto recibirá cada una de las cuentas al retirar el monto total ahorrado al iniciar los estudios cada una de las hijas?

***HIJA MAYOR***

VP = $20,000.00
i = 14% ´o 0.14
m = 2 meses
n = 3 años
VF = ?

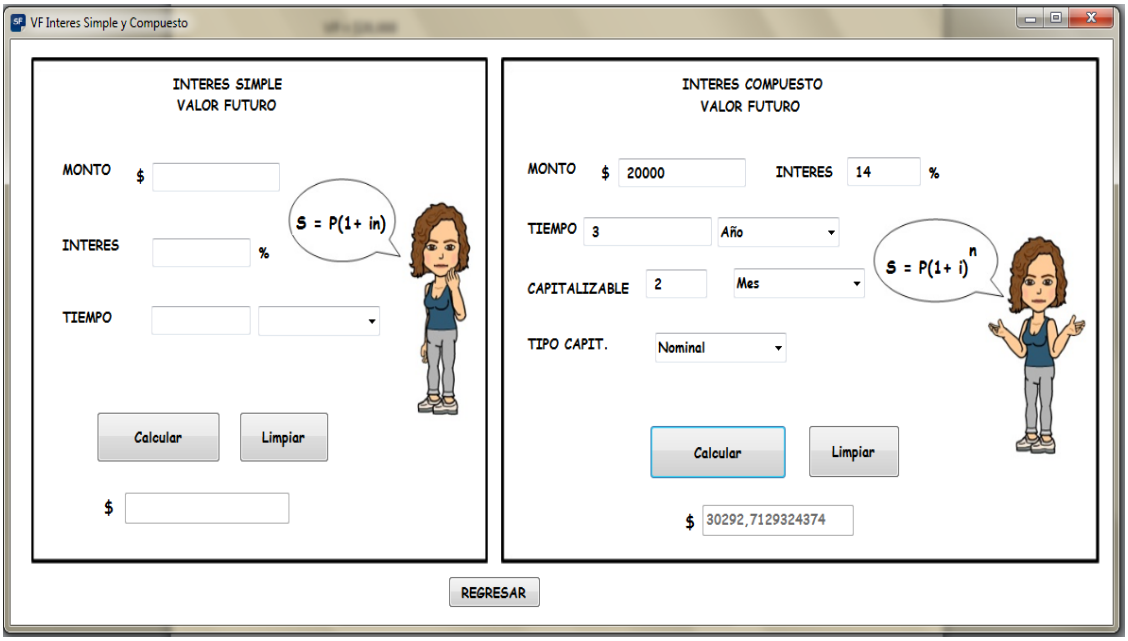
$$VF = VP*(1+i/m)^{n}$$

***HIJA MAYOR***

$$VF = \$20,000.00*(1+((0.14/12)*2))^{(3*12)/2}$$
$$VF = \$20,000.00*(1+0.0233333)^{(3*12)/2}$$
$$VF = \$20,000.00*(1.0233333)^{18}$$
$$VF = \$20,000.00*1.514634759$$
$$VF = \$30,292.70$$

**Ejercicio Resuelto con simulador**

Hija Mayor




***HIJA MENOR***

VP = $20,000.00

i = 14% ó 0.14

m = 2 meses

n = 5 años

VF = ?

***HIJA MENOR***

$$VF = \$20,000.00 * (1 + ((0.14/12) * 2))^{(5*12)/2}$$

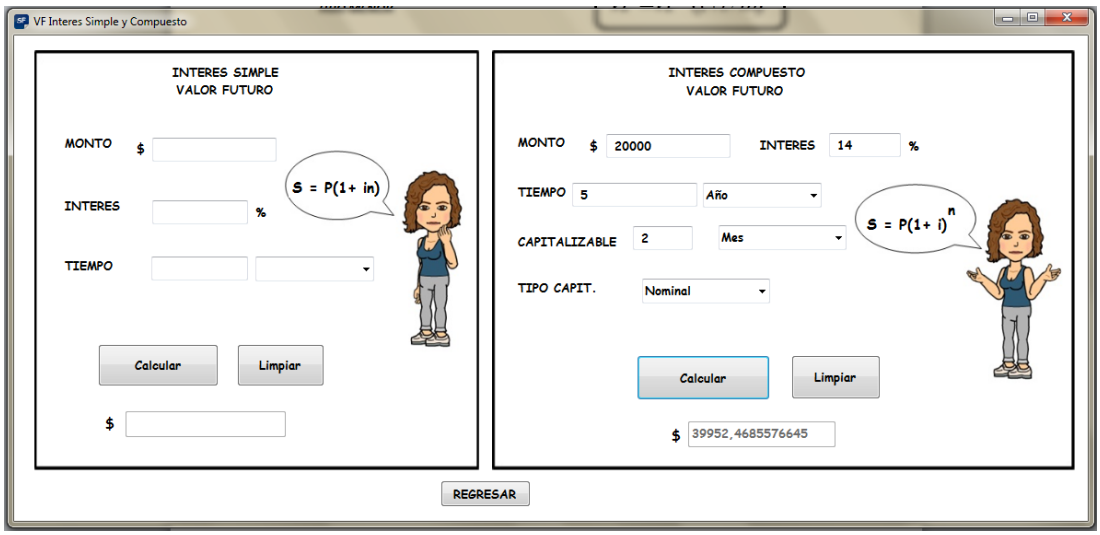
$$VF = \$20,000.00 * (1 + 0.0233333)^{(5*12)/2}$$

$$VF = \$20,000.00 * (1.0233333)^{30}$$

$$VF = \$20,000.00 * 1.997621476$$

$$VF = \$39,952.43$$

Hija Menor



**Segundo caso**

**Del futuro al presente sería el siguiente escenario:**

Samuel es padre de dos adolescentes las cuales tienen planeado ir a una Universidad privada: A la menor le faltan 5 años para iniciar su carrera y a la mayor solo le faltan 3 años. Pensando en el costo de las inscripciones y demás gastos en que incurrirá al momento de su ingreso a la universidad, Para la Hija mayor necesitará $35,000.00 y para la hija menor requerirá $45,000.00 para cubrir los gastos de inscripción. Entonces Samuel decide abrir dos cuentas de ahorro, una para cada una de sus hijas en el Banco de la Región, el que le ofrece una tasa de interés del 14% Nominal capitalizable bimestralmente. Las cuentas son aperturadas con el mismo monto inicial para cada una de ellas, el cual es por la cantidad de $20,000.00 ¿Cuánto recibirá cada una de las cuentas al retirar el monto total ahorrado al iniciar los estudios cada una de las hijas?

***HIJA MAYOR***

VP = ¿ ?
i = 14% ´o 0.14
m = 2 meses
n = 3 años
VF = $35,000.00

$$VP = \frac{VF}{(1+i/m)^{n}}$$

***HIJA MAYOR***

$$VP = \frac{\$35,000.00}{(1+((.14/12)*2))^{(3*12)/2}}$$

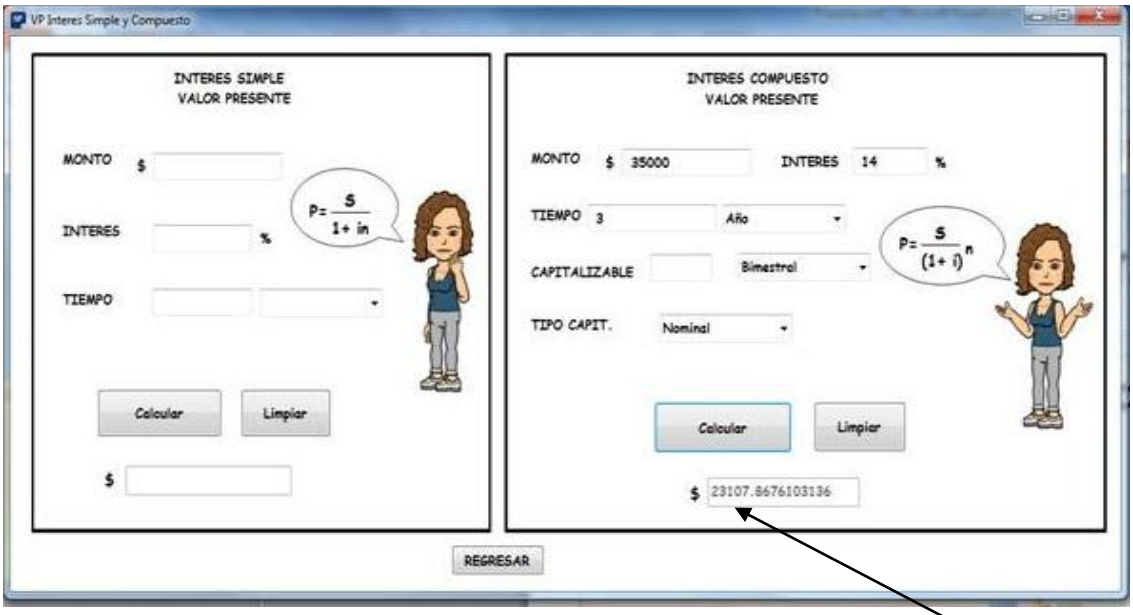
$$VF = \frac{\$35,000.00}{(1.0233333)^{(3*12)/2}}$$

$$VF = \frac{\$35,000.00}{(1.0233333)^{18}}$$

$$VF = \frac{\$35,000.00}{1.514635647}$$

$$VF = \$23,107.88$$

Comprobación con un simulador financiero




$23,107.86

***HIJA MENOR***

VP = ¿ ?

i = 14% ó 0.14

m = 2 meses

n = 5 años

VF = $45,000.00

$$VP = \frac{VF}{(1+i/m)^n}$$

***HIJA MENOR***

$$VP = \frac{\$45,000.00}{(1+((.14/12)*2))^{(5*12)/2}}$$

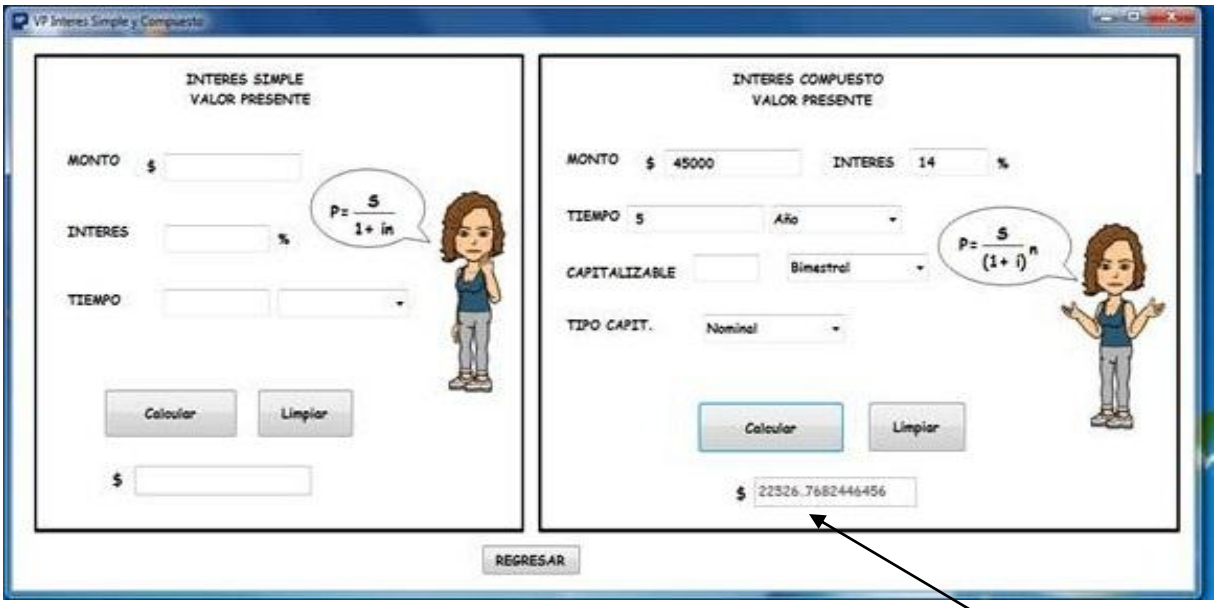
$$VF = \frac{\$45,000.00}{(1.0233333)^{(5*12)/2}}$$

$$VF = \frac{\$45,000.00}{(1.0233333)^{30}}$$

$$VF = \frac{\$45,000.00}{1.997621476}$$

$$VF = \$22,526.79$$

Comprobación con un simulador financiero




$22,526.76

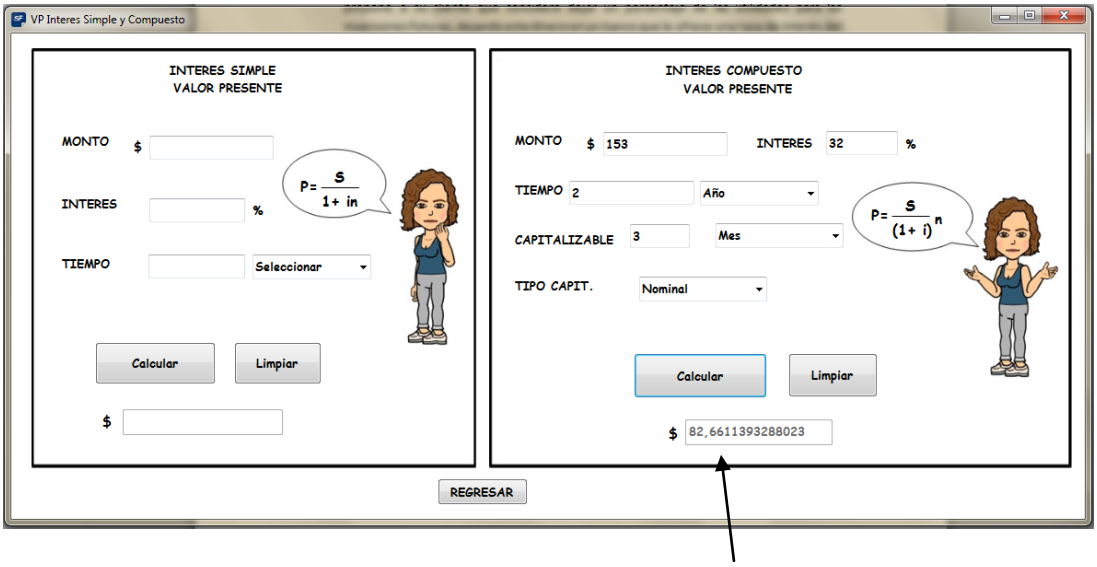
## Otro ejercicio

Luisa Reyes es una contadora muy diligente en sus labores cotidianas, actualmente tiene un cliente cuya empresa no considero el desgaste de una maquinaria, la cual muy pronto dejará de funcionar (estiman que en dos años pasará esto). El costo de reposición de una nueva maquinaria es de aproximadamente $153 (miles de dls.), por lo cual y teniendo en cuenta lo importante de esta maquinaria para el funcionamiento de la empresa, le propone a su cliente que considere dejar un porcentaje de las utilidades para las inversiones futuras. Si un Banco le ofrece una tasa de interés del 32% Nominal capitalizable trimestralmente. ¿El gerente de la empresa desea saber cuánto debe dejar de sus utilidades para aperturar una cuenta de inversión que le pueda dar en los dos años, la cantidad requerida?

VP = ¿ ?
i = 32% ó 0.32 Nominal
m = 3 meses
n = 2 años
VF = $153 (miles de dls.)

$$VP = \frac{VF}{(1+i/m)^n}$$

$$VP = \$153/(1+((0.32/12)*3))^{(2*12)/3}$$
$$VP = \$153/(1+0.08)^{(2*12)/3}$$
$$VP = \$153/(1.08)^8$$
$$VP = \frac{\$153}{1.85093021}$$
$$VP = \$82.66114_dls.$$




$82.66114 dls. ($82,66114 dls.)

# 4.1.2.- INFLACIÓN

Esta variable explica el cambio del valor del dinero en el tiempo, es decir, en períodos de inflación alta, nos afecta en nuestro poder adquisitivo, caso contrario cuando la inflación es baja no se resiente tanto, aunque también afecta pero en otros porcentajes.

En la práctica, todo negocio requiere ser analizado con la inclusión de todas las variables macro y micro que pudiesen afectarnos. Ante esto, ***La Tasa de Inflación*** constituye una medida para evaluar el valor de la moneda en determinado período.

Ejemplo de ello: Una inflación anual del 10% eleva en promedio el precio de un bien de "x" cantidad a "1.10x" entre un período y otro (de un año al siguiente).

Así, si el precio actual de un producto es "y" pesos, entonces el año anterior en promedio sería de y/1.10. Pastor (1999) señala un error que es muy común en la práctica, ya que se pensaría que el año anterior, el valor de 100 pesos, era de 90.

El verdadero significado es, que lo que hoy vale 100, hace un año hubiera sido de 100/1.10= 90.90909091 (comprobando 90.90909091 * 1.10% =100.00)

Supongamos que en dos años la inflación continúa siendo del 10%.

Hoy pagamos "x" pesos y en un año 1.10x pesos, en dos años 1.09 (1.09x)=$(1.09)^2$x

Su equivalencia sería, que lo que hoy nos cuesta "y" pesos, hubiéramos pagado y/1.10 pesos y hace dos años debimos haber pagado:

$$\frac{\frac{y}{1.10}}{1.10} = \frac{y}{1.10*1.10} = \frac{y}{(1.09)^2}$$

Así, aplicando el factor de acumulación y el tiempo, en resumen podemos decir que:

Lo que hoy cuesta "X" pesos, con el tiempo "n" costará $x\ (1+i)^n$

Lo que hoy cuesta "Y" pesos, habría costado $\frac{y}{(1+i)^n}$

Veamos otro ejemplo:

¿En cuánto tiempo se podría reducir el poder adquisitivo de la moneda a la mitad, si la tasa de inflación anual promedio es del 15%? (sólo es un ejemplo, no se asusten).

Esto en lenguaje coloquial sería, en que tiempo lo que hoy vale *X* pesos costará *2X* pesos.

Despeja *n* de la ecuación $x\ (1+i)^n=2x$ además sustituye $i = 0.15$ y si divides por *x* llegamos a

$$(1.15)^n = 2$$

Recordemos que en las ecuaciones en las que se tiene que despejar el exponente, se requiere utilizar logaritmos, de ahí que ahora tenemos:

Log $((1,15)^n)$ = log (2)  entonces  Log $((1,15)^n)$ es = a  log (1.15)

**Entonces**

$$n = \frac{\log(2)}{\log g(1.15)} = \frac{0.3010299957}{0.06069784035} = 4.959$$

Algo así como 4.959 años (casi cinco), el poder adquisitivo de la moneda será como de la mitad, o sea 1 peso, valdrá .50 centavos, desde luego si la inflación promedio fuera del 15% anual……. Lo bueno es que sólo es un ejemplo….

# 4.1.2.1- Calcular la tasa de Inflación

Una pregunta que viene a coalición sería, ¿cómo podríamos calcular la tasa de inflación?




Fuente. Imágenes Google

De igual forma esta pregunta nos lleva a cuestionarnos acerca de: ¿cómo se puede calcular la tasa de inflación porcentual entre dos períodos de tiempo? Y ¿cuál sería la tasa de inflación promedio entre esos dos períodos de tiempo?




Fuente. Imágenes Google

Para ello primero debemos definir las variables a utilizar en el desarrollo de las fórmulas que utilizaremos, para ello consideramos la propuesta matemática del INEGI, la cual se da a partir de la siguiente:

Notación:

$t_o =$ Tiempo inicial

$t_1 =$ Tiempo final

$I_{t_o(INPC)} =$ Valor del Índice Nacional de Precios al Consumidor en la fecha inicial

$I_{t1(INPC)} =$ Valor del Índice Nacional de Precios al Consumidor en la fecha final

$i\ (t_o,\ t_1) =$ Tasa de inflación porcentual en el período $(t_0, t_1)$, $(t_1 > t_o)$

$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} =$ Tasa de inflación porcentual promedio en el período $(t_0, t_1)$

Para calcular la tasa de inflación porcentual del INPC 1 en el período $(t_o, t_1)$

$$i(t_o,t_1) = \left[\frac{I_{t_1(INPC)}}{I_{t_o(INPC)}} - 1\right] * 100 =$$

Para calcular la tasa de inflación porcentual promedio del INPC 1 en el período $(t_o, t_1)$

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = \left[\left(\frac{I_{t_1(INPC)}}{I_{t_o(INPC)}}\right)^{\left(1/t_1 - t_0\right)} - 1\right] * 100$$



Fuente. Imágenes Google

Refiere el INEGI en la metodología empleada para el cálculo de la Tasa de inflación Porcentual Promedio $\overline{i\ (t_o,\ t_1)}$ en el lapso de tiempo $(t_o, t_1)$, que dicha tasa tiene la propiedad de aplicar al índice 1 como una tasa de interés compuesto constante durante $(t_1 - t_0)$ periodos, misma que generaría una tasa porcentual de inflación similar que la observada en todo el periodo de tiempo, de ahí que sea denominada como tasa promedio.

## A modo de ejemplo:

1.- Calcular la tasa de inflación observada entre noviembre del 2002 y julio del 2005 medida a través del INPC.

$t_o =$ Tiempo inicial (noviembre del 2002)

$t_1 =$ Tiempo final (julio del 2005)

$I_{t_o(INPC)} =$ Valor del Índice Nacional de Precios al Consumidor en la fecha inicial = 67.47653

$I_{t1(INPC)} =$ Valor del Índice Nacional de Precios al Consumidor en la fecha final =79.01873

$$i\ (t_o,\ t_1) = (79.01873 / 67.47653 - 1) * 100 = 17.1055032$$

La inflación observada entre Noviembre del 2002 a Julio del 2005 es del **17.1055%**

2.- Calcular la tasa media mensual de ese periodo:

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = \left( (79.01873 / 67.47653)^{(1/30)} - 1 \right) * 100 =$$

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = \left( 1.171055032)^{(0.0333333)} - 1 \right) * 100 =$$

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = \left( 1.005277374) - 1 \right) * 100 =$$

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = 0.527737392$$

$$\overline{i\ (t_o,\ t_1)} = 0.527 _por_ciento$$

# A manera de comprobación

$$i\ (t_o,\ t_1) = ((1.005277374)^{30} - 1) * 100 =$$
$$i\ (t_o,\ t_1) = 17.105485$$
$$i\ (t_o,\ t_1) = 17.10\%$$

# Fin del Capitulo:

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx





# CAPÍTULO V
# ANUALIDADES



# 5.1.- ANUALIDADES

**Definición:** Se refiere a una serie de flujos normalmente de un mismo monto y períodos iguales. Pueden ser abonos o pagos y lo más importante, no necesariamente deben ser de periodicidad anual, sino mensual, quincenal, bimestral etc.

Al tiempo que transcurre entre un pago (o abono) y otro, se refiere al intervalo de pago o intervalo de abono según sea el caso que se desee calcular. Y el tiempo del contrato o convenio, se refiere al plazo de la anualidad, esto es, el rango de tiempo que transcurre entre el primer y último de los pagos o abonos

De tal forma, podríamos entender a la Anualidad o Renta: como el pago periódico que se realiza en un lapso de tiempo, considerando una tasa de interés y una capitalización en cuyo caso se fija al inicio de la firma del convenio.

Un ejemplo clásico de convenio es cuando adquirimos un automóvil, aquí ya sabemos cuándo principia y cuándo termina el plazo que nos dan para liquidar nuestro auto.



*¿No es así?*

**Tipos:** En la literatura se pueden encontrar diversas clasificaciones de anualidades, pero centremos el tema en la siguiente clasificación:

- Ordinarias o Vencidas
- Anticipadas
- Diferidas
- Generales

# 5.1.1.- ORDINARIAS

Son aquellas anualidades que son utilizadas con mayor frecuencia en la actividad financiera y comercial. También son conocidas como anualidades ciertas, simples e inmediatas.

Las características de éste tipo de anualidades son:

- Los pagos o abonos se realizan al final de cada intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo inicia con la firma del convenio

## 5.1.1.1.- Variables que se utilizan en este apartado:

*VPN:* Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)
*VF ó M:* Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)
*A ó Rp:* Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)
*m:* Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización. Ejemplo si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente entonces es = (12%/12)
*i:* Tasa de Interés (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $1+i$)
*n:* Tiempo



**ACLARACION:** Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación *i/m,* se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal (anual) capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir 12/12=1% **POR LO ANTERIOR** el lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma ***i ó*** **en su forma** ***i/m.***

## 5.1.1.2.- Procedimiento:

Para calcular el monto de una serie de pagos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

**Su monto:** $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ ó $M = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

Cuando las tasas de interés cambian en el lapso del tiempo, se buscará el VF de la anualidad de la siguiente forma:

Calculando *$VF_1$, $VF_2$, $VF_n$*, esto es, cuantas veces cambie la *i*, la fórmula se modifica en los siguientes términos.

Para una primera tasa $VF_1 = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$,

después $VF_2 = VF_1(1+{}^{i}\!/_{m})^{n} + Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

y así sucesivamente $VF_n = VF_n(1+{}^{i}\!/_{m})^{n} + Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n}-1}{i/m}\right]} \quad \acute{o} \quad A = \frac{M}{\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n}-1}{i/m}\right]}$$

Su valor presente:

$VPN = Rp\dfrac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{i/m}$ Se despeja $Rp = \dfrac{VPN}{\dfrac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}}{i/m}}$

Para calcular el tiempo *"n"* en valor futuro

$$VF = Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

$$Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = VF$$

Pasa dividiendo *Rp* $\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = \frac{VF}{Rp}$

La "*i*" pasa multiplicando $(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}-1=\left[\left({}^{VF}\!/_{Rp}\right)*i/m\right]$

Y la unidad pasa sumando $(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n} =\left[\left({}^{VF}\!/_{Rp}\right)*i/m\right]+1$

Ahora aplicamos logaritmos $\log((1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}) = \log\left[\left({}^{VF}\!/_{Rp}\right)*i/m\right]+1$

Ahora se despeja "*n*" $n = \frac{Log\left[(\frac{VF}{Rp})*i\right]+1}{Log(1+\frac{i}{m})}$

……Así de simple

Para calcular el tiempo *"-n"* en valor presente neto

De la fórmula $VPN = Rp\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $\frac{VPN*{}^{i}\!/_{m}}{Rp} = 1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}$

Para despejar *–n* $(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n} = 1-\left[\frac{NPV*{}^{i}\!/_{m}}{Rp}\right]$

Así obtenemos

$$\text{Log}((1+ i/m)^{-n}) = \text{Log}(1-\left[\frac{\text{NPV} * i/m}{\text{Rp}}\right])$$

Despejamos "*-n*", y ahora tenemos la siguiente expresión

$$-n = \frac{\text{Log}(1-\left[\frac{\text{NPV} * i/m}{\text{Rp}}\right])}{\text{Log}(1+ i/m)}$$

Si obtenemos un resultado con decimales: ejemplo **5.78** esto quiere decir que son 5 pagos de una cantidad "x" y 1 pago por la diferencia.

Para ello se trae a valor presente el importe de los pagos:

$$\text{VPN} = \text{Rp}\frac{1-(1+\text{i}/\text{m})^{-n}}{\text{i}/\text{m}}$$

Para conocer el valor del sexto pago tenemos:

$$\text{VPN_de_la_deuda} = \text{VPN_de_los_pagos} + \frac{\text{x}}{(1+ i/m)^{n}}$$

Al despejar "x" El *VPN* de la deuda pasa restando al *VPN* de los pagos y la diferencia se multiplica por el factor de acumulación (1+i) con exponente *n+1*: esto es, *n* (numero de pagos) más el último pago (1).

Para el caso que utilizamos de 5.78 pagos, entonces sería 5+1=6 (n=6)

$$\text{x} = (1+ i/m)^{6} * (\text{VPNdeuda} - \text{VPNpagos})$$

**Para calcular la tasa de interés *"i"* En Valor Futuro o Monto**

Del monto $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

Tenemos que $Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = VF$

*Rp* pasa dividiendo al lado derecho $\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = VF/Rp$

Y para calcular "*i"* esto se hace al tanteo, equiparando el factor resultante del valor futuro entre la renta o pago periódico (*VF/Rp).*

*Para ello, se sugiere elaborar una tabla en Excel.*

## En Valor Presente Neto

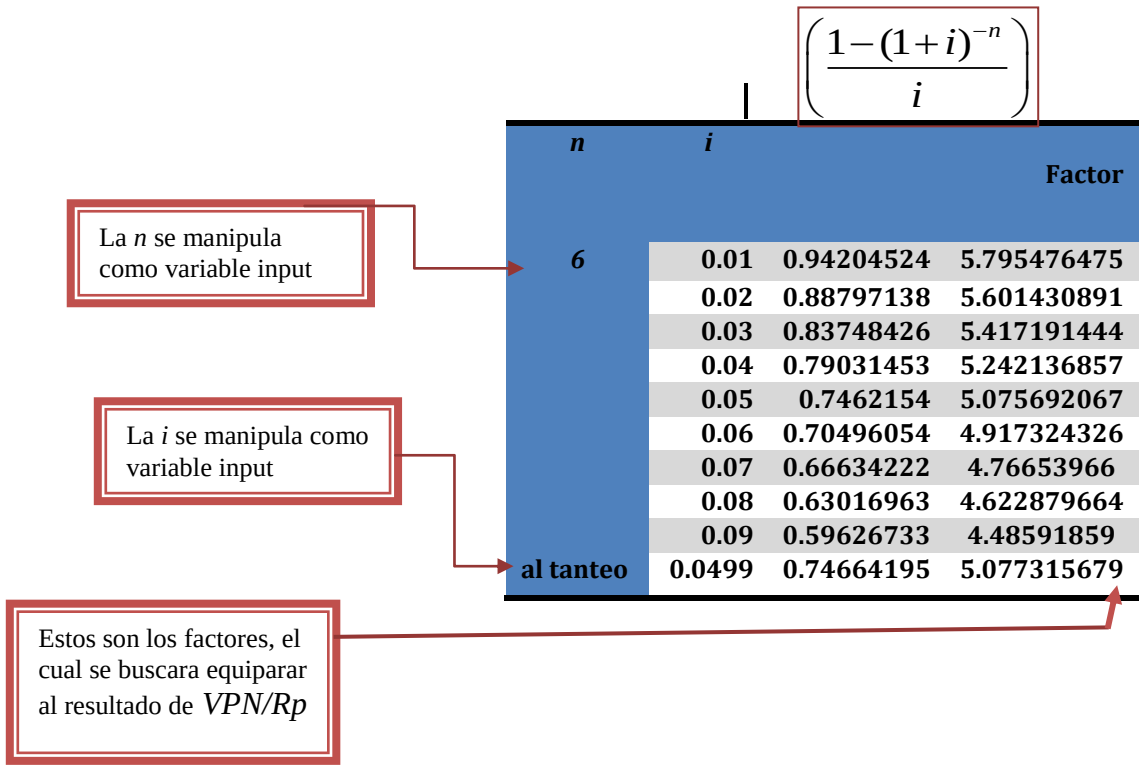
Del valor presente de una anualidad ordinaria:

$$Rp = \frac{VPN}{\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}}$$

Despejamos $\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m} = VPN/Rp$ y para calcular *i*, nuevamente se tiene que hacer al tanteo como en el caso anterior.

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1% a 9% (0.01 a 0.09)

Ejemplo de una tabla en Excel:




# 5.1.1.3.- Ejercicios Resueltos

**Anualidad ordinaria:**

El Sr. Pérez ha decidido crear un fondo para su hijo, el pequeño Martín, el cual podrá disponer íntegramente el día de su graduación Universitaria. Para ello, comienza depositando $200.00 al final de cada mes dando inicio cuando su hijo Martin, cumplió un año y hasta el día de su cumpleaños número 23. Durante los primeros 10 años la cuenta le paga un interés de 12% anual capitalizable mensualmente. Los siguientes 10 años pago un interés de 15% anual capitalizable mensualmente y los últimos 2 años pago un interés del 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es la suma que recibirá Martincito cuando cumpla 23 años?

*Recuerde que Martín ya tenía un año cuando se abrió la cuenta, por lo tanto se cuentan solamente 22 años para llegar a su cumpleaños número 23.

Utilizamos la fórmula del monto de un conjunto de abonos (cuotas uniformes):

- Durante los primeros 10 años se acumula:

$$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} \qquad M=\$200.00\frac{(1+\frac{.12}{12})^{120}-1}{.12/12} \qquad M=\$200.00(230.0386)=\$46{,}007.72$$

- Durante los siguientes 10 años se acumula:

$$VF_2 = VF_1(1+ i/m)^{n} + Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

$$VF_2=\$46{,}007.72(1+.15/12)^{120}+\$200.00\frac{(1+\frac{.15}{12})^{120}-1}{.15/12}$$

$$VF_2=\$46{,}007.72(4.44021)+\$200.00(275.2168)=\$259{,}327.29$$

- Durante los últimos 2 años acumuló:

$$VF_3 = VF_2(1+ i/m)^{n} + Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

$$VF_3=\$259{,}327.29(1+.18/12)^{24}+\$200.00\frac{(1+\frac{.18}{12})^{24}-1}{.18/12}$$

$$VF_3=\$259{,}327.29(1.42950)+\$200.00(28.63352)$$

$$VF_3=\$376{,}435.06$$

El importe de $376,435.05 es la suma que recibirá Gabriel el día de su cumpleaños número 23. Esto menos el total de los depósitos que ascienden a $\{(120+120+24)*200=52{,}800\}$ es igual al interés acumulado durante los 22 años, lo cual asciende a la cantidad de $323,635.06

## Ahora desarrollemos un ejercicio para conocer la tasa de interés *"i".*



*Primero calculamos el monto que logra acumular una persona que realiza un determinado número de depósitos y con ello, comprobamos la operación despejando la "i"*

Supongamos que una Señora ahorra $100.00 al final de cada mes durante 60 meses, su inversión le genera una tasa de interés del 15% anual con capitalización mensual (15/12=1.25%). ¿Cuánto logra acumular en su cuenta?

De la fórmula del monto tenemos:

$$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

Luego $M=\$100.00\dfrac{(1+\frac{.15}{12})^{60}-1}{.15/12}$ $M=\$100.00\dfrac{(2.10718)-1}{0.0125}$ $M=\$8{,}857.45$

## Ahora calculamos la "i" como variable desconocida

Con los datos del ejemplo anterior tenemos:

$M = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ Se pasa dividiendo la cuota uniforme $\dfrac{M}{A}=\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

que es lo mismo que $\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}=\dfrac{M}{A}$

Ahora se tiene $\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = \$8{,}8{,}57.45 \,/\, \$100.00$ $\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i/m} = 88.5745$

Aquí debemos buscar en tablas, una tasa que aproxime el factor 88.5745 que estamos requiriendo equiparar.

| *n* | *i* | $\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i}$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | 81.6696699 | | ***Monto*** | $ 8,857.45 |
| 60 | 0.02 | 114.051539 | | ***Anualidad*** | $ 100.00 |
| | 0.03 | 163.053437 | | ***Factor*** | **88.5745** |
| | 0.04 | 237.990685 | | | |
| | 0.05 | 353.583718 | | | |
| | 0.06 | 533.128181 | | | |
| | 0.07 | 813.520383 | | ***TASA*** | ***Factor*** |
| | 0.08 | 1253.2133 | | **1.25** | **88.57450776** |
| | 0.09 | 1944.79213 | | | |
| Tanteo | **0.0125** | **88.5745078** | | | |

**De esta forma se comprueba.**
**Como se puede observar el factor que arroja el monto y la anualidad es el mismo que el factor que arroja la tasa del 0.0125 ó 1.25%**

## Ahora para calcular *"n"* como variable desconocida en valor futuro

Tomamos el ejemplo de la Señora García que ahorró $100.00 al final de cada mes durante *"n"* meses, habiendo recibido una tasa de interés del 15% anual con capitalización mensual (15/12=1.25%) y cuyo monto ascendió a la cantidad de $8,857.45.

¿Cuál fue el plazo de esta operación?

De la fórmula del monto, se despeja *"n"*, ahora tenemos la siguiente expresión:

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left(\text{VF}/\text{Rp}\right) * \text{i}/\text{m}\right] + 1}{\text{Log}(1+\frac{\text{i}}{\text{m}})}$$

**La solución es:**
**(Logaritmo base 10)**

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left(\$8{,}857.45 \big/ \$100.00\right) * 0.0125\right] + 1}{\text{Log}(1.0125)} \qquad n = \frac{\text{Log}\left[(88.574) * 0.0125\right] + 1}{\text{Log}(1.0125)}$$

$$n = \frac{\text{Log}(1.10718125) + 1}{\text{Log}(1.0125)} = \frac{\text{Log}(2.10718125)}{\text{Log}(1.0125)} = \frac{0.32370189}{0.00539503} = 59.9999963 = 60$$

| | Log. Base 10 | |
|---|---|---|
| 2.10718125 | 0.32370189 | 59.9999963 |
| 1.0125 | 0.00539503 | |

Como podrán ver, el resultado de 60 (abonos uniformes) corresponde al tiempo que estuvo ahorrando la Sra. García para poder obtener el monto de $8,857.45 del ejercicio anterior

## Ejercicio de valor presente neto

Supongamos que una persona desea adquirir una pantalla de plasma mediante 30 pagos iguales de $30.00 vencidos. Si la tasa de inflación que permanecerá vigente durante todo el lapso de tiempo es del 0.5% mensual, entonces ¿Cuál es el precio de contado de dicha pantalla?

Nota: la expresión i/m no aplica, ya que la tasa que se utiliza, está dada en forma mensual.

De la fórmula del valor presente tenemos que:

$$VPN = Rp\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \qquad VPN = \$30.00\frac{1-(1+0.005)^{-30}}{0.005} \qquad VPN = \$30.00\frac{1-(1.005)^{-30}}{0.005}$$

$$VPN = \$30.00\frac{1-(0.86102973)}{0.005} \quad VPN = \$30.00\frac{0.13897027}{0.005}$$

$$VPN = \$30.00(27.794054) \qquad VPN = \$833.82$$

Es tan solo un ejemplo, las pantallas de plasma cuestan más $$$…..

## Ahora comprobamos, despejando la *"i"* como variable desconocida

Del Valor Presente de una anualidad $Rp = \dfrac{VPN}{\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$ despejamos *"i"*, quedando la siguiente expresión:

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = VPN \Big/ Rp$$

$$\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 833.82 \Big/ 30 \qquad \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 27.794$$

Aquí debemos buscar en tablas, una tasa que aproxime el factor 27.794 que estamos necesitando.

Diseñamos una tabla en Excel

| ***n*** | ***i*** | $\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$ | |
|---|---|---|---|
| ***30*** | **0.01** | **0.74192292** | **25.80770822** |
| | **0.02** | **0.55207089** | **22.39645555** |
| | **0.03** | **0.41198676** | **19.60044135** |
| | **0.04** | **0.30831867** | **17.2920333** |
| | **0.05** | **0.23137745** | **15.37245103** |
| | **0.06** | **0.17411013** | **13.76483115** |
| | **0.07** | **0.13136712** | **12.40904118** |
| | **0.08** | **0.09937733** | **11.25778334** |
| | **0.09** | **0.07537114** | **10.27365404** |
| **al tanteo** | **0.005** | **0.86102973** | **27.79405397** |
| | | | |
| **VPN** | **$833.82** | ***27.79403333*** | |
| **R** | **$30.00** | | |
| | | **27.79405397** | |
| ***TASA*** | **0.005** | | |

**De esta forma se comprueba.**
**Como se puede observar el factor que arroja la división entre el monto y la anualidad, es el mismo factor que arroja la tasa del 0.005 ó 0.5%**

## Ahora comprobamos, despejando la *"-n"* como variable desconocida

De la fórmula $\text{VPN} = \text{Rp}\dfrac{1-(1+\text{i/m})^{-\text{n}}}{\text{i/m}}$ tenemos que $\dfrac{\text{VPN} * {}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}}}{\text{Rp}} = 1-(1+{}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}})^{-\text{n}}$

Para despejar "*–n*"

$$(1+{}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}})^{-\text{n}} = 1-\left[\frac{\text{NPV} * {}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}}}{\text{Rp}}\right]$$

Aplicamos logaritmos y así obtenemos:

$$\text{Log}((1+{}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}})^{-\text{n}}) = \text{Log}\left[1-\left[\frac{\text{NPV} * {}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}}}{\text{Rp}}\right]\right]$$

Despejamos "*-n*", y ahora se tiene la siguiente expresión:

$$-\text{n} = \frac{\text{Log}\left[1-\left[\dfrac{\text{NPV} * {}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}}}{\text{Rp}}\right]\right]}{\text{Log}(1+{}^{\text{i}}\!/\!_{\text{m}})} \qquad -\text{n} = \frac{\text{Log}\left[1-\left[\dfrac{\$833.82*0.005}{\$30.00}\right]\right]}{\text{Log}(1.005)}$$

Con logaritmo natural:

$$-\text{n} = \frac{\text{Log}(1-(0.13897))}{\text{Log}(1.005)} \qquad -\text{n} = \frac{\text{Log}(0.86103)}{\text{Log}(1.005)}$$

$$-\text{n} = \frac{-0.149625932}{0.004987542} = -29.99993423 = -30_\text{pagos}_(\text{-n})$$

Con logaritmo base diez: =LOG (H11, 10)

En Excel

| | LOG Base 10 | |
|---|---|---|
| 0.86103 | -0.06498172 | -29.9999372 |
| 1.005 | 0.00216606 | |

Con calculadora financiera

$$-\text{n} = \frac{\text{Log}(0.86103)}{\text{Log}(1.005)} \qquad -\text{n} = \frac{-0.06498172}{0.00216606} = -29.99996307 = -30_\text{pagos}_(\text{-n})$$

# Otros ejercicios con diferente capitalización:

Una persona decide depositar $500.00 al final de cada mes durante 5 años que es el tiempo que se lleva estudiar una carrera universitaria. El primer año le ofrecen una tasa mensual del .5%, el siguiente año del 1% y los restantes 3 años le ofrecen el 1.25% mensual todo ello capitalizable cada 40 días. ¿Cuál es la suma que recibirá al final del plazo?

De la fórmula del VF para interés ordinario tenemos para el primer año:

$$VF = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} \qquad VF=\$500.00\frac{(1+\frac{.005}{30}*40)^{360/40}-1}{.005/30*40}$$

$$VF=\$500.00\frac{(1.006666667)^{9}-1}{0.006666667} \quad VF=\$500.00\frac{(1.061625139)-1}{0.006666667}$$

$$VF=\$500.00\frac{.061625139}{0.006666667}$$

$$VF=\$500.00(9.243770455) \qquad M=\$4,621.88$$

- Para el siguiente año tenemos:

$$VF_2 = VF_1(1+\frac{i}{m})^{n/m}+Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} \qquad VF_2=\$4,621.88(1+\frac{.01}{30}*40)^{9}+\$500.00\frac{(1+\frac{.01}{30}*40)^{9}-1}{.01/30*40}$$

$$VF_2=\$4,621.88(1.0133333333)^{9}+\$500.00\frac{(1.0133333333)^{9}-1}{0.0133333333}$$

$$VF_2=\$4,621.88(1.126603147)+\$500.00\frac{(1.126603147)-1}{0.0133333333}=$$

$$VF_2=\$5,207.02+\$500.00\frac{.126603147}{0.013333333}= \qquad VF_2=\$5,207.02+\$500.00(9.495238399)$$

$$VF_2=\$5,207.02+\$4,747.62 \qquad VF_2=\$9,954.64$$

- Para los restantes tres años tenemos:

$$VF_3 = VF_2(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n/m} + Rp\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

$$VF_3 = \$9,954.64(1+ {}^{.0125}\!/_{30} * 40)^{(360*3/40)} + 500.00\frac{(1+\frac{.0125}{30} * 40)^{(360*3/40)}-1}{.0125/30*40}$$

$$VF_3 = \$9,954.64(1.016666667)^{27} + \$500.00\frac{(1.016666667)^{27}-1}{0.016666667}$$

$$VF_3 = \$9,954.64(1.562506342) + \$500.00\frac{(1.562506342)-1}{0.016666667} =$$

$$VF_3 = \$15,554.18 + \$500.00\frac{.562506342}{0.016666667} = \qquad VF_2 = \$15,554.18 + \$500.00(33.75037984)$$

$$VF_3 = \$15,554.18 + \$16,875.19 \qquad VF_3 = \$32,429.37$$

## En el tema de anualidades ordinarias en valor futuro, ahora calculamos *"n"* como variable desconocida. Además se pide comprobar: *VF, Rp y la "i"*

Un profesor que ahorra $7,500.00 al final de cada mes logró reunir la cantidad de $250,000.00 Sabemos que la tasa de interés que le estuvieron pagando en promedio por todo el tiempo en que estuvo depositando fue de 15% nominal ordinario con capitalizaciones quincenales. La pregunta ahora es

¿Cuál fue el plazo de esta operación?

De la fórmula del monto, se despeja *"n"*, ahora tenemos la siguiente expresión:

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left({}^{\text{VF}}\!/_{\text{Rp}}\right) * \text{i}/\text{m}\right] + 1}{\text{Log}(1+\frac{\text{i}}{\text{m}})}$$

**La solución es:**

$$n = \frac{\text{Log}\left[\left(\$250,000.00 / \$7,500.00\right) * (.15/360 * 15)\right] + 1}{\text{Log}(.15/360 * 15)} \qquad n = \frac{\text{Log}\left[(33.33333333) * 0.00625\right] + 1}{\text{Log}(1.00625)}$$

Logaritmo natural

$$n = \frac{\text{Log}\left[0.208333333\right] + 1}{\text{Log}(1.00625)} = \frac{\text{Log}(1.208333333)}{\text{Log}(1.00625)} = \frac{0.1892419}{0.00623055} = 30.37322548$$

Logaritmo base 10
Cálculo en Excel

| | LOG Base 10 | |
|---|---|---|
| 1.20833333 | 0.08218676 | 30.37324264 |
| 1.00625 | 0.00270589 | |

Logaritmo base 10

$$n = \frac{\text{Log}\left[0.208333333\right] + 1}{\text{Log}(1.00625)} = \frac{\text{Log}(1.208333333)}{\text{Log}(1.00625)} = \frac{0.08218676}{0.00270589} = 30.37328199$$

Como podrán ver, el resultado de 30.373 (abonos uniformes), corresponde al tiempo que estuvo ahorrando el profesor para obtener el monto de $250,000.00

## La comprobación de VF es: $VF = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n} - 1}{i/m}$

$$VF = \$7,500.00\frac{(1.00625)^{30.37328199} - 1}{.00625} \qquad VF = \$7,500.00\frac{(1.208333629) - 1}{.00625}$$

$$VF = \$7,500.00\frac{.208333629}{.00625} \quad VF = \$7,500.00(33.33338068) \quad VF = \$250,000.35$$

## La comprobación de Rp es: $Rp = \dfrac{VF}{\frac{(1+i/m)^{n/m} - 1}{i/m}}$

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{\frac{(1.00625)^{30.37328199} - 1}{0.00625}} \qquad Rp = \frac{\$250,000.00}{\frac{(1.208333629) - 1}{0.00625}} \qquad Rp = \frac{\$250,000.00}{\frac{.208333629}{0.00625}}$$

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{33.33338068} = \$7,499.99 = \$7,500.00 \qquad Rp = \$7{,}500.00$$

## La comprobación de "*i*" es:

Del valor futuro VF, se tiene que:

$$VF = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m}$$

Despejamos la cuota periódica o abono y se pasa dividiendo como denominador en el VF quedando:

$$\frac{VF}{A} = \frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m}$$

Que es lo mismo que

$$\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m} = \frac{VF}{A}$$

Entonces se tiene:

$$\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m} = \frac{\$250,000.00}{\$7,500.00}$$

Y el factor a buscar es:

$$\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m} = 33.33338064$$

Aquí debemos buscar en tablas, una tasa que aproxime el factor 33.33338064 que estamos necesitando.

| $n$ | I | $\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ | |
|---|---|---|---|
| | 0.01 | 1.3528638 | 35.28637509 |
| | 0.02 | 1.8247987 | 41.23993358 |
| | 0.03 | 2.4541885 | 48.47295071 |
| | 0.04 | 3.2912241 | 57.28060264 |
| | 0.05 | 4.4013647 | 68.02729449 |
| | 0.06 | 5.8697655 | 81.16275841 |
| | 0.07 | 7.8069268 | 97.24181086 |
| | 0.08 | 10.3558860 | 116.9485752 |
| | 0.09 | 13.7013532 | 141.1261463 |
| | **0.00625** | **1.2083332** | **33.33331261** |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **NPV** | **$ 250,000.00** | | ***33.33338064*** | |
| **R** | **$ 7,500.00** | | | |
| | | | Factor | |
| ***TASA*** | **0.00625** | | **33.33331261** | |

**De esta forma se comprueba.**
**Como se puede observar el factor que arroja la división entre el monto y la anualidad, es el mismo que el factor que arroja la tasa del 0.00625 ó 0.625% quincenal, que es lo mismo que 1.25% mensual o el 15% anual**

# Ejercicios para resolver

**1.-** Un Señor ha decidido crear un fondo para su retiro, el cual estima será en aproximadamente 25 años. Realizará depósitos al final de cada mes por $550.00 durante los primeros 5 años. Los posteriores 7 años llevará a cabo el mismo procedimiento, solo que ahora depositará $750.00 y los restantes 13 años establecerá una cuota mensual de $1,580.00.

Se pide calcular el Valor Futuro de esta anualidad ordinaria considerando las siguientes tasas:

a.- Para los primeros 5 años se pacta una tasa del 9% nominal, con capitalizaciones cada 24 días.

b.- Los siguientes 7 años se incrementa la tasa al 12% nominal, solo que la capitalización se estipula cada 52 días.

c.- Los restantes 13 años fijan la tasa del 5% trimestral, con capitalización cada 29 días.

**2.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $150,000.00 durante 5 años con depósitos mensuales (ordinarios) y con una tasa promedio del 6.9% anual capitalizable quincenalmente.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**3.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $150,000.00 durante 5 años con depósitos mensuales (ordinarios) y con una tasa promedio del 6.9% semestral capitalizable cada 21 días.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**4.-** Si usted desea adquirir un auto del año y le ofrecen 24 pagos fijos iguales de $7,850.00 y fijan como tasa de operación el 1.5% mensual con capitalización cada 40 días, entonces:

a.- ¿Cuál es el precio de contado de dicho vehículo?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "-n", "i", Rp

# 5.1.2.- ANTICIPADAS



Son aquellas anualidades que son utilizadas con menor frecuencia en la actividad financiera y comercial ya que los pagos se hacen por anticipado, salvo que el deudor (en caso de alguna compra a plazos) desee liquidar por adelantado sus pagos. Ahora bien, en el caso de una cuenta de depósitos (pudiera ser un fideicomiso), estos se hacen a inicio del convenio y así sucesivamente hasta el final del convenio.

También son conocidas como anualidades ciertas, simples e inmediatas.

Las características de este tipo de anualidades son:

- El plazo inicia con la firma del convenio
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- Los pagos o abonos se realizan al inicio de cada intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad

## 5.1.2.1.- Variables que se utilizan en este apartado:

***VPN:*** Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)
***VF ó M:*** Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)
***A ó Rp:*** Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)
***m:*** Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = (12%/12), quincenal = (12%/24) etc.
***i:*** Tasa de Interés (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento 1+i)
***n:*** Tiempo

## 5.1.2.2.- Procedimiento:

Para calcular el monto de una serie de pagos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

Su monto: $VF = Rp(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ ó $M = A(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$

Al igual que en las anualidades ordinarias, cuando las tasas de interés cambian en el lapso del tiempo, se buscará el *VF* de la anualidad de la siguiente forma:

Calculando $VF_1$, $VF_2$, $VF_n$ ó $M_1$, $M_2$, $M_n$ esto es, cuantas veces cambie la "*i*", la fórmula se modifica en los siguientes términos:

Para una primera tasa

$$VF = Rp(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

Una siguiente tasa

$$VF_2 = VF_1(1+{}^{i}\!/_{m})^{n/m} + Rp(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

Y así sucesivamente

$$VF_n = VF_2(1+{}^{i}\!/_{m})^{n/m} + Rp(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

## La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{(1+i/m)\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n/m}-1}{i/m}\right]} \quad ó \quad A = \frac{M}{(1+i/m)\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n/m}-1}{i/m}\right]}$$

Nota importante: la expresión n/m se refiere al número de capitalizaciones que se realizan en el tiempo que tendrá de vigencia la operación (sea pago o abono).

## Para calcular el tiempo "n" en el valor futuro o monto de una anualidad anticipada

De la fórmula del monto $M = A(1+i)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ ó Valor futuro $VF = Rp(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ seleccionamos la que utilizaremos.

Para este ejercicio tomamos el valor futuro

$$\mathrm{VF} = \mathrm{Rp}(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})\frac{(1+\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{m}})^{\mathrm{n/m}}-1}{\mathrm{i}/\mathrm{m}}$$

Que es lo mismo que $\mathrm{Rp}(1+\mathrm{i})\dfrac{(1+\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{m}})^{\mathrm{n/m}}-1}{\mathrm{i}/\mathrm{m}} = \mathrm{VF}$

Ahora pasa dividiendo *Rp* quedando la expresión como:

$$(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})\frac{(1+\frac{\mathrm{i}}{\mathrm{m}})^{\mathrm{n/m}}-1}{\mathrm{i}/\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{VF}}{\mathrm{Rp}}$$

Posteriormente la *i* pasa multiplicando

$$(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})^{\mathrm{n/m}}-1 = \left[\left(\mathrm{VF}/\mathrm{Rp}\right)*\mathrm{i}/\mathrm{m}\right]$$

Y la unidad pasa sumando

$$(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})^{\mathrm{n/m}} = \left[\left(\mathrm{VF}/\mathrm{Rp}\right)*\mathrm{i}/\mathrm{m}\right]+1$$

Ahora aplicamos logaritmos

$$\log((1+\mathrm{i}/\mathrm{m})(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})^{\mathrm{n/m}}) = \log\left[\left(\mathrm{VF}/\mathrm{Rp}\right)*\mathrm{i}/\mathrm{m}\right]+1$$

Y se despeja *n*, quedando la siguiente expresión

$$\mathrm{n} = \frac{\mathrm{Log}\left[\left(\mathrm{VF}/\mathrm{Rp}\right)*\mathrm{i}/\mathrm{m}\right]+1}{\mathrm{Log}\left((1+i/m)(1+\mathrm{i}/\mathrm{m})\right)}$$ Así de simple.

## Para calcular el tiempo *"-n", "-n/m"* en valor presente neto de una anualidad anticipada

De la fórmula

$$VPN = Rp(1+ i/m)\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$$

Tenemos que

$$\frac{VPN}{Rp} = (1+ i/m)\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$$

Para despejar "*-n*":

$$(1+ i/m)\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m} = \frac{VPN * i/m}{RP}$$

Ahora la unidad pasa restando al lado derecho y obtenemos

$$Log((1+ i/m)(1+ i/m)^{-n/m}) = Log(1-\left[\frac{NPV * i/m}{Rp}\right])$$

Ahora se tiene la expresión

$$-n/m = \frac{Log(1-\left[\frac{NPV * i/m}{Rp}\right])}{Log(1+ i/m)(1+ i/m)}$$

Si obtenemos un resultado con decimales: ejemplo **5.78** esto quiere decir que son 5 pagos de una cantidad "*x*" y 1 pago por la diferencia. Para ello se trae a valor presente el importe de los pagos:

$$VPN = Rp(1+ i/m)\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$$

Para conocer el valor del sexto pago tenemos:

$$VPN_de_la_deuda = VPN_de_los_pagos + \frac{x}{(1+ i/m)^{n/m}}$$

Al despejar "x" el *VPN* de la deuda pasa restando al *VPN* de los pagos y la diferencia se multiplica por el factor de acumulación (1+i) con exponente n+1: esto es, *n* (numero de pagos) más el último pago (1).

Para el caso que utilizamos de 5.78 pagos, entonces sería 5+1=6 (n=6)

$$x = (1+ i/m)^6 * (VPNdeuda - VPNpagos)$$

## Para calcular la tasa de interés "*i*"

## En Valor Futuro o Monto sabemos que:

$$VF = Rp(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m}$$

De ahí que

$$Rp(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m} = VF$$

*Rp* pasa dividiendo al lado derecho

$$(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m} - 1}{i/m} = {}^{VF}\!/_{Rp}$$

Y para calcular *i*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de *VF/Rp*

## En Valor Presente Neto

Del valor presente

$$Rp = \frac{VPN}{(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{1-(1+ {}^{i}\!/_{m})^{-n/m}}{i/m}}$$

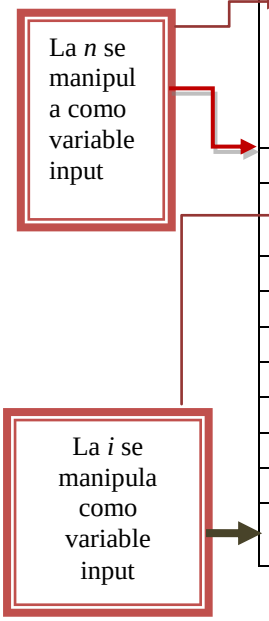
Despejamos el conjunto

$$(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{1-(1+ {}^{i}\!/_{m})^{-n/m}}{i/m} = {}^{VPN}\!/_{Rp}$$

Y para calcular *i*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de dividir: *VPN/Rp*

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1% a 9% (0.01 a 0.09)

Ver ejemplo a continuación




| *n* | *i* | factor 1 | factor 2 | $(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| ***6*** | 0.01 | 1.01 | 0.94204524 | 5.79547647 | 5.853431 |
| | 0.02 | 1.02 | 0.88797138 | 5.60143089 | 5.713459 |
| | 0.03 | 1.03 | 0.83748426 | 5.41719144 | 5.579707 |
| | 0.04 | 1.04 | 0.79031453 | 5.24213686 | 5.451822 |
| | 0.05 | 1.05 | 0.7462154 | 5.07569207 | 5.329476 |
| | 0.06 | 1.06 | 0.70496054 | 4.91732433 | 5.212363 |
| | 0.07 | 1.07 | 0.66634222 | 4.76653966 | 5.100197 |
| | 0.08 | 1.08 | 0.63016963 | 4.62287966 | 4.992710 |
| | 0.09 | 1.09 | 0.59626733 | 4.48591859 | 4.889651 |
| **al tanteo** | **0.01735** | **1.01735** | **0.90194** | **5.651871** | **5.749931** |

## 5.1.2.3.- Ejercicios

Cada 56 días el contador de la empresa Apolo, S.A. de C.V., deposita $15,500.00 en pagarés como una medida de previsión para liquidar algún compromiso futuro de la empresa. La tasa nominal ordinaria es del 9% ¿Qué cantidad tendrá acumulada en el pagaré número 17, de seguir depositando normalmente cada 56 días dicha cantidad?

La solución:

Primeramente calculamos la tasa capitalizable que utilizaremos en el desarrollo del ejercicio. Si la tasa es del 9 nominal ordinaria y los depósitos se hacen cada 56 días, entonces calculamos la tasa de la siguiente forma:

$$i = \frac{0.09 * 56}{360} \qquad i = 0.014$$

Y la expresión "n/m" que corresponde al número de capitalizaciones que se realizarían por el tiempo de vigencia, en este ejercicio nos dan el número de pagarés (que son 17).

De la fórmula del monto se sabe que:

$$M = A(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

Entonces tenemos:

$$M = \$15,500.00(1+0.014)\frac{(1.014)^{17}-1}{0.014} \qquad M = \$15,500.00(1.014)\frac{(1.266616773)-1}{0.014}$$

$$M = \$15,500.00(1.014)\frac{(.266616773)}{0.014} \qquad M = \$15,500.00(1.014)(19.04405521)$$

$$M = \$15,500.00(19.31067199) \qquad M = \$299,315.42$$

Ahora supongamos que el contador de la empresa Apolo, sigue realizando los mismos depósitos con la misma frecuencia e importe, pero ahora le mejoran la tasa nominal ordinaria quedando en 12%, siempre y cuando reinvierta la cantidad acumulada hasta el momento.

¿Qué cantidad acumularía hasta el pagaré número 30? (consecutivo). Primeramente debemos considerar que los primeros 17 pagarés se depositaron a una tasa diferente, así que a partir del pagaré 18 y hasta el 30, faltarían 13 períodos de 56 días.

La fórmula a utilizar es la siguiente: $M_2 = M_1(1+\frac{i}{m})^{n/m} + A(1+i)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$

**La solución:**

Si la tasa es del 12 nominal ordinaria y los depósitos se hacen cada 56 días, entonces calculamos la tasa de la siguiente forma: $i = \frac{0.12*56}{360}$ $i = 0.018666667$ y el exponente *"n/m"* ya lo conocemos (son 13 pagarés)

$$M_2 = \$299,315.42(1.018666667)^{13} + \$15,500.00(1.018666667)\frac{(1.018666667)^{13}-1}{0.018666667}$$

$$M_2 = \$299,315.42(1.271795364) + \$15,500.00(1.018666667)\frac{(1.271795364)-1}{0.018666667}$$

$$M_2 = \$299,315.42(1.271795364) + \$15,500.00(1.018666667)(14.56046565)$$

Esta es la cantidad que acumularía hasta el pagaré número 30

$$M_2 = \$80,667.96 + \$229,900.05 = \$610,568.01$$

## La Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{(1+i)\left[\frac{(1+ i/m)^{n/m}-1}{i}\right]} \qquad \acute{o} \qquad A = \frac{M}{(1+i)\left[\frac{(1+ i/m)^{n/m}-1}{i}\right]}$$

Para conocer el valor de la anualidad o renta periódica a partir de un monto, podremos utilizar la fórmula del Monto o Valor Futuro, despejando la *A ó Rp*, según sea la notación que utilicemos:

Para probar este teorema, utilizaremos los datos del ejercicio anterior relativos al primer momento del monto.

*M*= $299,315.42
*i*= 9% nominal ordinaria
*A*= ¿ ? Cada 56 días
*n=17 pagares de 56 días*

La solución es:

$$A = \frac{\$299,315.42}{(1+\frac{0.09*56}{360})\left[\frac{(1+.09*56/360)^{17}-1}{.09*56/360}\right]} \qquad A = \frac{\$299,315.42}{(1.014)\left[\frac{(1.014)^{17}-1}{0.014}\right]}$$

$$A = \frac{\$299,315.42}{(1.014)\left[\frac{(1.266616773)-1}{0.014}\right]} \qquad A = \frac{\$299,315.42}{(1.014)(19.04405524)} = \frac{\$299,315.42}{19.31067202} = \$15,500.00$$

El importe de cada depósito o cuota periódica es entonces de $15,500.00

## Su valor presente:

De la fórmula del *Valor Presente Neto* de una serie de cuotas uniformes

$$VPN = Rp(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m}$$

Se despeja

$$Rp = \frac{VPN}{(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m}}$$

Para probar este teorema, utilizaremos los siguientes datos:

Se tiene la opción de adquirir un auto en 12 meses con pagos iguales, sólo que deben ser anticipados (solo como ejemplo). El precio de contado de dicho vehículo es de $187,000.00 que incluye seguro, comisión de apertura de crédito y todo lo que conlleva esta operación. Para ello queda estipulada una tasa de interés del 2.8% mensual.

Ahora se desea conocer el importe de los pagos mensuales iguales *Rp*= ¿ ? *VPN*= $187,000.00, *i*= 2.8% mensual ordinaria (*i/m* solo si la tasa es anual), *n*=12 (se estipulan de inicio los doce pagos).

*La comprobación es:* $Rp = \frac{VPN}{(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m}}$

$$Rp = \frac{\$187,000.00}{(1.028)\frac{1-(1.028)^{-12}}{0.028}} \quad Rp = \frac{\$187,000.00}{(1.028)\frac{1-0.71793086}{0.028}} \quad Rp = \frac{\$187,000.00}{(1.028)\frac{0.28206914}{0.028}}$$

$$Rp = \frac{\$187,000.00}{(1.028)(10.0738977)} \quad Rp = \frac{\$187,000.00}{10.3559668} = \$18,057.22$$

**El resultado son 12 pagos de $18,057.22 que dan un total de $216,686.64 el cual ya incluye los intereses generados.**

**Tan solo para comprobar este cálculo, corremos los datos en un simulador en Excel (en ambas modalidades: vencidas y anticipadas) y se obtiene el siguiente:**

**ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS E INMEDIATAS. (Valor actual y tablas de amortización)**

INICIO

**Calculo de anualidades a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.**

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 187,000.00 |
| Tasa mensual | 2.80% |
| n= | 12.00 |
| **Anualidad Vencida** | **18,562.82** |
| **Anualidad Anticipada** | **18,057.22** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 18,562.82 |
| i= | 2.80% |
| n= | 12.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **187,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 18,057.22 |
| i= | 2.80% |
| n= | 12.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **187,000.00** |

| | |
|---|---|
| Saldo insoluto en el pago | 5 |
| **Anualidad Vencida** | **116,528.41** |
| **Anualidad Anticipada** | **113,354.49** |

**Taba de amortización (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 187,000.00 | |
| 1 | 18,562.82 | 5,236.00 | 13,326.82 | 173,673.18 | |
| 2 | 18,562.82 | 4,862.85 | 13,699.98 | 159,973.20 | |
| 3 | 18,562.82 | 4,479.25 | 14,083.58 | 145,889.62 | |
| 4 | 18,562.82 | 4,084.91 | 14,477.92 | 131,411.71 | |
| ***5*** | 18,562.82 | 3,679.53 | 14,883.30 | **116,528.41** | Saldo insoluto pago 5 |
| 6 | 18,562.82 | 3,262.80 | 15,300.03 | 101,228.38 | |
| 7 | 18,562.82 | 2,834.39 | 15,728.43 | 85,499.95 | |
| 8 | 18,562.82 | 2,394.00 | 16,168.83 | 69,331.12 | |
| 9 | 18,562.82 | 1,941.27 | 16,621.55 | 52,709.57 | |
| 10 | 18,562.82 | 1,475.87 | 17,086.96 | 35,622.61 | |
| 11 | 18,562.82 | 997.43 | 17,565.39 | 18,057.22 | |
| 12 | 18,562.82 | 505.60 | 18,057.22 | 0.00 | Comprobación |

**Taba de amortización (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 187,000.00 | |
| 1 | 18,057.22 | | 18,057.22 | 168,942.78 | |
| 2 | 18,057.22 | 4,730.40 | 13,326.82 | 155,615.95 | |
| 3 | 18,057.22 | 4,357.25 | 13,699.98 | 141,915.98 | |
| 4 | 18,057.22 | 3,973.65 | 14,083.58 | 127,832.40 | |
| ***5*** | 18,057.22 | 3,579.31 | 14,477.92 | **113,354.49** | Saldo insoluto pago 5 |
| 6 | 18,057.22 | 3,173.93 | 14,883.30 | 98,471.19 | |
| 7 | 18,057.22 | 2,757.19 | 15,300.03 | 83,171.16 | |
| 8 | 18,057.22 | 2,328.79 | 15,728.43 | 67,442.73 | |
| 9 | 18,057.22 | 1,888.40 | 16,168.83 | 51,273.90 | |
| 10 | 18,057.22 | 1,435.67 | 16,621.55 | 34,652.35 | |
| 11 | 18,057.22 | 970.27 | 17,086.96 | 17,565.39 | |
| 12 | 18,057.22 | 491.83 | 17,565.39 | 0.00 | Comprobación |

Ahora bien, si fuera el caso que la agencia de autos ofreciera el mismo auto en 12 pagos mensuales anticipados de $18,057.22, la pregunta ahora sería: ¿Cuál es el precio máximo de contado que el cliente podría pagar, considerando una inflación mensual estimada del 0.6%?

Ahora se desea conocer el valor presente neto de los 12 pagos mensuales iguales:

$VPN$= ¿ ? $i$= 0.6% mensual ordinaria $n$=12 $Rp$=$18,057.22

*La comprobación es:*

$$VPN = Rp(1+i)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i} \qquad VPN = \$18,057.22(1.006)\frac{1-(1.006)^{-12}}{.006}$$

$$VPN = \$18,057.22(1.006)\frac{1-(0.930731112)}{.006} \qquad VPN = \$18,057.22(1.006)\frac{0.069268888}{.006}$$

$$VPN = 18,057.22(1.006)(11.54481467) \qquad VPN = 18,057.22(11.6140836)$$

$$VPN = \$209,718.06$$

Como podrán notar, las cantidades resultantes difieren una de otra, esto obedece a lo siguiente:

1.- En el ejercicio en donde se calcula el importe de los pagos (*Rp*), se incluye el interés del 2.8% mensual lo que hace que el importe del automóvil se eleve a $216,686.64

2.- En el cálculo del valor presente neto de los pagos, partimos del supuesto de que la Agencia de Autos, ofreciera dicho vehículo a 12 pagos de $18,057.22, entonces tendríamos que traer a valor presente el importe de cada uno de estos pagos, y determinar un *VPN* del total de los mismos y con ello, conocer el precio máximo de contado que en ese esquema, debiera pagar el cliente.

3.- Debemos considerar que para fines académicos, y para poder probar matemáticamente las fórmulas, es que se utilizaron los mismos datos, pero como recordarán, en los datos iniciales quedó establecido que el auto tiene un precio de lista de $187,000.00 y es con este precio, que finalmente usted podría adquirir el auto, o mejor aún, no compre nada y mejor ahorre su dinero.

**Resolvamos un ejercicio de <u>Anualidad anticipada</u>: (a partir de *VPN*)**

Considere el caso de una persona que adquiere para su hogar un equipo hidroneumático, el cual incluye la instalación. El importe de contado de la operación es de $114,500.00, pero es adquirido en 12 pagos iguales de $11,500.00 a partir de la firma del contrato.

Ahora la pregunta es: ¿Cuál fue la tasa de interés mensual que se pagó por dicho equipo?

*Rp*= $11,500.00 *VPN*= $114,500.00 *i*= ¿ ? *n*=12

**La solución es:**

De la fórmula del valor presente, sabemos que:

$$VPN = Rp(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m}$$

Considerando que *i* es desconocida, entonces toda función que contenga la tasa de interés pasa como variable desconocida

$$(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m}$$ Es la variable desconocida

Por lo tanto la función *i* es igual al VPN (*como numerador*) que divide a la variable despejada *Rp (como denominador),* resultando*:*

$$Rp(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m} = VPN \qquad (1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m} = \frac{VPN}{Rp}$$

Entonces, con los datos
*Rp*= $11,500.00 *VPN*= $114,500.00 *i*= ¿ ? *n*=12

Resolvemos:

$$(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m} = \frac{\$114,500.00}{\$11,500.00}$$

$$(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m} = 9.956521739$$

Con este resultado, buscamos encontrar la tasa al tanteo con una tabla proforma que podemos diseñar en Excel (de la fórmula del valor presente neto de una anualidad anticipada), de la siguiente forma:

## Diseño en Excel

| *n* | *i* | factor 1 | factor 2 | $(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| ***12*** | 0.01 | 1.01 | 0.88744923 | 11.2550775 | 11.36762825 |
| | 0.02 | 1.02 | 0.78849318 | 10.5753412 | 10.78684805 |
| | 0.03 | 1.03 | 0.70137988 | 9.95400399 | 10.25262411 |
| | 0.04 | 1.04 | 0.62459705 | 9.38507376 | 9.760476711 |
| | 0.05 | 1.05 | 0.55683742 | 8.86325164 | 9.306414218 |
| | 0.06 | 1.06 | 0.49696936 | 8.38384394 | 8.886874577 |
| | 0.07 | 1.07 | 0.44401196 | 7.9426863 | 8.498674337 |
| | 0.08 | 1.08 | 0.39711376 | 7.53607802 | 8.138964258 |
| | 0.09 | 1.09 | 0.35553473 | 7.16072528 | 7.805190552 |
| **al tanteo** | **0.035923** | **1.035923** | **0.654739** | **9.611028** | **9.956288889** |

MENU

**Notas:**

***Solo utilizar las celdas amarillas***

$$NPV = R(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

$$\frac{NPV}{R} = (1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$$

$$(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right) = \frac{NPV}{R}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **NPV** | **$** | **114,500.00** | ***9.956521739*** |
| **R** | **$** | **11,500.00** | |

***TASA***

**0.03592**

**9.956288889**

**Como se puede observar, el factor resultante *VPN/Rp* _es similar al factor que arroja la fila denominada "al tanteo", con una tasa del 0.035923 o 3.5923% aprox.**

Con este dato, ahora pasamos a realizar algunos cálculos:

El importe de contado de la operación es de **$114,500.00**, pero es adquirido en **12** pagos iguales de **$11,500.00** a partir de la firma del contrato. De ahí que primeramente se busque el valor futuro que habrá de pagar por el equipo hidroneumático.

*VF*= ($ ) ¿?
*Rp*= $11,500.00
*i*= 0.035923 mensual
*n*=12

**Primeramente**

**Calculemos el Valor futuro, de las 12 cuotas periódicas que pagará por el equipo hidroneumático**

$$VF = Rp(1+i/m)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}\right]$$

$$VF = \$11,500.00(1+0.035923)\left[\frac{(1+0.035923)^{12}-1}{0.035923}\right]$$

$$VF = \$11,500.00(1.035923)\left[14.6791424\right]$$
$$VF = \$11,500.00(15.20646123) = \$174,874.30$$
$$VF = \$174,874.30$$

**Si despejamos *Rp* tenemos:**

$$VF = Rp(1+i/m)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}\right] \qquad Rp = \frac{VF}{(1+i/m)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$174,874.30}{(1.035923)\left[\frac{(1.035923)^{12}-1}{0.035923}\right]} \qquad Rp = \frac{\$174,874.30}{(1.035923)\left[\frac{(1.527318832)-1}{0.035923}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$174,874.30}{(1.035923)\left[\frac{.527318832}{0.035923}\right]} \qquad Rp = \frac{\$174,874.30}{(1.035923)\left[14.6791424\right]}$$

$$Rp = \frac{\$174,874.30}{15.20646123} = \$11,499.999 = \$11,500.00$$

**Su valor presente es:**

$$VPN = Rp(1+i/m)\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n/m}}{i/m} \qquad VPN = \$11,500.00(1+0.035923)\frac{1-(1+.035923)^{-12}}{0.035923}$$

$$VPN = \$11,500.00(1.035923)\frac{1-(1.035923)^{-12}}{0.035923}$$

$$VPN = \$11,500.00(1.035923)\frac{1-(0.65474214)}{0.035923}$$

$$VPN = \$11,500.00(1.035923)\frac{0.34525786}{0.035923}$$

$$VPN = \$11,500.00(1.035923)(9.611053086) \quad VPN = \$11,500.00(9.956310946)$$

$$VPN = \$114,497.60 = \$114,500.00$$

**Diferencia de $2.42 por el manejo de los dígitos**

**Ahora resolvamos un ejercicio de <u>Anualidad anticipada</u>: (a partir de VF)**

Considere el caso de una persona que ahorró $150,000.00, habiendo realizado 50 depósitos mensuales anticipados de $2,500.00 Ahora la pregunta es: ¿Cuál fue la tasa de interés mensual promedio que obtuvo?

*A*= $2,500.00 *VPN*= $150,000.00 *i*= ¿ ? *n*=50

La solución es:

$$(1+ i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = VF/A$$

$$(1+ i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = \$150,000.00/\$2,500.00 \qquad (1+ i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = 60$$

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del valor futuro o monto de una anualidad anticipada)

## Diseño de una hoja de cálculo en Excel

| *n* | *i* | factor 1 | factor 2 | $(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***50*** | 0.01 | 1.01 | 1.64463182 | 64.4631822 | 65.10781401 |
| | 0.02 | 1.02 | 2.69158803 | 84.5794015 | 86.27098948 |
| | 0.03 | 1.03 | 4.38390602 | 112.796867 | 116.1807733 |
| | 0.04 | 1.04 | 7.10668335 | 152.667084 | 158.773767 |
| | 0.05 | 1.05 | 11.4673998 | 209.347996 | 219.8153955 |
| | 0.06 | 1.06 | 18.4201543 | 290.335905 | 307.7560589 |
| | 0.07 | 1.07 | 29.4570251 | 406.528929 | 434.9859545 |
| | 0.08 | 1.08 | 46.9016125 | 573.770156 | 619.6717689 |
| | 0.09 | 1.09 | 74.3575201 | 815.083556 | 888.4410765 |
| **al tanteo** | **0.0069787700** | **1.006979** | **1.415845** | **59.587154** | **60.00299871** |

| | | |
|---|---|---|
| **VF** | **$ 150,000.00** | ***60.0000000*** |
| **A** | **$ 2,500.00** | |

| | |
|---|---|
| ***TASA*** | **60.00299871** |

**0.006978770**

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.0069787700 ó 0.697877%

Ahora comprobemos esta operación:

De la fórmula del monto: $VF = Rp(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ se tiene que

$$VF = \$2,500(1.00697877)\frac{(1.00697877)^{50}-1}{.00697877} \qquad VF = \$2,500(1.00697877)\frac{(1.41584504)-1}{.00697877}$$

$$VF = \$2,500(1.00697877)(59.58715367) \qquad VF = \$2,500(60.00299871)$$

$$VF = \$150,007.50$$

La diferencia de $7.50 se debe al manejo de los dígitos

# Ejercicios para resolver

**1.-** Un Señor ha decidido crear un fondo para su retiro, el cual estima será en aproximadamente 21 años. Realizará depósitos al inicio de cada mes por $650.00 durante los primeros 3 años. Los posteriores 5 años llevará a cabo el mismo procedimiento, solo que ahora depositará $1,750.00 y los restantes 13 años establecerá una cuota mensual de $4,580.00.

Se pide calcular el Valor Futuro de esta anualidad anticipada considerando las siguientes tasas:

a.- Para los primeros 3 años se pacta una tasa del 7.8% nominal, con capitalizaciones cada 21 días.

b.- Los siguientes 5 años se incrementa la tasa al 15% nominal, solo que la capitalización se estipula cada 40 días.

c.- Los restantes 13 años fijan la tasa del 6% semestral, con capitalización cada 17 días.

**2.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $550,000.00 durante 3.5 años con depósitos mensuales anticipados y con una tasa promedio del 7.9% anual capitalizable mensualmente.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**3.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $800,000.00 durante 3 años con depósitos mensuales anticipados y con una tasa promedio del 6.9% semestral capitalizable cada 21 días.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**4.-** Si usted desea adquirir un paquete turístico por el Mediterráneo y le ofrecen 12 pagos fijos iguales anticipados de $14,140.00 y fijan como tasa de operación el 1.5% mensual con capitalización cada 29 días, entonces:

a.- ¿Cuál es el precio de contado de dicho paquete turístico?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: “-n”, “i”, Rp

# 5.1.3.- DIFERIDAS



Son poco utilizadas este tipo de anualidades, aunque cabe resaltar que en la actividad comercial, con frecuencia son utilizadas para vaciar los inventarios, esto es, cuando las empresas quieren rematar su mercancía de temporada, o simplemente por que cambiarán de modelos, surgen las ofertas de "compre ahora y pague después".

Ciertamente resulta atractivo este plan para los clientes ya que de momento no desembolsan cantidad alguna y por otra parte, empiezan a pagar meses después de haber adquirida la mercancía.

Las características de este tipo de anualidades son:

- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo da comienzo en una fecha posterior al de inicio del convenio

## 5.1.3.1.- Variables que se utilizan en este apartado:

***VPN:*** Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)
***VF ó M:*** Valor Futuro o Monto (la suma de unos pagos o abonos)
***A ó Rp:*** Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme)
***m:*** Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = (12%/12)
***i:*** Tasa de Interés (la *i* que integra el factor de acumulación o descuento *(1+i))*
***n:*** Tiempo en valor futuro
***-n=*** Tiempo en valor presente
***k =*** diferimiento (tiempo en que se difiere el pago) utilizado en valor presente

NUEVAMENTE SE HACE LA ACLARACION: Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación *i/m,* se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir 12/12=1%
POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma ***i* ó en su forma *i/m.***

## 5.1.3.2.- Procedimiento:

Para calcular el monto de una serie de pagos o abonos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

Para la anualidad diferida, se toma de la fórmula de la anualidad ordinaria:

Determinamos su monto: $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ ó $M = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$

De donde despejamos *Rp*, lo que ahora nos da la Anualidad o Renta Periódica:

$$Rp = \frac{VF}{\left[\dfrac{(1+i/m)^{n/m}-1}{i/m}\right]} \qquad ó \qquad A = \frac{M}{\left[\dfrac{(1+i/m)^{n/m}-1}{i/m}\right]}$$

De ahí que, para calcular su valor presente con diferimiento en el pago (*k-1*) y para el cálculo de *Rp* (desconocida), tenemos:

$$VPN = Rp\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m\,(1+i/m)^{k-1}} \quad \text{Se despeja } Rp \quad Rp = \frac{VPN}{\dfrac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m\,(1+i/m)^{k-1}}}$$

## 5.1.3.3.- Ejercicios resueltos

**Ejemplo para cálculo del monto:**

Hoy que es 27 de Febrero del 2013, siendo las 11:30 hrs., un empleado de gobierno se propone ahorrar a partir del siguiente año, el bono que le otorgan por honestidad y buen servicio (*es solo un ejemplo*) que le entregan en la segunda quincena de cada mes, mismo que asciende a $580.00
La cuenta de ahorro le ofrece el 15% nominal capitalizable mensualmente. La pregunta ahora es: ¿Cuánto logrará acumular este singular personaje al 1º de enero del 2015?



Veamos este caso de manera muy particular para poder entender la naturaleza de la anualidad diferida.

En el ejemplo se señala que el 27 de febrero del 2013, a las 11:30 hrs., de ese día, el empleado toma la decisión de ahorrar a partir del siguiente año.

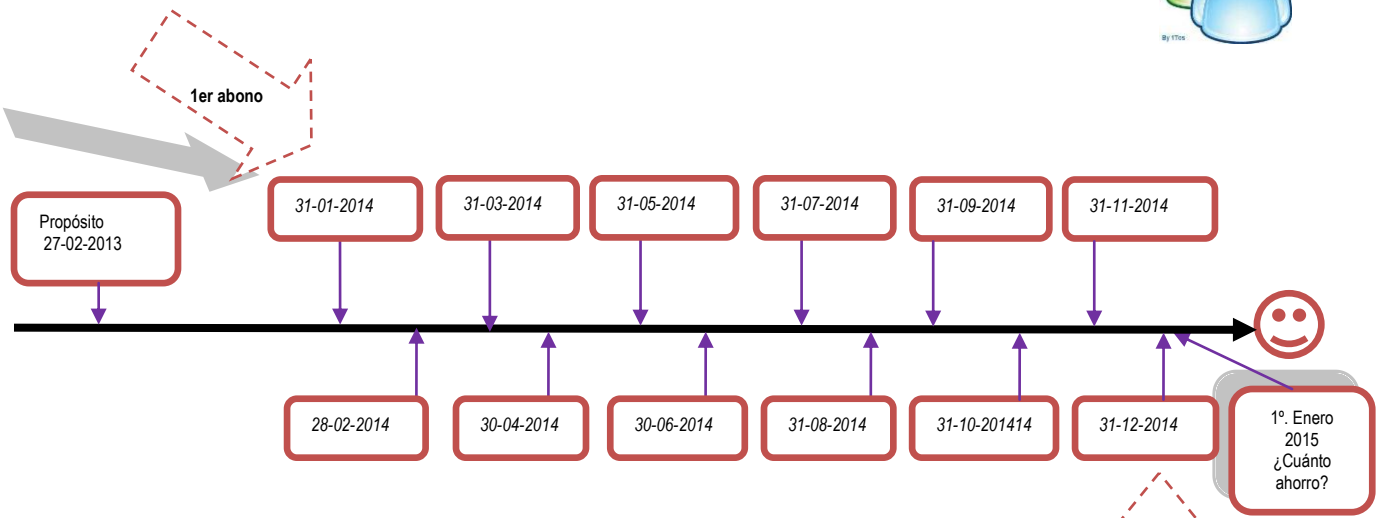
**Lo anterior refiere que empezará a depositar a partir del año 2014**.

Ahora bien, el bono que recibe, es en la segunda quincena de cada mes, **lo cual permite suponer que a final del mes de enero del 2014 se realizará el primer depósito y así sucesivamente.**

Finalmente la pregunta que se busca responder sobre cuanto tendrá acumulado al 1º de enero del 2016, nos permite suponer que realizará 12 depósitos ($n=12$). Si la redacción del texto fuera "Que en un año depositará mensualmente un importe", entonces la función exponencial $n/m$ sería: 360/30 =12



Visualicemos la siguiente línea de tiempo:




La solución es:

De la fórmula del monto tenemos que:

$$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

$$M = \$580.00\frac{(1+\frac{.15}{12})^{12}-1}{15/12} \qquad M = \$580.00\frac{(1.0125)^{12}-1}{0.0125} \qquad M = \$580.00\frac{(1.160754518)-1}{0.0125}$$

$$M = \$580.00\frac{.160754518}{0.0125} \qquad M = \$580.00(12.86036142) \quad M = \$7{,}459.00$$

Con los mismos datos, ahora comprobamos el valor de la anualidad:

$$A = \frac{M}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}\right]} \qquad A = \frac{\$7{,}459.00}{\left[\frac{(1+\frac{.15}{12})^{12}-1}{.15/12}\right]} \qquad A = \frac{\$7{,}459.00}{\left[\frac{(1.0125^{12}-1}{0.0125}\right]}$$

$$A = \frac{\$7{,}459.00}{\left[\frac{1.160754518-1}{0.0125}\right]} \qquad A = \frac{\$7{,}459.00}{\left[\frac{.160754518}{0.0125}\right]} \qquad A = \frac{\$7{,}459.00}{12.86036142}$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{\$}579.999 = \mathbf{\$}580.00$$

Para calcular el tiempo *"n"* en el monto compuesto

$$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} \qquad A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = M$$

Pasa dividiendo *A* $\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = \dfrac{M}{A}$

La tasa capitalizable *i/m* pasa multiplicando:

$$(1+\tfrac{i}{m})^{n/m} - 1 = \left[\left(\tfrac{M}{A}\right) * i/m\right]$$

Y la unidad pasa sumando $(1+\tfrac{i}{m})^{n/m} = \left[\left(\tfrac{M}{A}\right) * i/m\right] + 1$

Ahora aplicamos logaritmos y obtenemos la siguiente expresión:

$$log((1+ {}^{i}\!/_{m})^{n/m}) = log\left[\left({}^{M}\!/_{A}\right) * i/m\right] + 1$$

Y se despeja la *n* (*n/m*)

$$n = \frac{Log\left[\left({}^{M}\!/_{A}\right) * i/m\right] + 1}{Log(1+\frac{i}{m})}$$

**Con los mismos datos, ahora comprobamos el tiempo:**



A= $580.00
VF= $7,459.00
i=15% nominal capitalizable mensualmente. (.15/12=0.0125)
m= capitalización mensual
n= 12
Realizará 12 depósitos (*n=12*). Si la redacción del texto fuera "Que en un año depositará mensualmente un importe", entonces la función exponencial *n/m* sería: 360/30 =12

**La solución es:**

$$n = \frac{Log\left[\left({}^{\$7,459.00}\!/_{\$580.00}\right) * (.15/12)\right] + 1}{Log(1+\frac{.15}{12})} \qquad n = \frac{Log\left[(12.86034483) * 0.0125\right] + 1}{Log(1.0125)}$$

$$n = \frac{Log\left[0.16075431\right] + 1}{Log(1.0125)} \qquad n = \frac{Log 1.16075431}{Log 1.0125}$$

Con Logaritmo natural:

$$n = \frac{0.149070061}{0.01242252} = 11.99998559 = 12$$

Con Logaritmo base 10

| | Log Base 10 | | |
|---|---|---|---|
| 1.16075431 | 10 | 0.0647403 | 11.9999856 |
| 1.0125 | 10 | 0.00539503 | |

## Ejercicio de valor presente de una anualidad diferida

Con los siguientes datos calcule el VPN de una anualidad diferida:
Se adeudan $100,000.00 los cuales deben ser liquidados en 12 pagos mensuales iguales, el primero de ellos 6 meses después de la firma del convenio. Se pacta una tasa del 1.5 mensual

A= $580.00
VPN= $100,000.00
i=1.5% mensual.
m= la tasa está dada mensual
n= 12 (son doce pagos, ya no aplica n/m, el dato lo da directo)
*k-1*= (6 meses después de firmado el contrato)

### De la fórmula del valor presente en anualidad ordinaria diferida:

$$VPN = Rp\frac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n/m}}{{}^{i}\!/_{m}(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}$$

Se despeja

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n/m}}{{}^{i}\!/_{m}(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}} \qquad Rp = \frac{\$100,000.00}{\frac{1-(1.015)^{-12}}{0.015(1.015)^{6-1}}} \qquad Rp = \frac{\$100,000.00}{\frac{1-(0.83638742)}{0.015(1.077284)}}$$

$$Rp = \frac{\$100,000.00}{\frac{0.16361258}{0.01615926}} \qquad Rp = \frac{\$100,000.00}{10.12500449} = \$9,876.54$$

## Con los datos del ejercicio anterior, comprobar el tiempo (–n )

A partir de la fórmula

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}}$$

El *VPN* pasa multiplicando al factor del producto que integra el diferimiento del tiempo y luego pasa dividiendo la cuota ordinaria *Rp*, para despejar el factor $1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}$

De esta forma transformamos la expresión en:

$$\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp}=1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}$$

De ahí despejamos $(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}$ y pasamos el producto $\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp}$ al lado derecho de la ecuación.

Y así obtenemos:

$$(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}=1-\left[\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp}\right]$$

Aplicamos logaritmos para calcular:

$$Log((1+{}^{i}\!/_{m})^{-n})=Log(1-\left(\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp}\right))$$

$$-n=\frac{Log(1-\left(\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp}\right))}{Log(1+{}^{i}\!/_{m})} \qquad -n=\frac{Log(1-\left(\frac{\$100,000.00*(0.015)(1.015)^{6-1}}{\$9,876.54}\right))}{Log(1.015)}$$

$$-n=\frac{Log(1-\left(\frac{\$1,615.93}{\$9,876.54}\right))}{Log(1.015)} \qquad -n=\frac{Log(1-0.163612966)}{Log(1.015)} \qquad -n=\frac{Log(0.836387034)}{Log(1.015)}$$

## Logaritmo natural

$$-n=\frac{-0.178663814}{0.014888612}=-12.00003157=-12$$

## Logaritmo Base 10

| | Log Base 10 | | |
|---|---|---|---|
| 0.83638703 | 10 | -0.07759271 | |
| 1.015 | 10 | 0.00646604 | -12.0000311 |

De esta forma queda comprobado el resultado

**Para calcular la tasa de interés *"i" en monto compuesto de anualidad diferida.***

**En Valor Futuro o Monto se toma la fórmula de la anualidad ordinaria vencida.**

Del monto $$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

Tenemos que…….. $$A\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = M$$

Por lo que *A* pasa dividiendo al lado derecho

$$\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = M/A$$

Y para calcular *i/m*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de *M/A*

Tomamos los datos del mismo ejercicio de la pág. 232, 234 y 235

$$\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = \$7,459.00/\$580.00 \qquad \frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m} = 12.8603448$$

Con estos datos, ahora comprobamos la tasa promedio mensual obtenida:

Para ello realizamos al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del monto de una anualidad diferida)

| $n$ | $i$ | $\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ |
|---|---|---|
| | 0.01 | 12.682503 |
| **12** | 0.02 | 13.4120897 |
| | 0.03 | 14.1920296 |
| | 0.04 | 15.0258055 |
| | 0.05 | 15.9171265 |
| | 0.06 | 16.8699412 |
| | 0.07 | 17.8884513 |
| | 0.08 | 18.9771265 |
| | 0.09 | 20.1407198 |
| **Tanteo** | 0.0125 | 12.8603614 |

| | |
|---|---|
| Monto | $ 7,459.00 |
| Anualidad | $ 580.00 |
| **Factor** | **12.8603448** |

| ***TASA*** | ***Factor*** | **12.86036142** |
|---|---|---|
| **0.0125** | | |

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.0125 ó 1.25% mensual

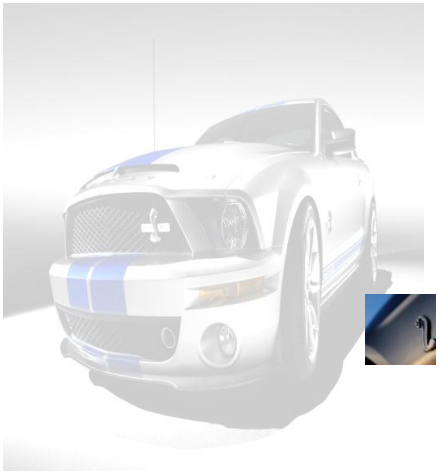


Ahora desarrollamos el tema del valor presente de la anualidad diferida:

De la fórmula: $$VPN = Rp\,\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m\,(1+i/m)^{k-1}}$$

Se despeja $$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m\,(1+i/m)^{k-1}}}$$

**Ahora presentamos un ejemplo de VPN**



La agencia Automotriz "El Carrito Veloz" tiene en oferta un convertible que arranca el suspiro de más de una bella dama. El precio de contado de este modesto auto que tiene una serpiente al frente es de $850,000.00 o un atractivo plan de financiamiento del 40% de enganche y el resto en 15 modestas mensualidades iguales con una tasa promedio mensual del 1.5%. Además ofrece que el primer pago se haga al vencimiento del tercer mes, una vez que se haya dado el enganche y desde luego, haber recibido este veloz auto.

La pregunta es:

¿Qué cantidad debe pagar mensualmente por esta preciosidad de auto?

Entonces, del precio de contado de $850,000.00 el 40% de enganche son: $340,000.00, la diferencia que se adeuda es de $510,000.00

La solución es:

De la fórmula: $\$510,000.00 = Rp\dfrac{1-(1.015)^{-15}}{0.015(1.015)^{3-1}}$ Se despeja

$$Rp = \frac{\$510{,}000.00}{\dfrac{1-(1.015)^{-15}}{0.015(1.015)^{3-1}}} \quad Rp = \frac{\$510{,}000.00}{\dfrac{1-(0.7998515)}{0.015(1.015)^{2}}} \quad Rp = \frac{\$510{,}000.00}{\dfrac{1-0.7998515}{0.015(1.030225)}} \quad Rp = \frac{\$510{,}000.00}{\dfrac{0.2001485}{0.015453375}}$$

$$Rp = \frac{\$510{,}000.00}{12.9517662} = \$39{,}376.87$$

$Rp = \$39{,}376.87$

Este es el importe de las modestas mensualidades

**Para calcular la tasa de interés "*i*" en valor presente de una anualidad diferida.** *(Con los datos anteriores)*

Tenemos que: $\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}} = VPN/Rp$ $\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}} = \$510,000.00/\$39,376$

$$\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}} = 12.9517658$$

Al tanteo con una tabla en Excel (de la fórmula del valor presente de una anualidad diferida)

**Comprobación:**

| *n* | *i* | factor 1 | factor 2 | $\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}$ |
|---|---|---|---|---|
| ***15*** | 0.0100 | 0.1386505 | 0.01020 | 13.59186 |
| | 0.0200 | 0.2569852 | 0.02081 | 12.35031 |
| | 0.0300 | 0.3581380 | 0.03183 | 11.25265 |
| | 0.0400 | 0.4447355 | 0.04326 | 10.27957 |
| ***k*** | 0.0500 | 0.5189829 | 0.05513 | 9.41466 |
| **3** | 0.0600 | 0.5827349 | 0.06742 | 8.64387 |
| | 0.0700 | 0.6375539 | 0.08014 | 7.95520 |
| | 0.0800 | 0.6847583 | 0.09331 | 7.33837 |
| | 0.0900 | 0.7254619 | 0.10693 | 6.78452 |
| **al tanteo** | **0.0150** | **0.2001485** | **0.01545** | **12.95177** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **NPV** | **$** | **510,000.00** | ***12.95176585*** |
| **R** | **$** | **39,376.87** | |

| | |
|---|---|
| ***TASA*** | **12.952** |

**0.0150**

La tasa promedio que obtuvo fue de 0.015 ó 1.5% mensual

**A continuación una serie de ejercicios resueltos sobre este tema, mismos que fueron desarrollados en clase por los alumnos.**

**La idea es que se verifiquen, como parte de una actividad didáctica.**

# Algunos ejercicios resueltos

1.- Se adquiere un lote de ropa aprovechando la promoción de empezar a pagar a partir de los 6 meses posteriores a la adquisición, con un interés del 3% mensual, capitalizable mensualmente. El importe de la operación fue de $17,460.00. Calcular *Rp* y comprobar "*-n*".

Considerar que la compra se liquidará en 18 meses.

| DATOS | |
|---|---|
| VPN | $17,460.00 |
| -n | 18 meses |
| i | 3%mensual |
| m | Mensual |
| Rp | ¿? |
| k | 6 meses |

$$Rp = \frac{17460}{\frac{1-\left(1+\frac{.03}{12}\right)^{-18}}{\frac{.03}{12}\left(1+\frac{.03}{12}\right)^{6-1}}} = \frac{17460}{\frac{1-(.9560511)}{.0025\,(1.0125626)}} = \frac{17460}{\frac{.0439489}{.0025314}} = \frac{17460}{17.3614995}$$

$$Rp = \$1005.673502$$

**Comprobación**

$$-n = \frac{\log\left(1-\frac{17460\left(\frac{.03}{12}\right)\left(1+\frac{.03}{12}\right)^{6-1}}{1005.673502}\right)}{\log\left(1+\frac{.03}{12}\right)} = \frac{\log\left(1-\frac{17460(.0025314)}{1005.673502}\right)}{\log(1.0025)} = \frac{\log(.9560511)}{\log(1.0025)}$$

$$= \frac{-.0195188}{.0010843}$$

$$-n = -18.001$$

2.- Pedro se compró un automóvil último modelo y empezó a pagarlo 10 meses después de firmar el contrato de compra-venta. Sus pagos fueron de $10,725.00 mensuales, durante 12 meses, con un interés del 8%nominal capitalizable mensualmente. ¿Cuál es el valor del automóvil? Calcular *VPN* y comprobar *Rp*

| DATOS | |
|---|---|
| **VPN** | ¿? |
| **-n** | 12 meses |
| **i** | 8%mensual |
| **m** | Mensual |
| **Rp** | $10,725.00 |
| **k** | 10 meses |

$$VPN = 10725\frac{1-\left(1+\frac{.08}{12}\right)^{-12}}{\frac{.08}{12}\left(1+\frac{.08}{12}\right)^{10-1}} = 10725\frac{1-(.9233614)}{.0066666(1.0616251)} = 10725\frac{.076636}{.0070774}$$

$$= 10725(10.8282702)$$

$$VPN = \$116,133.1979$$

**Comprobación**

$$Rp = \frac{116133.1979}{\frac{1-\left(1+\frac{.08}{12}\right)^{-12}}{\frac{.08}{12}\left(1+\frac{.08}{12}\right)^{9}}} = \frac{116133.1979}{\frac{1-(.9233614)}{.0066666(1.0616251}} = \frac{116133.1979}{\frac{.076636}{.0070774}} = \frac{116133.1979}{10.8282702}$$

$$Rp = \$10,725$$

3.- Se realiza una compra de aparatos electrodomésticos por un importe de $150,000.00 los cuales deben ser liquidados en 12 pagos mensuales iguales, el primero de ellos a los 6 meses después de realizada la operación. La tasa de interés es del de 3.2% nominal capitalizable mensualmente. Calcular *Rp* y comprobar "*-n*"

| DATOS | |
|---|---|
| **VPN** | $150,000.00 |
| **-n** | 12 meses |
| **i** | 3.2 % nominal |
| **m** | Mensual |
| **Rp** | ¿? |
| **k** | 6 meses |

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}}{{}^{i}\!/_{m}(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}} \qquad Rp = \frac{\$150,000.00}{\frac{1-(1.0026666)^{-12}}{0.0026666(1.0026666)^{6-1}}} \qquad Rp = \frac{\$150,000.00}{\frac{1-0.9685486}{.0026666(1.0134042)}}$$

$$Rp = \frac{\$150,000.00}{\frac{0.0314514}{0.0027023}} \qquad Rp = \frac{\$150,000.00}{11.6387521} \qquad Rp = \$12,887.98$$

**COMPROBACIÓN:**

$$-n = \frac{\log(1-\frac{VPN*({}^{i}\!/_{m})(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}{Rp})}{\log(1+{}^{i}\!/_{m})} \qquad -n = \frac{\log(1-\frac{\$150,000.00*(0.0026666)(1.0026666)^{6-1}}{\$12,887.97963})}{\log(1.0026666)}$$

$$-n = \frac{\log(1-\frac{\$150,000.00*0.0027023}{\$12,887.97963})}{\log(1.0026666)} \qquad -n = \frac{(1-\frac{\$405.345}{\$12,887.97963})}{\log(1.0026666)} \qquad -n = \frac{\log(1-0.0314513)}{\log 1.0026666}$$

$$-n = \frac{\log 0.9685487}{\log 1.0026666} \qquad -n = \frac{-0.0138785}{0.0011565} \qquad -n = -12.0004$$

4.- El precio de operación de una casa de interés social es de $315,000.00 y serán pagaderos en 12 cuotas mensuales iguales. La primer cuota cuatro meses después de la firma del convenio y se pacta una tasa del 2% anual. Se pide: calcular *Rp* y la comprobación *"-n"*

| DATOS | |
|---|---|
| VPN | $315,00.00 |
| -n | 12 meses |
| i | 2%nominal |
| m | Mensual |
| Rp | ¿? |
| k | 4 meses |

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+ i/m)^{-n}}{i/m(1+ i/m)^{k-1}}} \qquad Rp = \frac{\$315,000.00}{\frac{1-(1.0016666)^{-12}}{0.0016666(1.0016666)^{4-1}}} \qquad Rp = \frac{\$315,000.00}{\frac{1-0.9802157}{.0016666(1.0050081)}}$$

$$Rp = \frac{\$315,000.00}{\frac{0.0197843}{0.0016749}} \qquad Rp = \frac{\$315,000.00}{11.8122276} \qquad \$Rp = 26,667.28$$

COMPROBACIÓN:

$$-n = \frac{\log(1-\frac{VPN*(i/m)(1+i/m)^{k-1}}{Rp})}{\log(1+i/m)} \qquad -n = \frac{\log(1-\frac{\$315,000.00*(0.0016666)(1.0016666)^{4-1}}{\$26,667.28})}{\log(1.0016666)}$$

$$-n = \frac{\log(1-\frac{\$315,000.00*0.0016749}{\$26,667.28})}{\log(1.0016666)} \qquad -n = \frac{(1-\frac{\$527.5935}{\$26,667.28})}{\log(1.0016666)} \qquad -n = \frac{\log(1-0.0197843)}{\log 1.0016666}$$

$$-n = \frac{\log 0.9802157}{\log 1.0016666} \qquad -n = \frac{-0.0086783}{0.0007231} \qquad -n = -12.0015$$

5.- En la compra de un paquete de muebles cuya cantidad asciende a los $87,250.00 la tienda departamental ofrece que se liquiden en 10 pagos iguales. El primer pago vencido se comienza a liquidar el día 5 de mayo del 2011 (la fecha de operación es el 5 de octubre del 2010), la tasa de interés pactada en esta operación es del 10% anual y la capitalización mensual. La pregunta es: ¿A cuánto asciende cada pago? (Además compruebe con *"-n"*)

| DATOS | |
|---|---|
| VPN | $87,250.00 |
| -n | 10 meses |
| i | 10%anual |
| m | Mensual |
| Rp | ¿? |
| | 7 meses |

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \quad Rp = \frac{\$87,250.00}{\frac{1-(1+\frac{.10}{12})^{-10}}{\frac{.10}{12}(1+\frac{.10}{12})^{7-1}}} \quad Rp = \frac{\$87,250.00}{\frac{1-.9203621}{.0083333(1.008333)^{7-1}}} \quad Rp = \frac{\$87,250.00}{\frac{.079637834}{.0083333(1.0510512)}}$$

$$Rp = \frac{\$87,250.00}{9.092400357} \quad Rp = \$9,595.92$$

## Comprobación

$$-n = \frac{\log(1-\frac{VPN*(\frac{i}{m})(1+\frac{i}{m})^{k-1}}{Rp})}{\log(1+\frac{i}{m})} \quad -n = \frac{\log(1-\frac{\$87,250.00(\frac{.10}{12})(1+\frac{.10}{12})^{7-1}}{\$9,595.92})}{\log(1+\frac{.10}{12})}$$

$$-n = \frac{\log(1-\frac{\$87,250.00(0.0083333)(1.05105329)}{\$9,595.92})}{\log 1.0083333} \quad -n = \frac{\log(1-\frac{\$764.2033}{\$9,595.92})}{\log 1.0083333}$$

$$-n = \frac{\log(1-.079638357)}{\log 1.0083333} \quad -n = \frac{\log .920361643}{\log 1.0083333} \quad -n = \frac{-.036041509}{.0036041099}$$

*-n = 10.0001*

## Otros ejercicios para calcular "*Rp*" y su comprobación "*VPN*", "*-n*"

Caso a.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar con *VPN*:

**VPN= $**689,573
**i=**6.3%=.063 anual (ordinario)
**m=**15 días
**n=**21 pagos fijos
**k=**6 meses después de la firma del convenio
**Rp=?**

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{689573}{\frac{1-(1+\frac{.063}{360}*15)^{-21}}{\frac{.063}{360}*15(1+\frac{.063}{360}*15)^{6-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{689573}{\frac{1-(1.002625)^{-21}}{.002625(1.002625)^{6-1}}}$$

$$\mathbf{RP} = \frac{689573}{\frac{1-.946435198}{.002625\ (1.0131940)}} \quad \mathbf{RP} = \frac{689573}{\frac{.053564801}{.0026596344}} \quad \mathbf{RP} = \frac{689573}{20.14017145} \quad RP = 34{,}238.68577$$

**COMPROBACIÓN:**

$$VPN = RP\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}} \quad \mathbf{VPN} = 34{,}238.68577\frac{1-(1+\frac{.063}{360})^{-21}}{\frac{.063}{360}*15\ (1+\frac{.063}{360})^{6-1}}$$

$$\mathbf{VPN} = 34{,}238.68577\frac{1-.946435198}{.002625\ (1.002625)^{6-1}} \quad \mathbf{VPN} = 34{,}238.68577\frac{.053564801}{.002625(1.0131940)}$$

$$\mathbf{VPN} = 34{,}238.68577\frac{.053564801}{.0026596344} \quad \mathbf{VPN} = 34{,}238.68577(20.14017145)$$

$$VPN = 689{,}573.000$$

Caso b.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar con "-n":

**VPN = $**234,789.00
**i=**5%=.05 anual (ordinario)
**m=**mensual
**n=**17 pagos fijos
**k=** se da una prórroga de 5 meses para el primer pago
**Rp =?**

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{234789}{\frac{1-(1+\frac{.05}{12})^{-17}}{\frac{.05}{12}(1+\frac{.05}{12})^{5-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{234789}{\frac{1-(1.0041666)^{-17}}{.0041666\,(1.0041666)^{5-1}}}$$

$$\mathbf{RP} = \frac{234789}{\frac{1-.931754256}{.0041666\ (1.0167771)}} \quad \mathbf{RP} = \frac{234789}{\frac{.068245743}{.00423647}} \quad \mathbf{RP} = \frac{234789}{16.10910569} \quad RP = 14{,}574.92455$$

**COMPROBACIÓN:**

$$-n = \frac{Log\ 1-(\frac{VPN*\frac{i}{m}*(1+\frac{i}{m})^{k-1}}{RP})}{Log\ (1+\frac{i}{m})} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{234789*\frac{.05}{12}*(1+\frac{.05}{12})^{5-1}}{14{,}574.92455})}{\text{Log } (1+\frac{.05}{12})}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{234789*.0041666*1.016771123}{14{,}574.92455})}{\text{Log } 1.0041666} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{994.6785649}{14{,}574.92455})}{\text{Log } 1.0041666}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\text{Log } (1-.06824588)}{\text{Log } 1.0041666} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } .931754119}{\text{Log } 1.0041666} \quad -\mathbf{n} = \frac{-.030698678}{.00180577} \quad -n = -17.000$$

Caso c.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar con "-n":

**VPN = $**550,000.00
**i=**5.5%=.055 anual (ordinario)
**m=**15 días
**n=**24 pagos fijos
**k=** se da una prórroga de 2.5 meses (2.5*30/15= **5 periodos**)
**Rp =?**

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{550000}{\frac{1-(1+\frac{.055}{360}*15)^{-24}}{\frac{.055}{360}*15\,(1+\frac{.055}{360}*15)^{5-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{550000}{\frac{1-(1.0022916)^{-24}}{.0022916\,(1.0022916)^{5-1}}}$$

$$\mathbf{RP} = \frac{550000}{\frac{1-.9465462}{.0022916\ (1.0091979)}} \quad \mathbf{RP} = \frac{550000}{\frac{.0534538}{.0023126}} \quad \mathbf{RP} = \frac{550000}{23.1141572} \quad RP = 23,794.9407$$

## COMPROBACIÓN:

$$-n = \frac{Log\ 1-(\frac{VPN*\frac{i}{m}*(1+\frac{i}{m})^{k-1}}{RP})}{Log\ (1+\frac{i}{m})} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{550000*\frac{.055}{360}*15*(1+\frac{.055}{360}*15)^{5-1}}{23,794.9407})}{\text{Log}\,(1+\frac{.055}{360}*15)}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{550000*.0022916*1.0091982}{23,794.9407})}{\text{Log } 1.0022916} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } 1-(\frac{1271.973227}{23,794.9407})}{\text{Log } 1.0022916}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\text{Log}\,(1-.0534556)}{\text{Log } 1.0022916} \quad -\mathbf{n} = \frac{\text{Log } .9465444}{\text{Log } 1.0022916} \quad -\mathbf{n} = \frac{-.0238590}{.0009940} \quad -n = -24$$

Caso d.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar con *VPN*:

**VPN= $**325,000.00
**i=**3.8 %=.038 anual (ordinario)
**m=**20 días
**n=**18 pagos fijos
**k=** se da una prórroga de 3.5 meses (3.5*30/20=**5**)
**Rp=?**

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{325000}{\frac{1-(1+\frac{.038}{360}*20)^{-18}}{\frac{.038}{360}*20(1+\frac{.038}{360}*20)^{5-1}}} \quad \mathbf{RP} = \frac{325000}{\frac{1-(1.0021111)^{-18}}{.00211115(1.0021111)^{5-1}}}$$

$$\mathbf{RP} = \frac{325000}{\frac{1-.9627516}{.0021111\ (1.0084711)}} \quad \mathbf{RP} = \frac{325000}{\frac{.0372484}{.0021289}} \quad \mathbf{RP} = \frac{325000}{17.4965475} \quad RP = 18{,}575.09317$$

**COMPROBACIÓN:**

$$VPN = RP\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}} \quad \mathbf{VPN} = 18{,}575.09317\frac{1-(1+\frac{.038}{360}*20)^{-18}}{\frac{.038}{360}*20\ (1+\frac{.038}{360}*20)^{5-1}}$$

$$\mathbf{VPN} = 18{,}575.09317\frac{1-.9627516}{.0021111\ (1.0021111)^{5-1}} \quad \mathbf{VPN} = 18{,}575.09317\frac{.0372484}{.0021111(1.0084711)}$$

$$\mathbf{VPN} = 18{,}575.09317\frac{.0372484}{.0021289} \quad \mathbf{VPN} = 18{,}575.09317(17.4965475)$$

$$VPN = 325{,}000$$

Caso e.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar con *"-n"*:

**VPN = $**100,000.00
**i=**4.2%=.042 anual
**m=**mensualmente
**n=**18 pagos fijos
**k=**se da una prórroga de 1.5 meses (1.5*30/30=**1.5**)
**Rp =?**

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{\frac{i}{m}(1+\frac{i}{m})^{k-1}}} \qquad \mathbf{RP} = \frac{100000}{\frac{1-(1+\frac{.042}{12})^{-18}}{\frac{.042}{12}(1+\frac{.042}{12})^{1.5-1}}}$$

$$Rp = \frac{\$100{,}000}{\frac{1-(1.0035)^{-18}}{.0035(1.0035)^{1.5-1}}} \qquad \mathbf{RP} = \frac{100000}{\frac{1-.939046757}{.0035\ (1.001748471)}} \qquad \mathbf{RP} = \frac{100000}{\frac{.0609532}{.00350611}}$$

$$\mathbf{RP} = \frac{100000}{17.3849291} \qquad RP = 5{,}752.108589$$

## COMPROBACIÓN:

$$-n = \frac{Log\ 1-(\frac{VPN*\frac{i}{m}*(1+\frac{i}{m})^{k-1}}{RP})}{Log\ (1+\frac{i}{m})} \qquad -\mathbf{n} = \frac{\mathrm{Log}\ 1-(\frac{100000*\frac{.042}{12}*(1+\frac{.042}{12})^{1.5-1}}{5{,}752.108589})}{\mathrm{Log}\ (1+\frac{.042}{12})}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\mathrm{Log}\ 1-(\frac{100000*.0035*1.001748471}{5{,}752.108589})}{\mathrm{Log}\ 1.0035} \qquad -\mathbf{n} = \frac{\mathrm{Log}\ 1-(\frac{350.611965}{5{,}752.108589})}{\mathrm{Log}\ 1.0035}$$

$$-\mathbf{n} = \frac{\mathrm{Log}\ (1-.060953641)}{\mathrm{Log}\ 1.0035} \qquad -\mathbf{n} = \frac{\mathrm{Log}\ .939046358}{\mathrm{Log}\ 1.0035} \qquad -\mathbf{n} = \frac{-.0273129}{.0015173} \qquad -n = -18$$

Caso f.- Con los siguientes datos, calcular *Rp* y comprobar *"-n":*

CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR Rp:

- VPN= $238,000.00
- Una tasa del 16% capitalizable cada 25 días
- Se pactan 40 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 2 meses.
- UTILIZAR INTERES EXACTO.

Primeramente calculamos k-1

$$i = \frac{.16}{365} * 25 = .0109589 \qquad k = 2 * 30\ dias = \frac{60}{25} = 2.4$$

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i(1+i)^{k-1}}} \quad RP = \frac{238{,}000}{\frac{1-(1+.0109589)^{-40}}{.0109589(1+.0109859)^{2.4-1}}} \quad RP = \frac{238{,}000}{\frac{1-.6466361}{.0109859(1.0154139)}}$$

$$RP = \frac{238{,}000}{\frac{.3533639}{.0111552}} \quad RP = \frac{238{,}000}{31.6770564} \quad RP = 7{,}513.32437$$

$$RP = 7{,}513.324376$$

## COMPROBACIÓN

$$-n = \frac{\log\left(1-\frac{VPN*(i)(1+i)^{k-1}}{RP}\right)}{\log(1+i)} \quad -n = \frac{\log\left(1-\frac{238{,}000*(.0109859)(1+.0109859)^{2.4-1}}{7{,}513.324376}\right)}{\log(1.0109859)}$$

$$-n = \frac{\log\left(1-\frac{238{,}000*(.0109859)(1.0154139)}{7{,}513.324376}\right)}{\log(1.0109859)} \quad -n = \frac{\log\left(1-\frac{238{,}000*.0111552}{7{,}513.324376}\right)}{\log(1.0109859)}$$

$$-n = \frac{\log\left(1-\frac{2654.94236}{7{,}513.324376}\right)}{\log(1.0109859)} \quad -n = \frac{\log\ 1-.3533645}{\log(1.0109859)} \quad -n = \frac{\log .6466355}{\log(1.0109859)} \quad -n = \frac{-.1893404}{.0047450}$$

$$-n = -39.9031520$$

$$-n = -40\ pagos\ mensuales$$

Caso g.- Con los siguientes datos, calcular Rp y comprobar "-n":

CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR Rp:

- VPN= $55,000.00
- Una tasa del 12% capitalizable cada 18 días
- Se pactan 20 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 4 meses.
- UTLIZAR INTERES ORDINARIO.

$$i = \frac{.12}{360} * 18 = .006 \qquad k = 4 * 30\ dias = \frac{120}{18} = 6.6666667$$

$$RP = \frac{VPN}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i(1+i)^{k-1}}} \quad RP = \frac{55{,}000}{\frac{1-(1+.006)^{-20}}{.006(1+.006)^{6.6666667-1}}} \quad RP = \frac{55{,}000}{\frac{1-.8872385}{.006(1.0344795)}}$$

$$RP = \frac{55{,}000}{\frac{.1127615}{.0062068}} \quad RP = \frac{55{,}000}{18.1674131}$$

$$RP = 3{,}027.398546$$

**COMPROBACIÓN**

$$-n = \frac{\log\left(1 - \frac{VPN * (i)(1+i)^{k-1}}{RP}\right)}{\log(1+i)} \quad -n = \frac{\log\left(1 - \frac{55{,}000 * (.006)(1+.006)^{6.6666667-1}}{3{,}027.398546}\right)}{\log(1.006)}$$

$$-n = \frac{\log\left(1 - \frac{55{,}000 * (.006)(1.0344795)}{3{,}027.398546}\right)}{\log(1.006)} \quad -n = \frac{\log\left(1 - \frac{55{,}000 * .0062068}{3{,}027.398546}\right)}{\log(1.006)}$$

$$-n = \frac{\log\left(1 - \frac{341.374}{3{,}027.398546}\right)}{\log(1.006)} \quad -n = \frac{\log\ 1 - .1127614}{\log(1.006)} \quad -n = \frac{\log\ .8872386}{\log(1.006)}$$

$$-n = \frac{-.0519595}{.0025979} \quad -n = -20.0005773$$

$$-n = -20\ pagos\ mensuales$$

# Ejercicios para resolver

1.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $1’055,000.00
- Una tasa del 22.5% capitalizable cada 28 días
- Se pactan 50 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 5 meses.
- UTILIZAR INTERES ORDINARIO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

2.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $127,500.00
- Una tasa del 13.5% capitalizable cada 16 días
- Se pactan 120 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 2.5 meses.
- UTILIZAR INTERES EXACTO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

3.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $111,111.10
- Una tasa del 5.55% capitalizable cada 12 días
- Se pactan 70 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 1.5 meses.
- UTILIZAR INTERES EXACTO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

# 5.1.4.- GENERALES



Entramos a una modalidad de anualidades que por sus características particulares, son utilizadas con menor frecuencia en la actividad financiera y comercial. Esto es, los pagos o abonos no coinciden con la capitalización, de ahí que tengamos que calcular tasas equivalentes.

Las características de este tipo de anualidades son:

- El plazo inicia con la firma del convenio o apertura de cuenta de ahorros o inversión (en su caso)
- Las capitalizaciones no coinciden con el intervalo de pago
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad

Con estas consideraciones, *¿qué hacer entonces cuando la tasa que se nos otorga, no coincide con la capitalización?*

**En el desarrollo de este tema, se dará respuesta a esta interrogante:**

## 5.1.4.1.- Variables que se utilizan en este apartado:

***VPN:*** Valor Presente Neto (de un conjunto de pagos o abonos)
***VF ó M:*** Valor Futuro o Monto (de la suma de unos pagos o abonos)
***A ó Rp:*** Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)
***m:*** Capitalización (por su tipo de capitalización, mensual, bimestral etc., la tasa se divide entre el tipo de capitalización: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = (12%/12)
***n:*** Tiempo

$\bar{i}$ : Tasa de Interés equivalente (la tasa que integra el factor de acumulación o descuento $(1+\bar{i})$ :



RECUERDE: En la representación *i/m*, se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma ***i* ó en su forma *i/m*.**

### 5.1.4.2.- Procedimiento:

Para calcular el monto o valor futuro de una serie de pagos o abonos, el pago periódico, la tasa y el tiempo, utilizaremos las siguientes fórmulas:

**Su monto:** $$VF = Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\frac{\bar{i}}{m}} \quad \text{ó} \quad M = A\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\frac{\bar{i}}{m}}$$

Siguiendo el mismo esquema que las anualidades ordinarias, recordaremos que es muy probable que las tasas de interés cambien en el lapso del período, ante ello debemos realizar cálculos parciales utilizando tasas equivalentes para: $VF_1$, $VF_2$, $VF_n$, conforme cambien las tasas, de acuerdo a la siguiente notación:

Para una primera tasa: $$VF_1 = Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\frac{\bar{i}}{m}},$$

Para una siguiente tasa:

$$VF_2 = VF_1(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m} + Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}$$

Y así sucesivamente

$$VF_n = VF_2(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m} + Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}$$

**La Anualidad o Renta Periódica:**

$$Rp = \frac{VF}{\left[\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}\right]} \quad \text{ó} \quad A = \frac{M}{\left[\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}\right]}$$

## Su valor presente:

$$VPN = Rp\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n/m}}{\bar{i}/m} \qquad \text{Se despeja} \qquad Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n/m}}{\bar{i}/m}}$$

## Para calcular el tiempo *"n"*

$$VF = Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} \qquad \text{ó} \qquad Rp\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = VF$$

Pasa dividiendo *Rp* $$\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = \frac{VF}{Rp}$$

La *i/m* pasa multiplicando $$(1+\bar{i}/m)^{n/m}-1 = \left[\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right]$$

Y la unidad pasa sumando $$(1+\bar{i}/m)^{n/m} = \left[\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right]+1$$

Ahora aplicamos logaritmos

$$\log((1+\bar{i}/m)^{n/m}) = \log\left[\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right]+1$$

Y se despeja $$n/m = \frac{Log\left[\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right]+1}{Log(1+\frac{\bar{i}}{m})}$$ así de simple

## Para calcular el tiempo "*-n*" en valor presente neto

De la fórmula $VPN = Rp\dfrac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n/m}}{1+\bar{i}/m}$ tenemos que $\dfrac{VPN*\bar{i}/m}{Rp} = 1-(1+\bar{i}/m)^{-n/m}$

Para despejar *–n/m* $(1+\bar{i}/m)^{-n/m} = 1-\left[\dfrac{NPV*\bar{i}/m}{Rp}\right]$

Así obtenemos $Log((1+\bar{i}/m)^{-n/m}) = Log(1-\left[\dfrac{NPV*\bar{i}/m}{Rp}\right])$

Despejamos "*-n/m*", y ahora tenemos la siguiente expresión

$$-n/m = \frac{Log(1-\left[\dfrac{NPV*\bar{i}/m}{Rp}\right])}{Log(1+\bar{i}/m)}$$

## Para calcular la tasa de interés "*i* equivalente"

### En Valor Futuro o Monto

Del monto $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}$ tenemos que $Rp\dfrac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = VF$ *Rp* pasa dividiendo al lado derecho $\dfrac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = VF/Rp$

Y para calcular *i*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de: *VF/Rp*

## En Valor Presente Neto

Del valor presente $Rp = \dfrac{VPN}{\dfrac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n/m}}{\bar{i}}}$

Despejamos $\dfrac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n/m}}{\bar{i}} = VPN/Rp$

Y para calcular *i equivalente*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de *VPN/Rp*

En ambos casos se sugiere tener elaborada una tabla proforma, con valores de tasas que van de 1.5% a 9.5% (0.015 a 0.095)

La *n* se manipula como variable input

La *Î* se manipula como variable input

Estos son los factores, el cual se buscara equiparar al resultado de *VPN/Rp*

| ***n*** | ***i*** | $\dfrac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n/m}}{\bar{i}/m}$ | **Factor** |
|---|---|---|---|
| ***6*** | 0.015 | 0.91454219 | 5.69718716 |
| | 0.025 | 0.86229687 | 5.50812536 |
| | 0.035 | 0.81350064 | 5.32855302 |
| | 0.045 | 0.76789574 | 5.15787248 |
| | 0.055 | 0.72524583 | 4.99553030 |
| | 0.065 | 0.68533412 | 4.84101355 |
| | 0.075 | 0.64796152 | 4.69384642 |
| | 0.085 | 0.61294509 | 4.55358717 |
| | 0.095 | 0.58011659 | 4.41982537 |
| **al tanteo** | **0.0499** | 0.74664195 | 5.07731567 |

## 5.1.4.3.- Ejercicios resueltos

**Resolvamos un ejercicio de <u>Anualidad general:</u>**

Consideramos el caso de una persona que vende calzado por catálogo y por sus ventas se ha hecho acreedora a un incentivo bimestral de $250.00. A partir de este premio decide aperturar una cuenta de ahorro la cual le ofrece una tasa de interés mensual del 1.5% capitalizable mensualmente, con la salvedad que debe incrementar el saldo de la misma, con una cantidad similar al de apertura y con la frecuencia en que recibirá su incentivo. Además no podrá retirar de su saldo vigente, cantidad alguna al menos durante el primer año.

Si dicha persona sigue al pie de la letra las instrucciones, ahora la pregunta es: *¿Cuánto acumulará la vendedora de calzado al cabo de 3 años siguiendo este esquema de ahorro?*

Utilizamos la fórmula del monto de un conjunto de abonos (cuotas uniformes):

$$M = A\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}$$

Posterior a ello, considerar los siguientes aspectos:

**a.-** En primer término debemos identificar la tasa equivalente a la tasa capitalizable que ofrece la cuenta de ahorros. Si tenemos una tasa mensual de 1.5% mensual con capitalización igual, entonces debemos calcular una tasa bimestral que sea equivalente.

**b.-** Determinar el número de depósitos que se realizarán en tres años.

**c.-** Trazar una línea de tiempo para visualizar la frecuencia de los depósitos

**Solución:**

**a.-** Para determinar la tasa equivalente, tomamos la expresión

$$TE = \left[ (1 + {}^{i}\!/_{m})^{n/m} - 1 \right] * 100$$

***nota:** el exponente $n/m$, se utiliza cuando tenemos una tasa nominal, de ahí que sea necesario dividirla entre el tipo de capitalización. Caso contrario, se hace el cálculo directo, es decir, cuando nos dan la tasa capitalizable, como lo fue en este caso para este ejercicio.

Como la tasa que se nos da, esta referenciada mensualmente, entonces ahora tenemos que la tasa del 1.5% mensual, es equivalente a:

$$TE = \left[ (1.015)^2 - 1 \right] * 100 \qquad TE = 3.0225_bimestral$$

De donde sale la tasa del 3.0225% bimestral:

Del factor de acumulación $(1+i)^n = (1+.015)^2 + (1+.015)^{2*2}$ ___ *el _ múltiplo _ es _* 2

Para nuestro ejemplo tendríamos que:

$$250(1.015)^2 + 250[(1.015)^2]^2 + 250[(1.015)^2]^3 ..... + 250[(1.015)^2]^n$$

Entonces: $TE = \left[ (1.015)^2 - 1 \right] * 100 = 3.0225$ es la tasa bimestral equivalente a la tasa del 1.5% mensual

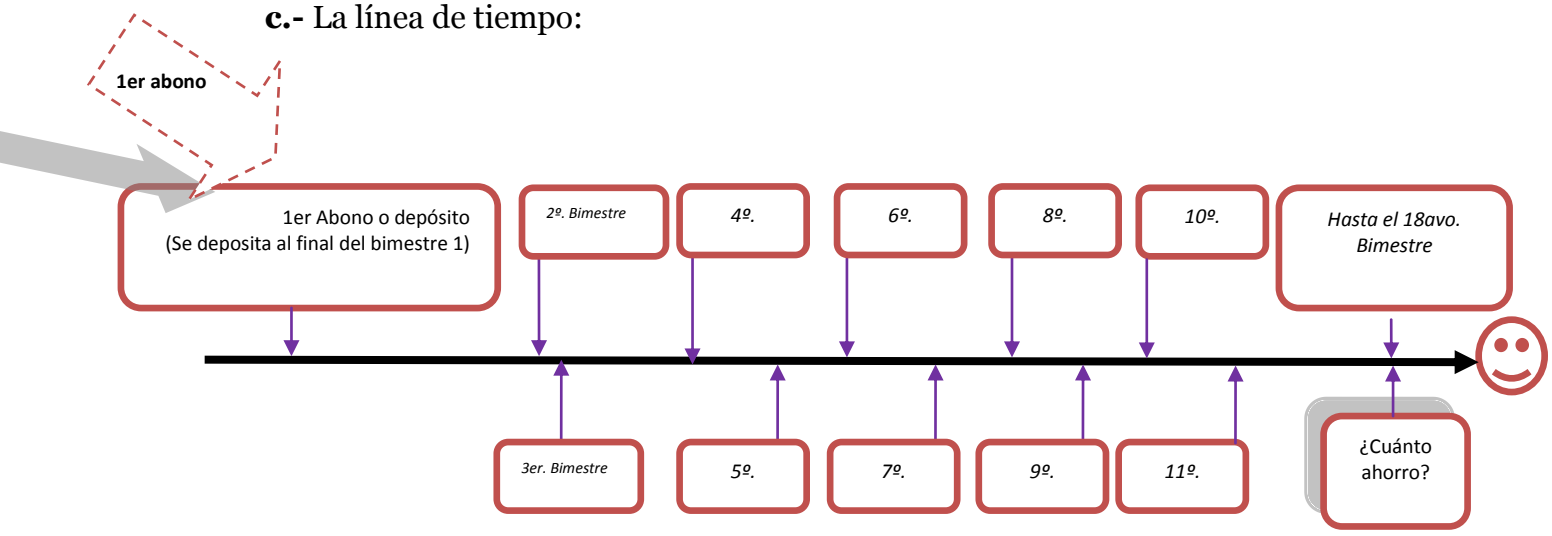
**b.-** Si son seis bimestres por año, entonces en tres años son 18 bimestres (6*3), lo que es igual a 18 abonos o depósitos iguales en la cuenta de inversión o ahorro.

Cada depósito se multiplica por su factor de acumulación y se eleva a la potencia según el tiempo acumulado, siendo al final del último depósito, el que no acumulará interés alguno, ya que no devenga ningún interés.

Si vemos la siguiente expresión, el primer depósito no acumula interés, hasta que se realiza el siguiente depósito que acumula un bimestre de intereses devengados y el segundo depósito ahora no genera interés alguno y así sucesivamente.

$$250 + 250(1.015)^2 + 250(1.015)^4 + \ldots\ldots\ldots\ldots 250(1.015)^{2n}$$

**c.-** La línea de tiempo:




Como ya calculamos la Tasa Equivalente del 1.5% mensual a bimestral (3.0225%), además sabemos que en tres años son 36 meses y si lo dividimos entre dos (por ser bimestral) obtenemos 18 bimestres, que es lo mismo a decir, que en un año son 6 bimestres y en tres serían 18.

Ahora la solución es:

$$M = A\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m} - 1}{\frac{\bar{i}}{m}} \qquad M = \$250.00\frac{(1.030225)^{(3*12)/2} - 1}{0.030225}$$

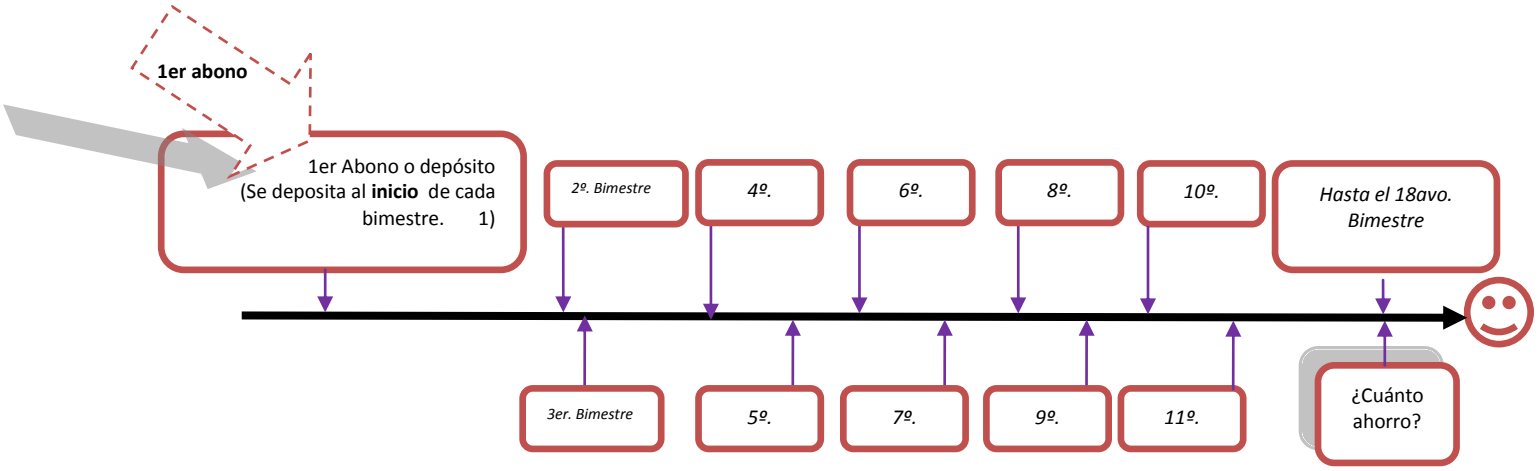
$$M = \$250.00\frac{(1.030225)^{18} - 1}{0.030225} \qquad M = \$250.00\frac{(1.709139538) - 1}{0.030225}$$

$$M = \$250.00\frac{.709139538}{0.030225} \qquad M = \$250.00(23.46201945) \qquad M = \$5{,}865.50$$

Este es el monto que acumulará la vendedora de calzado, al cabo de 3 años siguiendo el esquema de ahorro bajo el supuesto de anualidad ordinaria vencida (solo para efectos de razonamiento matemático, ya que esto no es así en la vida real)

Si fuera el mismo caso, pero ahora el esquema cambia, los depósitos se realizan al inicio de cada período. Entonces debemos asumir que tiene un comportamiento de anualidad anticipada:

La línea de tiempo se representa de la siguiente forma:




## La solución es:

De la fórmula del monto de una anualidad anticipada general sabemos que:

$$M = A(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}/m} \qquad M = \$250.00(1.030225)\frac{(1.030225)^{(3*12)/2=18}-1}{0.030225}$$

$$M = 250.00(1.030225)\frac{(1.70913954)-1}{0.030225} \qquad M = \$250.00(1.030225)\frac{.70913954}{0.030225}$$

$$M = \$250.00(1.030225)(23.46201945)$$

$$M = \$250.00(24.17115899) \qquad M = \$6{,}042.79$$

Este es el monto que acumulará la vendedora de calzado, al cabo de 3 años siguiendo el esquema de ahorro con depósitos anticipados.

Ahora realicemos algunas comprobaciones, tan solo para corroborar el resultado:

**Comprobación:** Con los datos de la **Anualidad Anticipada** realizar el cálculo de "*A*", "*i*" y "*n*"

**Para conocer "*A*":**

De: $M = A(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}/m}$ despejamos *A* y obtenemos:

$$A = \frac{M}{(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}/m}} \qquad A = \frac{\$6,042.79}{(1.030225)\frac{(1.030225)^{(3*12)/2=18}-1}{0.030225}}$$

$$A = \frac{\$6,042.79}{(1.030225)\frac{(1.70913954)-1}{0.030225}} \qquad A = \frac{\$6,042.79}{(1.030225)\frac{.70913954}{0.030225}}$$

$$A = \frac{\$6,042.79}{(1.030225)(23.46201945)} \qquad A = \frac{\$6,042.79}{(24.17115899)} = \$250.00$$

**Para conocer *"i equivalente":***

Del monto $VF = Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}}$ tenemos que $Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = VF$

*Rp* pasa dividiendo al lado derecho $(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = VF/Rp$

$$(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n/m}-1}{\bar{i}} = \$6,042.79/\$250.00$$

El factor es: 24.17116

Y para calcular *i*, se hace al tanteo, equiparando el factor resultante de: *VF/Rp*

En una tabla en Excel se calcula al tanteo y se obtiene el siguiente resultado:

| $n$ | $i$ | $(1+\tilde{i})\frac{(1+\tilde{i})^n-1}{\tilde{i}}$ | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| **18** | 0.01 | 1.19614748 | 19.81089504 |
| | 0.02 | 1.42824625 | 21.84055863 |
| | 0.03 | 1.70243306 | 24.11686844 |
| | 0.04 | 2.02581652 | 26.67122940 |
| | 0.05 | 2.40661923 | 29.53900391 |
| | 0.06 | 2.85433915 | 32.75999170 |
| | 0.07 | 3.37993228 | 36.37896479 |
| | 0.08 | 3.99601950 | 40.44626324 |
| | 0.09 | 4.71712042 | 45.01845839 |
| **al tanteo** | **0.030225** | **1.70913954** | **24.17115900** |

MENU

**Notas:**

***Solo utilizar las celdas amarillas***

$$S = R(1+\tilde{i})\frac{(1+\tilde{i})^n-1}{\tilde{i}}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **S** | **$ 6,042.79** | | ***24.1712*** |
| **R** | **$ 250.00** | | |

$$(1+\tilde{i})\frac{(1+\tilde{i})^n-1}{\tilde{i}} = S/R$$

***TASA*** **24.171159**

**0.0302**

La tasa equivalente

$$TE = \left[(1+0.015)^2-1\right]*100$$

$$TE = \left[(1+0.015)^{2}-1\right]*100$$

$$TE = 3.0225\%$$

**Para conocer *"n":***

$$n/m = \frac{Log\left[\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right]+1}{Log(1+\frac{\bar{i}}{m})}$$

De la fórmula , obtenemos:

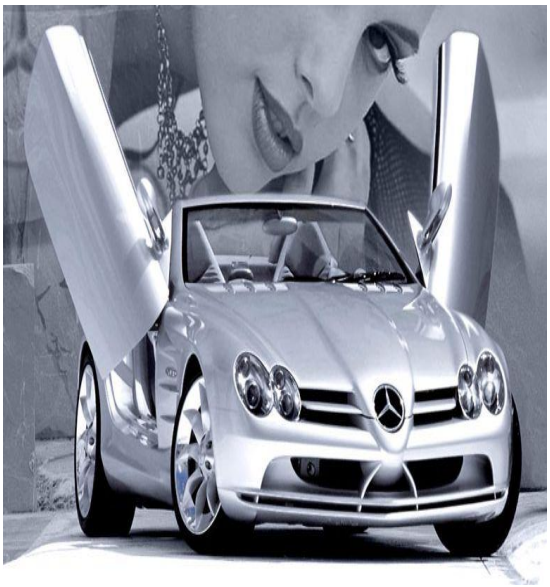
$$n/m = \frac{Log\left[\left(\$6{,}042.79/\$250.00\right)*.030225\right]+1}{Log(1.030225)} \qquad n/m = \frac{Log\left[(24.17116)*.030225\right]+1}{Log(1.030225)}$$

$$n/m = \frac{Log\left[0.730573311\right]+1}{Log(1.030225)} \qquad n/m = \frac{Log1.730573311}{Log\ 1.030225} = \frac{0.548452747}{0.029777225} = 18.41853118$$

| | log Base 10 | |
|---|---|---|
| 1.73057331 | 0.23819 | |
| 1.030225 | 0.01293208 | 18.4185312 |

Cuando se tiene que tomar una decisión ante diferentes escenarios

**Ejercicio:** Supongamos que para cubrir el importe del seguro de su flamante Mercedes, una ejecutiva de importante empresa refresquera, se encuentra ante la disyuntiva siguiente:



**a.-** Pagar por adelantado el seguro de su auto, esto es, de contado debe cubrir la cantidad de $17,430.00

**b.-** Tomar la opción de liquidarlo en pagos anticipados semestrales o trimestrales, asumiendo un gravamen financiero del 2.5% mensual para el primer esquema y del 1.15% mensual para el otro esquema.

La pregunta es: ¿Cuándo debe pagar esta bella ejecutiva, en cada uno de los escenarios planteados?

## La solución es:

De la fórmula del monto de una anualidad anticipada general sabemos que:

$$M = A(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}$$

Para conocer el valor de cada pago, ahora se sustituye *A* (*abono-anualidad*) por *Rp (pago periódico)*, y se modifica el factor de

$$\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}$$

Por $1-\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$, resultando: $M = Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$ esta es la expresión de inicio.

Para el desarrollo del ejercicio, primero tenemos que convertir las tasas de referencia, en sus tasas equivalentes de acuerdo al período de capitalización:

| Tasa de referencia | Procedimiento | Resultado: tasa equivalente |
|---|---|---|
| **2.5% mensual para el plan semestral** | $TE = \left[(1.025)^6 - 1\right] * 100$ | **15.969%** |
| **1.15% mensual para el plan trimestral** | $TE = \left[(1.0115)^3 - 1\right] * 100$ | **3.4898%** |

Escenario b.- Pagos semestrales

$$\$17{,}430.00 = Rp(1.15969)\frac{1-(1.15969)^{-2}}{0.15969} \quad \$17{,}430.00 = Rp(1.15969)\frac{1-(0.74356027)}{0.15969}$$

$$\$17{,}430.00 = Rp(1.15969)\frac{0.25643973}{0.15969} \quad \$17{,}430.00 = Rp(1.15969)(1.605859666)$$

$$\$17{,}430.00 = Rp(1.862299396) \quad Rp = \frac{\$17{,}430.00}{1.86225954} \quad Rp = \$9{,}359.59$$

Escenario b.- Pagos trimestrales

$$\$17{,}430.00 = Rp(1.034898)\frac{1-(1.034898)^{-4}}{0.034898} \quad \$17{,}430.00 = Rp(1.034898)\frac{1-(0.87178584)}{0.034898}$$

$$\$17{,}430.00 = Rp(1.034898)\frac{0.12821416}{0.034898} \quad \$17{,}430.00 = Rp(1.034898)(3.673968709)$$

$$\$17{,}430.00 = Rp(3.802182869) \quad Rp = \frac{\$17{,}430.00}{3.8021829} \quad Rp = \$4{,}584.21$$

Resumen:

| | |
|---|---|
| Contado | $17,430.00 |
| Escenario b: 2 pagos semestrales anticipados de $9,359.59 | $18,719.18 |
| Escenario b: 4 pagos trimestrales anticipados de $4,584.21 | $18,336.84 |

Si la ejecutiva invierte los $17,430.00 los primeros tres meses y luego a los 6 meses considerando una tasa intermedia del 1.5% mensual

$$S = P(1+i)^n \qquad S = \$17,430.00(1.015)^3$$

$$S = \$17,430.00(1.045678) = \$18,226.17$$

$$S = P(1+i)^n \; S = \$17,430.00(1.015)^6$$

$$S = \$17,430.00(1.093443) = \$19,058.72$$

Que le convendría a la ejecutiva:

¿Pagar de contado?,

¿Invertirlo los primeros 3 o 6 meses?

**Ejemplo:**

| | |
|---|---|
| El importe de lo que pagaría de contado en caso de que lo tuviera disponible, invertido a 6 meses le podría generar un monto de: | $19,058.72 |
| Escenario b: 2 pagos semestrales anticipados de $9,359.59 | -$9,359.59 |
| Le restan | $9,699.13 |
| Esa misma cantidad la invierte otros 6 meses y cubre el segundo pago y además le queda alguna utilidad. $S = \$9,699.13(1.015)^6$ | $10,605.45 |
| Diferencia superavitaria descontando el pago que falta cubrir | $906.32 |

Así pueden seguir los cálculos y tomar la mejor decisión, aunque debiera mejor vender ese carro…… no lo cree usted?

## Ahora finalizaremos este tema, con la comprobación de la tasa. Para ello utilizaremos los mismos datos

**De la opción b:** con el esquema de pagos semestrales el importe de cada pago es de $9,359.59 y un valor neto de $17,430.00 que representa el importe del seguro, la pregunta es ahora: ¿Qué tasa mensual le fue cargada en su adeudo?

De la fórmula del Monto

$$M = Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$$

Se transforma en VPN y cambiamos la fórmula a:

$$VPN = Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$$

Entonces ahora tenemos que:

$$Rp(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = VPN$$

Pasa dividiendo el pago periódico (*Rp*) al lado derecho

$$(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = VPN/Rp \qquad (1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = \$17,430.00/\$9,359.59$$

$$(1+\frac{\bar{i}}{m})\frac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m} = 1.86226106$$

Ahora recurrimos a una tabla en Excel que previamente habremos diseñado, para ensayar con diferentes valores:

**ANUALIDAD GENERAL ( Modo Anticipado)**

**Calcular i en Valor presente**

MENU

$$(1+\tilde{i}/m)\frac{1-(1+\tilde{i})^{-n}}{\tilde{i}}=VPN/Rp$$

| *n* | *i* | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| **2** | 0.01 | 0.980296 | 1.9900990099 |
| | 0.02 | 0.961169 | 1.9803921569 |
| | 0.03 | 0.942596 | 1.9708737864 |
| | 0.04 | 0.924556 | 1.9615384615 |
| | 0.05 | 0.907029 | 1.9523809524 |
| | 0.06 | 0.889996 | 1.9433962264 |
| | 0.07 | 0.873439 | 1.9345794393 |
| | 0.08 | 0.857339 | 1.9259259259 |
| | 0.09 | 0.841680 | 1.9174311927 |
| **al tanteo** | **0.15969** | **0.743560** | **1.8622994076** |

**Notas:**

***Solo utilizar las celdas amarillas***

$$NPV=R(1+\tilde{i}/m)\left(\frac{1-(1+\tilde{i})^{-n}}{\tilde{i}}\right)$$

$$NPV/R=(1+\tilde{i}/m)\left(\frac{1-(1+\tilde{i})^{-n}}{\tilde{i}}\right)$$

$$(1+\tilde{i}/m)\left(\frac{1-(1+\tilde{i})^{-n}}{\tilde{i}}\right)=NPV/R$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| **NPV** | **$** | **17,430.00** | ***1.862261061*** |
| **R** | **$** | **9,359.59** | |

***TASA***
**0.1597**

**1.862299408**

| Tasa de referencia | Procedimiento | Resultado: tasa equivalente |
|---|---|---|
| **2.5% mensual para el plan semestral** | $TE=\left[(1.025)^6-1\right]*100$ | **15.969%** |

## La comprobación es:

Elevando ambos lados a 1/6 $(1+\frac{\bar{i}}{m})^{1/6}=(1.15969)^{1/6}$ obtenemos: 1.024999496 que es lo mismo a 2.5%

## FORMULARIOS PARA EL CÁLCULO DE LAS ANUALIDADES:

### Anualidades Ordinarias (pagos vencidos)

| Valor Futuro VF | Tiempo en VF |
|---|---|
| $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ | $n = \dfrac{Log\left\lvert\left(VF/Rp\right)*i\right\rvert+1}{Log(1+\frac{i}{m})}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VF** | **Tasa en VF** |
| $Rp = \dfrac{VF}{\left[\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}\right]}$ | $\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = VF/Rp$ |
| **Valor Presente VPN** | **Tiempo en VPN** |
| $VPN = Rp\dfrac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{i/m}$ | $-n = \dfrac{Log(1-(\frac{NPV*i/m)}{Rp})}{Log(1+i/m)}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VPN** | **Tasa en VPN** |
| $Rp = \dfrac{VPN}{\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}}$ | $\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m} = VPN/Rp$ |

### Anualidades Anticipadas (pagos al inicio del periodo)

| Valor Futuro VF | Tiempo en VF |
|---|---|
| $VF = Rp(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ | $n = \dfrac{Log\left\lvert\left(VF/Rp\right)*i/m\right\rvert+1}{Log\left((1+i/m)(1+i/m)\right)}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VF** | **Tasa en VF** |
| $Rp = \dfrac{VF}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}\right]}$ | $(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m} = VF/Rp$ |

| Valor Presente VPN | Tiempo en VPN |
|---|---|
| $VPN = Rp(1+i/m)\dfrac{1-(1+\frac{i}{m})^{-n}}{i/m}$ | $-n = \dfrac{Log(1-(\frac{NPV * i/m}{Rp})}{Log(1+i/m)(1+i/m)}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VPN** | **Tasa en VPN** |
| $Rp = \dfrac{VPN}{(1+i/m)\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}}$ | $(1+i/m)\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m} = VPN/Rp$ |

Nota: Para calcular el VF, en una primera tasa

$$VF = Rp(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

Después $VF_2 = VF_1(1+i/m)^{n} + Rp(1+i/m)\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$

Y así sucesivamente

$$VF_n = VF_2(1+i/m)^{n} + Rp(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

Continúa……

## Anualidades Diferidas (pagos con diferimiento del tiempo)

| Valor Futuro VF | Tiempo en VF |
|---|---|
| $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$ | $n = \dfrac{Log\left\lvert\left(M/A\right)*i/m\right\rvert+1}{Log(1+\frac{i}{m})}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VF** | **Tasa en VF** |
| $Rp = \dfrac{VF}{\left[\dfrac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}\right]}$ | $\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i/m}{}} = M/A$ |
| **Valor Presente VPN** | **Tiempo en VPN** |
| $VPN = Rp\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}$ | $-n = \dfrac{Log(1-\frac{VPN*(i/m)(1+i/m)^{k-1}}{Rp}}{Log(1+i/m)}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VPN** | **Tasa en VPN** |
| $Rp = \dfrac{VPN}{\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}}$ | $\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}} = VPN/Rp$ |

Continúa…….

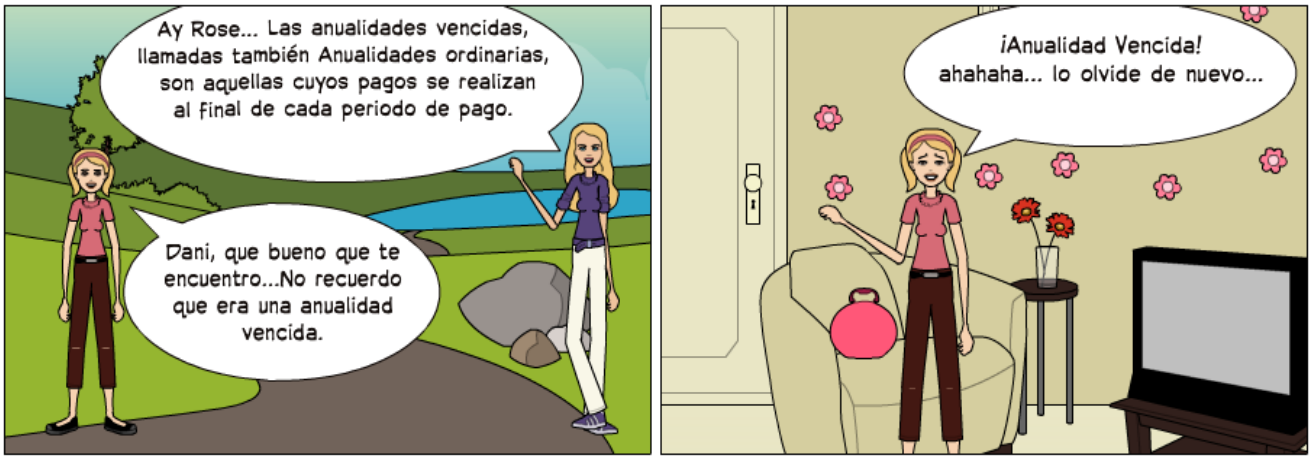
## Anualidades Generales (se utilizan tasas equivalentes)

| Valor Futuro VF | Tiempo en VF |
|---|---|
| $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}$ | $n = \dfrac{Log\left\lvert\left(VF/Rp\right)*\bar{i}\right\rvert+1}{Log(1+\frac{\bar{i}}{m})}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VF** | **Tasa en VF** |
| $Rp = \dfrac{VF}{\left[\dfrac{(1+\bar{i}/m)^{n}-1}{\bar{i}}\right]}$ | $\dfrac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}} = VF/Rp$ |
| **Valor Presente VPN** | **Tiempo en VPN** |
| $VPN = Rp\dfrac{1-(1+\frac{\bar{i}}{m})^{-n}}{\bar{i}/m}$ | $-n = \dfrac{Log(1-(\frac{NPV*\bar{i}/m}{Rp}))}{Log(1+\bar{i}/m)}$ |
| **Valor de la cuota Periódica en VPN** | **Tasa en VPN** |
| $Rp = \dfrac{VPN}{\dfrac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n}}{\bar{i}/m}}$ | $\dfrac{1-(1+\bar{i}/m)^{-n}}{\bar{i}} = VPN/Rp$ |

## 5.1.5.- A manera de repaso general

## ANUALIDADES ORDINARIAS O VENCIDAS

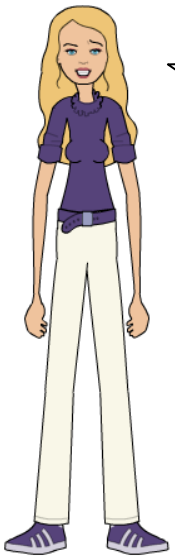
**Problema 1:**




Al otro día en la escuela...





Para realizar estos cálculos utilizaremos la siguiente fórmula

$$Vf_1 = Rp\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =?
$R_P$=2,000
i=9% anual (.09/12=0.0075)
n=(8años)*(12 meses)=96 meses

Sustituyendo la Fórmula:

$$V_{F1} = R_P \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}}$$

$$V_{F1} = 2000 \frac{\left(1+\frac{.09}{12}\right)^{96} - 1}{\frac{.09}{12}}$$

$$V_{F1} = 2000 \frac{(1+0.0075)^{96} - 1}{0.0075}$$

$$V_{F1} = 2000 \frac{2.048921228 - 1}{0.0075}$$

$$V_{F1} = (2000)(139.8561637)$$

$$V_{F1} = \$279,712.3275$$

**Con estos cálculos podemos conocer el Valor Futuro, sin embargo podemos realizar todos los despejes para confirmar que estamos bien en nuestras operaciones realizadas.**







Más tarde, en casa de Rose...








Para calcular la Renta Periódica utilizaremos esta fórmula:

$$Rp = \frac{Vf}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =$279,712.3275
$R_P$=?
i=9% anual
n=(8años)*(12 meses)=96 meses

Sustituyendo la Fórmula:

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{\left[\frac{(1+{}^{.09}/_{12})^{96}-1}{{}^{.09}/_{12}}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{\left[\frac{(1+0.0075)^{96}-1}{0.0075}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{\left[\frac{(1.0075)^{96}-1}{0.0075}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{\left[\frac{2.048921228-1}{0.0075}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{\left[\frac{1.048921228}{0.0075}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$279,712.3275}{139.8561638}$$

$$\boldsymbol{Rp = \$2,000.00}$$

Dani, tambien despejara *"n"* para conocer el número de plazos en que pagará Juanito.

Para calcular el número de periodos de la Anualidad Futura, utilizaras la siguiente fórmula:

$$n = \frac{Log\left[(Vf\ /\ Rp)*i\right]+1}{Log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left|\left({}^{VF}/_{Rp}\right)*i\right|+1}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

Sustituyendo la Fórmula:

$$n = \frac{\log\left|\left({}^{279,712.3275}/_{2,000}\right)*0.0075\right|+1}{\log(1.0075)}$$

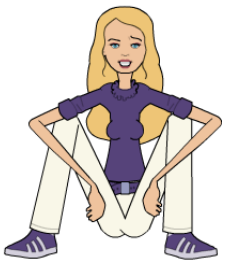
$$n = \frac{\log|(139.8561638)*0.0075|+1}{\log(1.0075)}$$

$$n = \frac{\log|(1.048921228)|+1}{\log(1.0075)}$$

$$n = \frac{\log(2.048921228)}{\log(1.0075)}$$

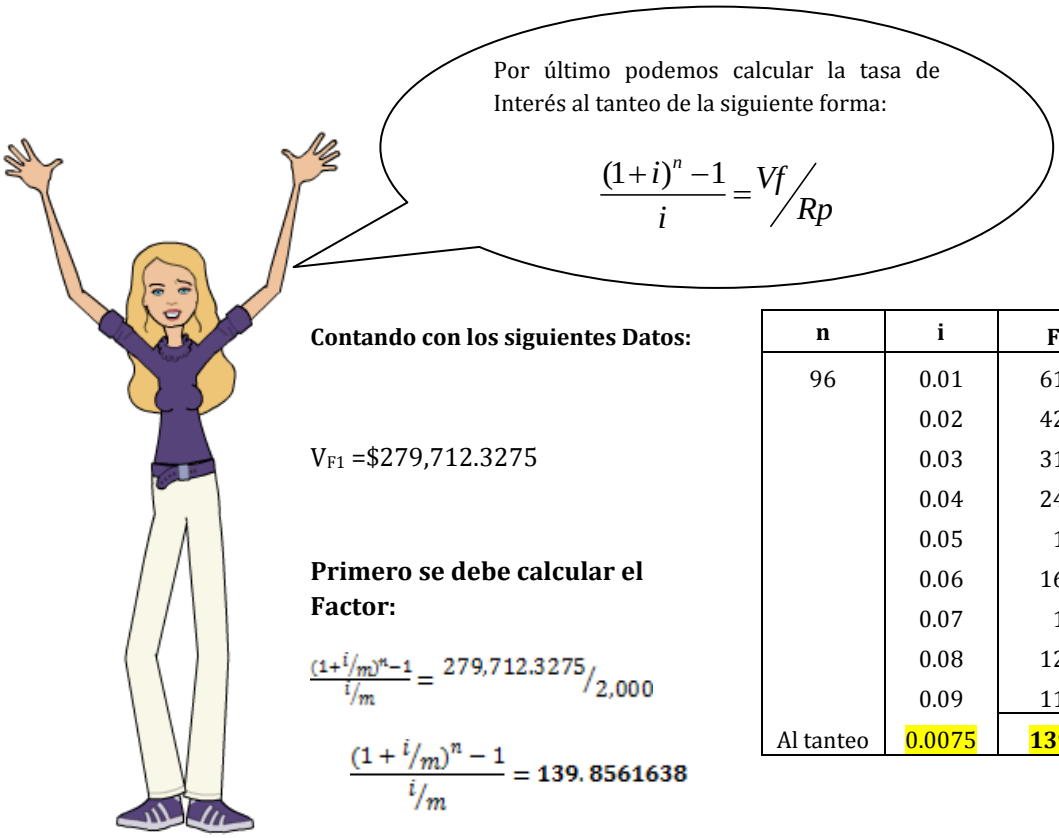
$$n = \frac{0.311525262}{0.003245054}$$

$$\boldsymbol{n = 95.99999998 = 96}$$



**Contando con los siguientes Datos:**
$V_{F1}$ =$279,712.3275
$R_P$=2,000
i=9% anual
n=?

Y por último para calcular la Tasa de Interés, Dani le explicará a Rose que existe una novedosa forma de calcularla por un método llamado "Al tanteo".




**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =$279,712.3275

**Primero se debe calcular el Factor:**

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = {}^{279,712.3275}/_{2,000}$$

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = \mathbf{139.8561638}$$

| n | i | FACTOR |
|---|---|---|
| 96 | 0.01 | 61.52770299 |
| | 0.02 | 42.52943386 |
| | 0.03 | 31.38121934 |
| | 0.04 | 24.42091884 |
| | 0.05 | 19.8151339 |
| | 0.06 | 16.60465325 |
| | 0.07 | 14.2641339 |
| | 0.08 | 12.49226911 |
| | 0.09 | 11.10827441 |
| Al tanteo | 0.0075 | **139.8561638** |





Juanito va a liquidar su deuda con pagos de $2,000.00 mensuales en un plazo de 8 años con una tasa de interés anual del 9%. Él desea conocer el valor presente de los pagos, esto es, el valor presente de la anualidad.

$$VPN = Rp\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN =?
$R_P$=$2,000.00
i=9% anual (.09/12=0.0075)
n=(8años)*(12 meses)=96 meses

$$VPN = R_P\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}$$

$$VPN = 2{,}000\frac{1-(1+0.0075)^{-96}}{0.0075}$$

$$VPN = 2{,}000\frac{1-(1.0075)^{-96}}{0.0075}$$

$$VPN = 2{,}000\frac{1-0.48806171}{0.0075}$$

$$VPN = 2{,}000\frac{0.511938289}{0.0075}$$

$$VPN = (2{,}000)(68.25843853)$$

$$VPN = \$136{,}516.87$$











Para calcular la Renta Periódica utilizaremos esta fórmula:

$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN =$136,516.8771

$R_P$=?

i=9% anual

n=(8años)*(12 meses)=96 meses

$$R_P = \frac{136,516.8771}{\frac{1-(1+0.0075)^{-96}}{0.0075}}$$

$$R_P = \frac{136,516.8771}{\frac{1-(1.0075)^{-96}}{0.0075}}$$

$$R_P = \frac{\frac{136,516.8771}{1}}{\frac{1-(1.0075)^{-96}}{0.0075}}$$

$$R_P = \frac{(136,516.8771)(0.0075)}{(1)(1-(1.0075)^{-96})}$$

$$R_P = \frac{(136,516.8771)(0.0075)}{0.511938289}$$

$$R_P = \frac{1,023.876578}{0.511938289}$$

$$\boldsymbol{R_P = \$2,000.00}$$

Para calcular el Número de Plazos, se utilizará la siguiente notación.



Para calcular el número de periodos de la Anualidad:

$$-n = \frac{Log\left(1-\left(\frac{VPN * i/m}{R_P}\right)\right)}{Log(1+i/m)}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN =$136,516.8771

$R_P$=2,000

i=9% anual

n=?

Sustituyendo la Fórmula:

$$-n = \frac{Log\left(1-\left(\frac{136,516.8771 * 0.0075}{2,000}\right)\right)}{Log(1+0.0075)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1-\left(\frac{1,023.876578}{2,000}\right)\right)}{Log(1+0.0075)}$$

$$-n = \frac{Log(1-(0.511938289))}{Log(1.0075)}$$

$$-n = \frac{Log(0.488061711)}{Log(1.0075)}$$

$$-n = \frac{-0.311525261}{0.003245054}$$

$$-n = -95.99999967$$

$$\boldsymbol{n = 96}$$

Tasa de Interés al Tanteo



La tasa de Interés al tanteo se calcula con una tabla proforma y un factor resultante.

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = VPN/Rp$$

FACTOR RESULTANTE:

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = \frac{\$136{,}516.8771}{\$2{,}000.00}$$

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = 68.25843855$$

| n | i | $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ | factor |
|---|---|---|---|
| 96 | 0.01 | 0.38472297 | 61.52770299 |
| | 0.02 | 0.149411323 | 42.52943386 |
| | 0.03 | 0.05856342 | 31.38121934 |
| | 0.04 | 0.023163246 | 24.42091884 |
| | 0.05 | 0.009243305 | 19.8151339 |
| | 0.06 | 0.003720805 | 16.60465325 |
| | 0.07 | 0.001510627 | 14.2641339 |
| | 0.08 | 0.000618471 | 12.49226911 |
| | 0.09 | 0.000255303 | 11.10827441 |
| **AL TANTEO** | 0.0075 | 0.488061711 | 68.25843856 |

## Problema 2:






Para calcular la Renta Periódica utilizaremos esta fórmula:

$$R_p = \frac{VPN}{\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN =$650,000
$R_P$=?
i=18% anual
n=(12años)*(12 meses)=144 meses

$$R_p = \frac{\$650,000.00}{\frac{1-(1+(0.18/12))^{-144}}{0.18/12}}$$

$$R_p = \frac{\$650,000.00}{\frac{1-(1.015)^{-144}}{0.015}}$$

$$R_p = \frac{\$650,000.00}{\frac{1}{\frac{1-(1.015)^{-144}}{0.015}}}$$

$$R_p = \frac{(\$650,000.00)(0.015)}{(1)(1-(1.015)^{-144})}$$

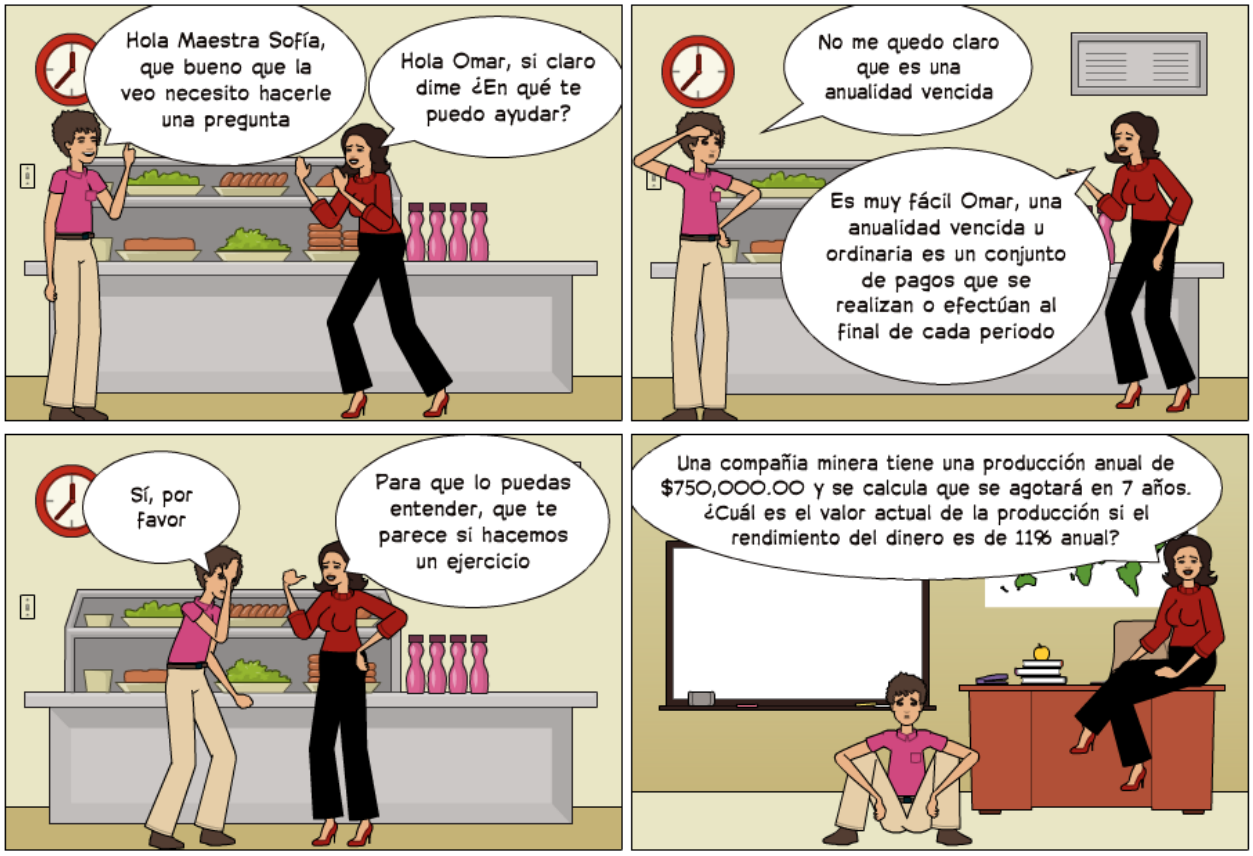
$$R_p = \frac{(\$650,000.00)(0.015)}{0.8828101722}$$

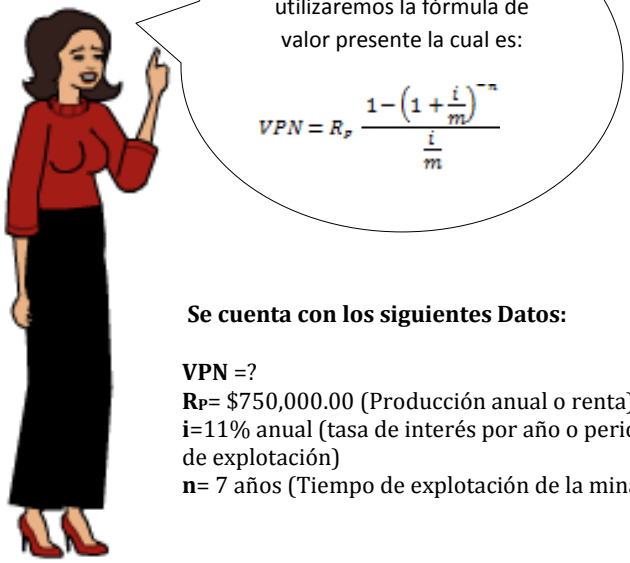
$$R_p = \frac{\$9,750.00}{0.8828101722}$$

$$R_P = \$11,044.27691$$

La Sra. Aguilar recibirá $11,044.28 cada mes, durante 12 años, en lugar de $650,000 al contado.

**Problema 3:**




**Se cuenta con los siguientes Datos:**

**VPN** =?
**$R_P$**= $750,000.00 (Producción anual o renta)
**i**=11% anual (tasa de interés por año o periodo de explotación)
**n**= 7 años (Tiempo de explotación de la mina)

**Solo es un ejemplo para razonar las fórmulas**… …además, debemos entender que su capitalización es anual…

Es una anualidad simple, cierta, vencida e inmediata: Es **simple**, porque la producción es anual y la tasa de interés es anual, es **cierta** porque se conoce su duración o tiempo de explotación, es **vencida** porque se considera que la producción se determina al final de cada año, y es **inmediata**, porque la primera producción se recibirá en el primer periodo de explotación.

$$VPN = \$750{,}000.00\ \frac{1-(1+0.11)^{-7}}{0.11}$$

$$VPN = \$750{,}000.00\ \frac{1-0.48165841}{0.11}$$

$$VPN = \$750{,}000.00\ \frac{0.518341589}{0.11}$$

$$VPN = (\$750{,}000.00)(4.712196265)$$

El valor actual de la producción de la mina en los 7 años de explotación es de:

$$\boldsymbol{VPN = \$3{,}534{,}147.20}$$






Para calcular la Rp utilizaremos esta fórmula:

$$R_p = \frac{\frac{VPN}{1-(1+i)^{-n}}}{i}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN =$3,534,147.20
$R_P$=?
**i**=11% anual
**n**= 7 años

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$R_p = \frac{\frac{\$3,534,147.20}{1-(1+0.11)^{-7}}}{0.11}$$

$$R_p = \frac{\frac{\$3,534,147.20}{1-(1.11)^{-7}}}{0.11}$$

$$R_p = \frac{\frac{\$3,534,147.20}{1-(0.48165841)}}{0.11}$$

$$R_p = \frac{\frac{\$3,534,147.20}{0.518341589}}{0.11}$$

$$R_p = \frac{\$3,534,147.20}{4.712196265}$$

$$R_p = \frac{\$3,534,147.20}{4.712196265}$$

$$R_p = \$750,000.00$$



Para calcular el número de periodos de la Anualidad se debe utilizar la siguiente fórmula:

$$-n = \frac{Log\left(1 - \left(\frac{VPN * i/m}{R_p}\right)\right)}{Log(1 + i/m)}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

VPN ==$3,534,147.20

$R_P$= $750,000.00

i=11% anual

Sustituyendo la Formula:

$$-n = \frac{Log\left(1 - \left(\frac{\$3,534,147.20 * 0.11}{\$750,000.00}\right)\right)}{Log(1 + 0.11)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \left(\frac{\$388,756.192}{\$750,000.00}\right)\right)}{Log(1.11)}$$

$$-n = \frac{Log(1 - (0.518341589))}{Log(1.11)}$$

$$-n = \frac{Log(0.48165841)}{Log(1.11)}$$

$$-n = \frac{-0.317260851}{0.045322978}$$

$$-n = -6.999999989$$

$$n = 7$$



La tasa de Interés se calcula al tanteo con una tabla proforma y un factor resultante.

**FACTOR RESULTANTE:**

$$\frac{(1 + {}^{i}/_{m})^{n} - 1}{{}^{i}/_{m}} = \frac{\$3,534,147.20}{\$750,000.00}$$

$$\frac{(1 + {}^{i}/_{m})^{n} - 1}{{}^{i}/_{m}} = 4.712196267$$

Mostrado en la Tabla Anexa.

| n | i | $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ | factor |
|---|---|---|---|
| 7 | 0.01 | 0.932718055 | 6.728194529 |
| | 0.02 | 0.870560179 | 6.471991069 |
| | 0.03 | 0.813091511 | 6.230282955 |
| | 0.04 | 0.759917813 | 6.00205467 |
| | 0.05 | 0.71068133 | 5.786373397 |
| | 0.06 | 0.665057114 | 5.58238144 |
| | 0.07 | 0.622749742 | 5.389289402 |
| | 0.08 | 0.583490395 | 5.206370059 |
| | 0.09 | 0.547034245 | 5.032952835 |
| AL TANTEO | 0.11 | 0.481658411 | 4.712196265 |






Para calcular el valor futuro de la producción se debe ocupar la siguiente fórmula:

$$V_{F1} = R_p \frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =?
$R_P$=$750,000.00
i=11% anual
n=7 años

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$V_{F1} = \$750{,}000.00 \frac{(1+0.11)^{7} - 1}{0.11}$$

$$V_{F1} = \$750{,}000.00 \frac{(1+0.11)^{7} - 1}{0.11}$$

$$V_{F1} = \$750{,}000.00 \frac{2.076160153 - 1}{0.11}$$

$$V_{F1} = (\$750{,}000.00)(9.783274117)$$

$$\boldsymbol{V_{F1} = \$7{,}337{,}455.59}$$



Al despejar la fórmula original para calcular la Renta Periódica queda de la siguiente forma:

$$Rp = \frac{VF}{\left[\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n} - 1}{i}\right]}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =$7,337,455.59
$R_P$=?
i=11% anual
n=7 años

Sustituyendo la Fórmula:

$$Rp = \frac{\$7{,}337{,}455.59}{\left[\frac{(1+0.11)^{7} - 1}{0.11}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$7{,}337{,}455.59}{\left[\frac{(1.11)^{7} - 1}{0.11}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$7{,}337{,}455.59}{\left[\frac{2.076160153 - 1}{0.11}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$7{,}337{,}455.59}{\left[\frac{1.076160153}{0.11}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$7{,}337{,}455.59}{9.783274117}$$

$$\boldsymbol{Rp = \$750{,}000.00}$$



Para calcular el número de periodos de la Anualidad Futura se utilizara:

$$n = \frac{\log\left|\left(VF/Rp\right) * i\right| + 1}{\log\left(1 + \frac{i}{m}\right)}$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ ==$7,337,455.59

$R_P$= $750,000.00

i=11% anual

n=?

Sustituyendo la Fórmula:

$$n = \frac{\log\left|\left(\$7{,}337{,}455.59 / \$750{,}000.00\right) * 0.11\right| + 1}{\log(1 + 0.11)}$$

$$n = \frac{\log|(9.78327412) * 0.11| + 1}{\log(1.11)}$$

$$n = \frac{\log|(1.076160153)| + 1}{\log(1.11)}$$

$$n = \frac{\log(2.076160153)}{\log(1.11)}$$

$$n = \frac{0.317260851}{0.045322978}$$

$$\boldsymbol{n = 6.999999989 = 7}$$



Para calcular la tasa de Interés al tanteo se utiliza la siguiente fórmula:

$$\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} = VF/Rp$$

**Contando con los siguientes Datos:**

$V_{F1}$ =$7,337,455.59

$R_P$=$750,000.00

Primero se debe sacar el Factor:

$$\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m} = \$7'337{,}455.59 / \$750{,}000.00$$

$$\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} = \mathbf{9.78327412}$$

Mostrado en la Tabla Anexa.

| n | i | $\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i}$ |
|---|---|---|
| | 0.01 | 7.213535211 |
| 7 | 0.02 | 7.434283382 |
| | 0.03 | 7.662462181 |
| | 0.04 | 7.898294481 |
| | 0.05 | 8.142008453 |
| | 0.06 | 8.39383765 |
| | 0.07 | 8.654021093 |
| | 0.08 | 8.92280336 |
| | 0.09 | 9.200434676 |
| al tanteo | 0.11 | 9.783274117 |

## Problema 4:

En una tarde de diciembre, cercana a Navidad… Alfredo mientras descansaba pensaba en qué hacer con su aguinaldo.




A día siguiente Alfredo, comenzó a hacer cálculos, ……él quería liquidar su Automóvil….





Recapitulemos, el plazo del crédito del Automóvil es de 18 meses, con una tasa de interés del 4% mensual, y la mensualidad es de $10,000.00.

Para realizar el cálculo debemos traer a valor presente la deuda. Esto lo haremos con la fórmula de *VPN* de una anualidad vencida

Fórmula para el Valor presente de una Anualidad Ordinaria o Vencida es:

**DATOS:**

$$VPN = R_P \frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}$$

VPN =?
$R_P$=$10,000.00
i=4% mensual
n=18 meses

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula, se obtiene:

$$VPN = \$10{,}000.00\frac{1-(1+0.04)^{-18}}{0.04}$$

$$VPN = \$10{,}000.00\frac{1-0.493628121}{0.04}$$

$$VPN = (\$10{,}000.00)(12.659297)$$

$$VPN = \$126{,}592.97$$





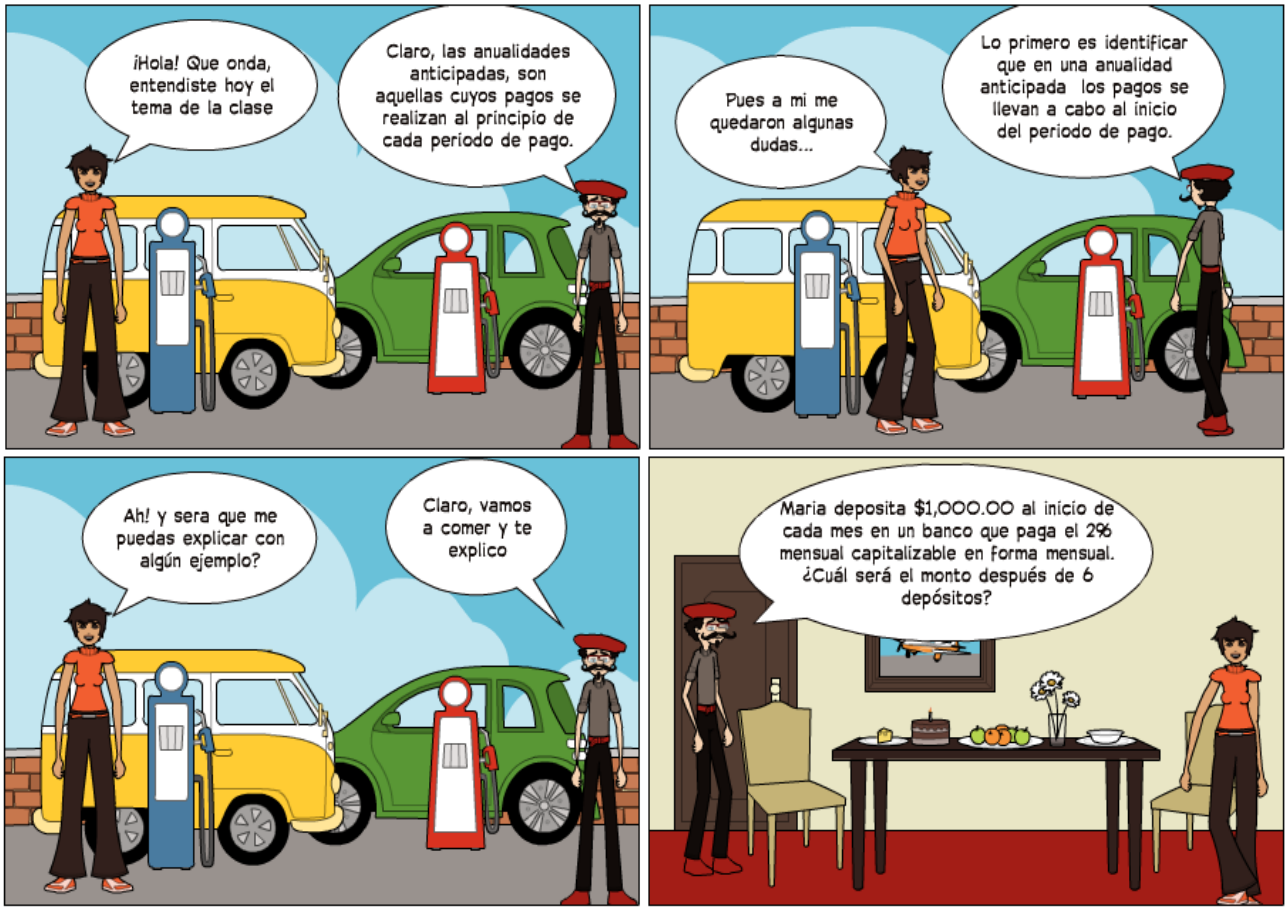
Si hoy quisiera liquidar la deuda y no esperar el plazo de los 18 meses, el pago a realizar sería de $126,592.97

Realizaremos una comprobación. Realizando 2 despejes:

| **Anualidad o Renta Periódica** | **Tiempo "n" en valor futuro** |
|---|---|
| Fórmula original<br>$VPN = R_p \dfrac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}$<br>Al despejar:<br>$R_p = \dfrac{\frac{VPN}{1-(1+i)^{-n}}}{i}$<br>En donde :<br>VPN=$126,592.97<br>$R_p$=?<br>i=4% mensual<br>n=18 meses<br>$R_p = \dfrac{\frac{\$126{,}592.97}{1-(1+0.04)^{-18}}}{0.04}$<br>$R_p = \dfrac{\frac{\$126{,}592.97}{1-(1.04)^{-18}}}{0.04}$<br>$R_p = \dfrac{\frac{\$126{,}592.97}{1}}{\frac{1-(1.04)^{-18}}{0.04}}$<br>$R_p = \dfrac{(\$126{,}592.97)(0.04)}{(1)(1-(1.04)^{-18})}$<br>$R_p = \dfrac{(\$126{,}592.97)(0.04)}{0.506371879}$<br>$R_p = \dfrac{\$5{,}063.7188}{0.506371879}$<br>$\boldsymbol{R_p = \$10{,}000.00}$ | Fórmula original<br>$VPN = R_p \dfrac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}$<br>Al despejar:<br>$-n = \dfrac{Log\left(1-\left(\frac{NPV * i/m}{R_p}\right)\right)}{Log(1+i/m)}$<br>En donde :<br>VPN=$126,592.97<br>$R_p$=$10,000.00<br>i=4% mensual<br>n=?<br>$-n = \dfrac{Log\left(1-\left(\frac{VPN * i}{Rp}\right)\right)}{Log(1+i)}$<br>$-n = \dfrac{Log\left(1-\left(\frac{126{,}592.97 * 0.04}{10{,}000}\right)\right)}{Log(1+0.04)}$<br>$-n = \dfrac{Log(1-(0.50637188))}{Log(1.04)}$<br>$-n = \dfrac{Log(0.49362812)}{Log(1.04)}$<br>$-n = -18.000000$<br>$\boldsymbol{n = -18}$ |

# ANUALIDADES ANTICIPADAS

**Problema 1:**




Valor Futuro en Anualidades Anticipadas...



Identificando los datos y la fórmula, procederemos a la sustitución y resolución del problema.

**Contando con los siguientes Datos:**

VF=?
RP=$1,000.00
i=2% mensual
n=6

$$V_F = R_P(1+i)\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{i}$$

$$V_F = (\$1000.00)(1+0.02)\left(\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02}\right)$$

$$V_F = (\$1000.00)(1.02)\left(\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02}\right)$$

$$V_F = (\$1000.00)(1.02)\left(\frac{1.1261624193 - 1}{0.02}\right)$$

$$V_F = (\$1000.00)(1.02)\left(\frac{0.1261624193}{0.02}\right)$$

$$V_F = (\$1000.00)(1.02)(6.308120963)$$

$$V_F = \$6,434.283328$$

Ahora realizaremos los despejes correspondientes...

Calculo de la Renta Periódica:



Identificaremos que la fórmula a utilizar será la siguiente:

$$R_P = \frac{VF}{(1+i)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right]}$$

**Considerando los siguientes Datos:**

$V_F = 6{,}434.283328$

$R_p$=?

i=2% mensual

n=6 meses

$$R_P = \frac{\$6{,}434.283328}{(1+0.02)\left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$6{,}434.283328}{(1.02)\left[\frac{(1.02)^6 - 1}{0.02}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$6{,}434.283328}{(1.02)\left[\frac{1.126162419 - 1}{0.02}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$6{,}434.283328}{(1.02)\left[\frac{0.126162419}{0.02}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$6{,}434.283328}{(1.02)[6.308120963]}$$

$$R_P = \frac{6{,}434.283328}{6.434283382}$$

$$\boldsymbol{R_P = 999.9999916 = \$1{,}000.00}$$

Calculo de la *"n"* (Número de plazos):



Para calcular el número de depósitos que tiene que hacer utilizaremos esta fórmula:

$$n = \frac{Log\left[\left|\left(\frac{VF}{R_p}\right) * \left(\frac{i}{m}\right)\right|\right] + 1)}{Log\left((1 + i/m)(i/m)\right)}$$

Si sustituimos los valores, nos quedarían los datos de la siguiente manera:

$V_F = \$6{,}434.283328$

$R_p$=$1,000.00

i=2% mensual

n=?

$$n = \frac{Log\left|\left(\frac{6{,}434.283328}{1{,}000.00}\right) * (0.02)\right| + 1}{Log\left((1 + 0.02)(.02)\right)}$$

$$n = \frac{Log|(6.43428332) * (0.02)| + 1}{Log\left((1.02)(.02)\right)}$$

$$n = \frac{Log|0.128685667| + 1}{Log(1.0204)}$$

$$n = \frac{\log(1.128685667)}{\log(1.0204)}$$

$$n = \frac{0.05257301}{0.00877045}$$

$$\boldsymbol{n = 5.99433441 = 6}$$

Ver página 198

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.12868567 | 10 | 0.05257301 | |
| 1.0204 | 10 | 0.00877045 | 5.99433441 |

Calculo de la Tasa de Interés:



Y si quisieras conocer cuál es la tasa mensual que paga el banco, entonces desarrollaríamos esta fórmula:

$$(1+i)\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{i}=Vf/Rp$$

Para localizar el factor resultante de *Vf/Rp*, se calcula al tanteo con una tabla proforma:

Calcular i en Monto

MENU

| n | i | factor 1 | factor 2 | $(1+i)\frac{(1+i)^n-1}{i}$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 0.01 | 1.01 | 1.061520 | 6.152015 | 6.213535 |
| | 0.02 | 1.02 | 1.126162 | 6.308121 | 6.434283 |
| | 0.03 | 1.03 | 1.194052 | 6.468410 | 6.662462 |
| | 0.04 | 1.04 | 1.265319 | 6.632975 | 6.898294 |
| | 0.05 | 1.05 | 1.340096 | 6.801913 | 7.142008 |
| | 0.06 | 1.06 | 1.418519 | 6.975319 | 7.393838 |
| | 0.07 | 1.07 | 1.500730 | 7.153291 | 7.654021 |
| | 0.08 | 1.08 | 1.586874 | 7.335929 | 7.922803 |
| | 0.09 | 1.09 | 1.677100 | 7.523335 | 8.200435 |
| al tanteo | 0.020000 | 1.020000 | 1.126162 | 6.308121 | 6.434283 |

Notas:
*Solo utilizar las celdas amarillas*

$$S = R(1+i)\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = \quad (1+i)\frac{(1+i)^{n}-1}{i} = \frac{S}{R}$$

| | | |
|---|---|---|
| S | $ 6,434.28 | 6.434280000 |
| R | $ 1,000.00 | |

TASA
0.02000

6.434283382

**Problema 2:**






Utilizaremos la siguiente fórmula:

$$R_P = \frac{VPN}{(1+i/m)\left[\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right]}$$

En donde:

$V_{PN}$=$650,000.00
$R_P$=?
i=11.55%anual (.1155/3=0.0385)
n=20

$$R_P = \frac{\$650,000.00}{(1+(0.1155/3))\left[\frac{1-(1+(0.1155/3))^{-20}}{0.1155/3}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$650,000.00}{(1.0385)\left[\frac{1-(1.0385)^{-20}}{0.0385}\right]}$$

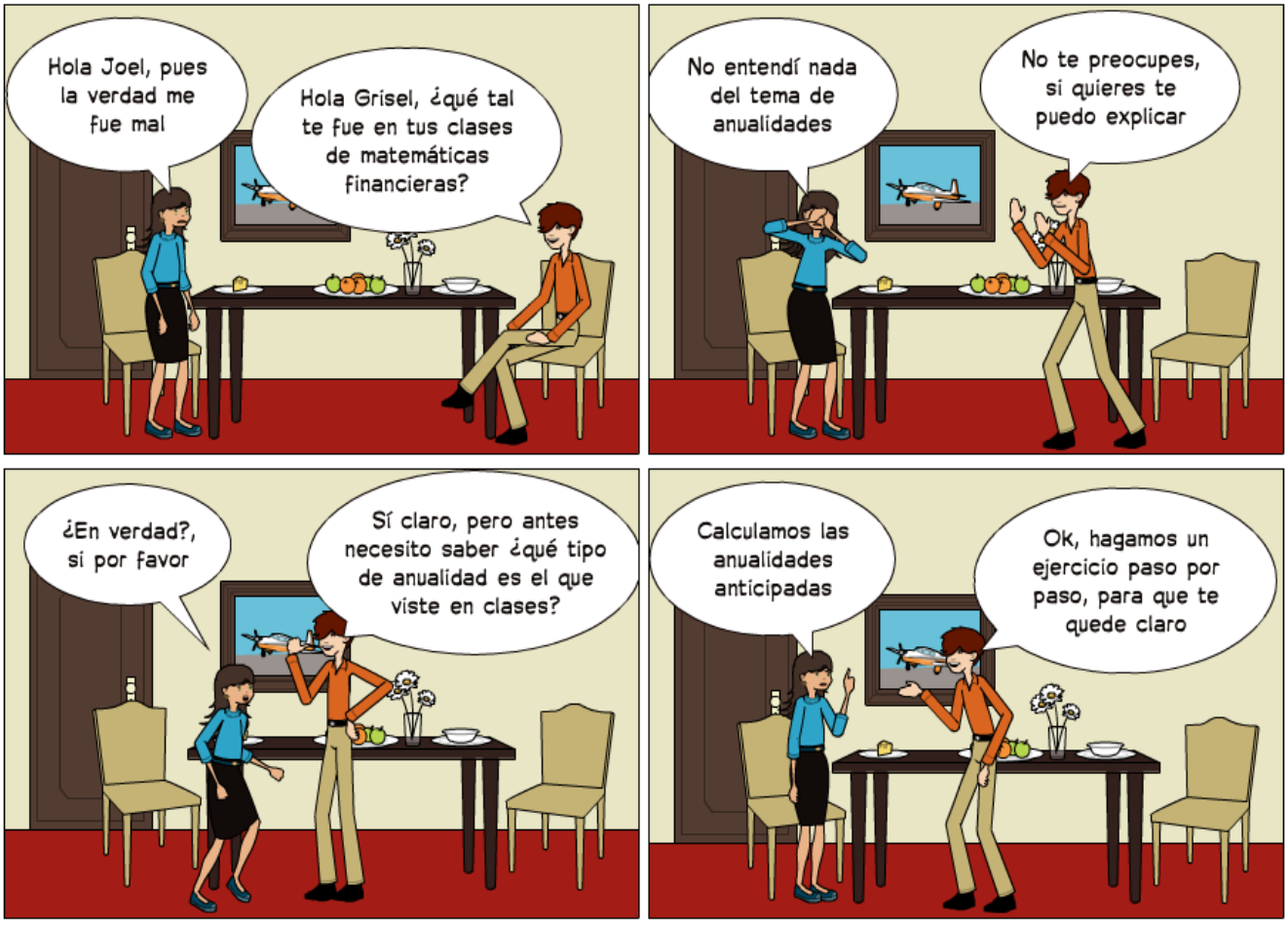
$$R_P = \frac{\$650,000.00}{(1.0385)\left[\frac{0.5302465454}{0.0385}\right]}$$

$$R_P = \frac{\$650,000.00}{(1.0385)[13.7726374]}$$

$$R_P = \frac{\$650,000.00}{14.30288409}$$

$$\boldsymbol{R_P = \$45,445.37982}$$

**Problema 3:**






Iván acaba de comprar un automóvil a crédito mediante 48 abonos anticipados de $4,800.00. Si la tasa de interés es del 16% capitalizable cada mes, ¿Cuál es el valor de contado del automóvil?



El valor de contado del automóvil es el valor presente de los abonos mensuales anticipados, por tanto:

$$VPN = R_p\left(1+\frac{i}{m}\right)\left[\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}\right]$$

**Se pueden identificar los datos:**
**VPN=?**
**Rp= $**4,800.00
**i**=16%=0.16 capitalizable cada mes (.16/12=0.0133333)
**n**= 48 abonos

Sustituyendo los datos en la fórmula quedara de la siguiente manera:

$$VPN = \$4{,}800.00\left(1+\frac{0.16}{12}\right)\left[\frac{1-\left(1+\frac{0.16}{12}\right)^{-48}}{\frac{0.16}{12}}\right]$$

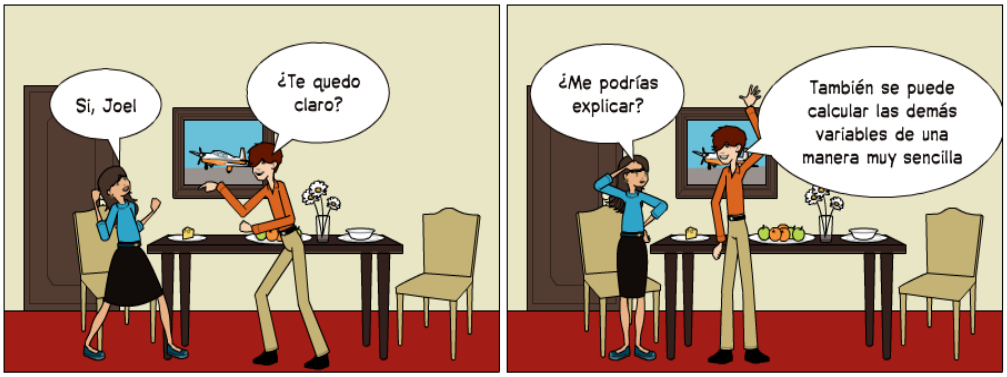
$$VPN = \$4{,}800.00(1.013333333)\left[\frac{1-(1.0133333)^{-48}}{0.013333333}\right]$$

$$VPN = \$4{,}800.00(1.013333333)\left[\frac{1-(0.529527127)}{0.013333333}\right]$$

$$VPN = \$4{,}864.00\left[\frac{0.470472873}{0.013333333}\right]$$

$$VPN = (\$4{,}864.00)(35.28546636)$$

$$\boldsymbol{VPN = \$171,628.51}$$






Para calcular la anualidad o Renta Periódica se utiliza la siguiente fórmula:

$$R_p = \frac{VPN}{(1+i/m)\left(\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right)}$$

**Se pueden identificar los datos:**
**VPN=**$171,628.51
**Rp=**?
**i**=16%=0.16 capitalizable cada mes (.16/12=0.0133333)

**n**= 48 abonos

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{(1+0.16/12)\left(\frac{1-(1+0.16/12)^{-48}}{0.16/12}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{(1.013333333)\left(\frac{1-(1.013333333)^{-48}}{0.013333333}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{(1.013333333)\left(\frac{1-(0.529527127)}{0.013333333}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{(1.013333333)\left(\frac{0.470472873}{0.013333333}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{(1.013333333)(35.28546635)}$$

$$R_p = \frac{\$171{,}628.51}{35.75593923}$$

$$\boldsymbol{R_p = \$4{,}800.00}$$



Y ahora, ¿cómo podemos calcular la tasa de interés "i"?

La tasa de Interés se calcula al tanteo con una tabla proforma y un factor resultante de dividir *VPN/Rp*.

**FACTOR RESULTANTE:**

$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = \frac{VPN}{Rp} = \frac{\$171{,}628.51}{\$4{,}800.00}$$

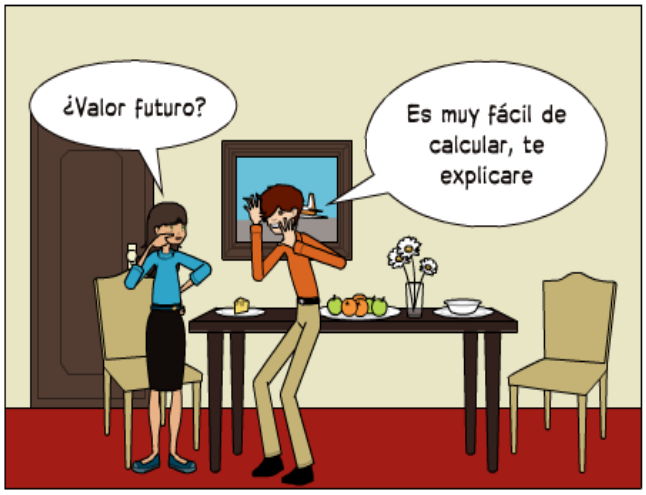
$$\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}} = 35.75593958$$



Mostrado en la Tabla Anexa.

| n | i | factor 1 | factor 2 | $(1+i)\left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| 48 | 0.01 | 1.01 | 0.620260405 | 37.97395949 | 38.353699088 |
| | 0.02 | 1.02 | 0.386537609 | 30.67311957 | 31.286581963 |
| | 0.03 | 1.03 | 0.241998801 | 25.26670664 | 26.024707834 |
| | 0.04 | 1.04 | 0.152194765 | 21.19513088 | 22.042936117 |
| | 0.05 | 1.05 | 0.096142109 | 18.07715782 | 18.981015711 |
| | 0.06 | 1.06 | 0.060998403 | 15.65002661 | 16.589028208 |
| | 0.07 | 1.07 | 0.03886679 | 13.73047443 | 14.691607642 |
| | 0.08 | 1.08 | 0.024869081 | 12.18913649 | 13.164267407 |
| | 0.09 | 1.09 | 0.015978209 | 10.93357546 | 11.917597246 |
| **AL TANTEO** | **0.013333** | **1.013333333** | **0.5295271353** | **35.28546573** | **35.755938599** |






Para calcular el valor futuro del automóvil se debe ocupar la siguiente fórmula:

$$V_{F1} = R_p\left(1+\frac{i}{m}\right)\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{\frac{i}{m}}$$

**Se pueden identificar los datos:**

**$VF_1$=?**
**Rp**=$4,800.00
**i**=16%=0.16/12=0.013333333 capitalizable cada mes
**n**=48 abonos

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$V_{F1} = \$4{,}800.00(1+0.0133333)\frac{(1+0.013333333)^{48}-1}{0.013333333}$$

$$V_{F1} = \$4{,}800.00(1.013333333)\frac{(1.013333333)^{48}-1}{0.013333333}$$

$$V_{F1} = \$4{,}863.999998\,\frac{(1.888477377)-1}{0.013333333}$$

$$\$4{,}863.999998\frac{0.888477377}{0.013333333}$$

$$(\$4{,}863.999998)(66.63580494)$$

$$V_{F1} = \mathbf{\$324{,}116.56}$$



Al despejar de la fórmula original para calcular la Renta Periódica queda de la siguiente forma:

$$Rp = \frac{VF}{(1+i)\left[\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i}\right]}$$

**Se pueden identificar los datos:**

**$VF_1$**= $324,116.56
**Rp=?**
**i**=16%=0.16/12=0.013333333 capitalizable cada mes
**n**=48 abonos

Sustituyendo la Formula:

$$Rp = \frac{\$324{,}116.56}{(1+0.013333333)\left[\frac{(1+0.01333)^{48}-1}{0.013333333}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$324{,}116.56}{(1.013333333)\left[\frac{(1.013333)^{48}-1}{0.013333333}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$324{,}116.56}{(1.013333333)\left[\frac{1.888477348-1}{0.013333333}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$324{,}116.56}{(1.013333333)\left[\frac{0.888477347}{0.013333333}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$324{,}116.56}{67.52428009}$$

$$\mathbf{Rp = \$4{,}800.00}$$



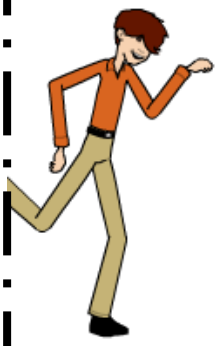
Para calcular la tasa de Interés al tanteo se utiliza la siguiente fórmula:

$$(1+i)\frac{(1+{}^{i}/_{m})^{n}-1}{{}^{i}/_{m}}={}^{VF}/_{Rp}$$

Primero se debe calcular el Factor:

$$(1+i)\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{i}=\frac{\$324{,}116.56}{\$4{,}800.00}$$

$$(1+i)\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{i}=67.52428333$$



**Los datos son:**

**$VF_1$=** $324,116.56

**Rp=**$4,800.00

**i**=?

**n**=48 abonos

Tabla en Excel

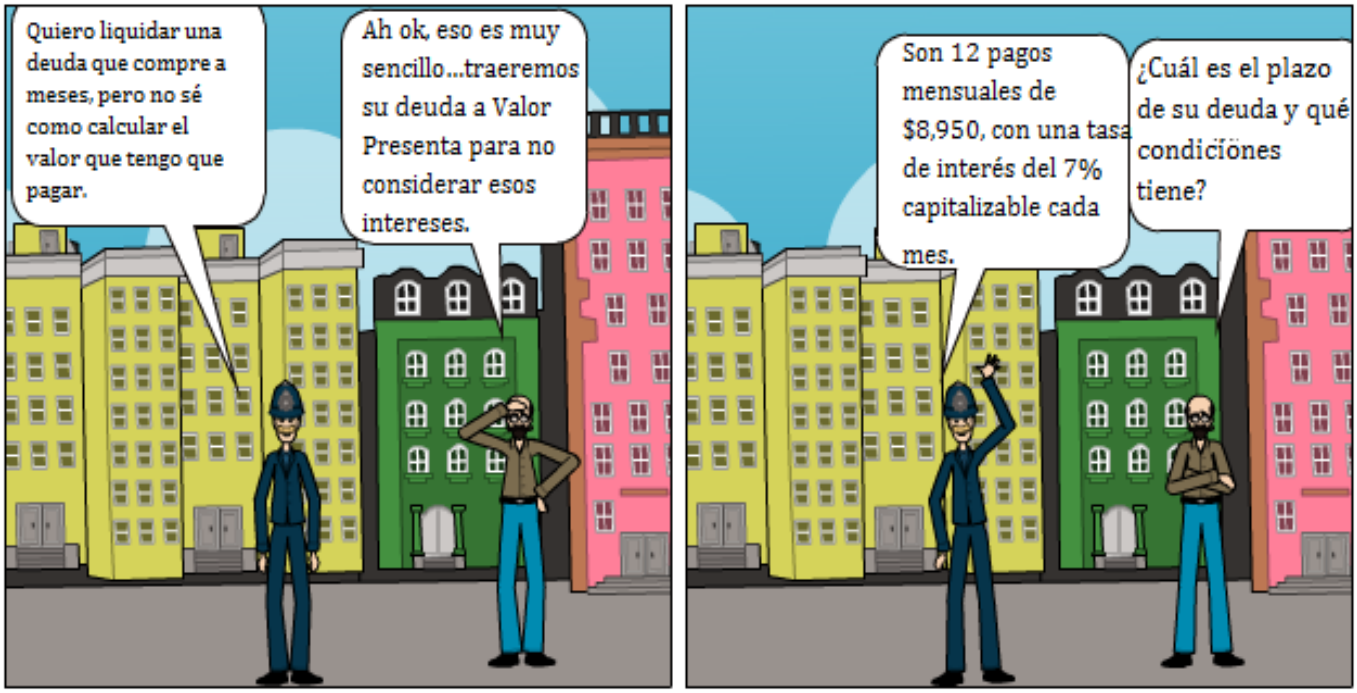
| n | i | factor 1 | factor 2 | $(1+i/m)$ | $\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{i/m}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 48 | 0.01 | 1.01 | 1.612226078 | 61.22260777 | 61.834833846 |
| | 0.02 | 1.02 | 2.587070385 | 79.35351927 | 80.940589660 |
| | 0.03 | 1.03 | 4.132251879 | 104.40839598 | 107.540647855 |
| | 0.04 | 1.04 | 6.570528242 | 139.26320604 | 144.833734286 |
| | 0.05 | 1.05 | 10.40126965 | 188.02539294 | 197.426662586 |
| | 0.06 | 1.06 | 16.39387173 | 256.56452882 | 271.958400550 |
| | 0.07 | 1.07 | 25.72890651 | 353.27009300 | 377.998999507 |
| | 0.08 | 1.08 | 40.21057314 | 490.13216428 | 529.342737422 |
| | 0.09 | 1.09 | 62.585237 | 684.28041107 | 745.865648072 |
| **AL TANTEO** | **0.013333333** | **1.013333333** | **1.888477348** | **66.63580274** | **67.524280088** |

## Problema 4:

Don Pedro, salió como todas las mañanas a hacer su recorrido por la playa, y ahí se encontró a Juanito, un Joven que conoce desde pequeño….



Ya que encontró Don Pedro al Contador Martín, le comento sus dudas y él le explico…






Utilizaremos la fórmula de Valor Presente de una Anualidad Anticipada, para obtener el monto de la deuda al día de hoy.

La Fórmula es:

$$VPN = R_p\left(1+\frac{i}{m}\right)\left[\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}\right]$$

**DATOS:**
VPN =?
$R_P$=$8,950.00
i=7% mensual
n=12 meses

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula, se obtiene:

$$VPN = (\$8{,}950.00)(1+0.07)\left[\frac{1-(1+0.07)^{-12}}{0.07}\right]$$

$$VPN = (\$8{,}950.00)(1.07)\left[\frac{1-0.444011959}{0.07}\right]$$

$$VPN = (\$8{,}950.00)(1.07)(7.942686297)$$

$$VPN = \$76{,}063.13532$$



**Si usted desea liquidar esta deuda, deberá pagar $76,063.1353, que es el importe del Valor Presente de la deuda sin considerar los intereses que aún no se devengan.**

Comprobaremos este resultado, despejando de la fórmula de Valor Presente Neto, la variable *Rp* relativas al pago mensual.



$$R_p = \frac{VPN}{(1+i/m)\left(\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1-\left(\frac{NPV * i/m}{R_p}\right)\right)}{Log(1+i/m)(1+i/m)}$$

## Anualidad o Renta Periódica

Fórmula original

$$VPN = R_p\left(1+\frac{i}{m}\right)\left[\frac{1-\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}}{\frac{i}{m}}\right]$$

Al despejar:

$$R_p = \frac{VPN}{(1+i/m)\left(\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right)}$$

En donde :

VPN=$76,063.13532

$R_p$=?

i=7% mensual

n=12 meses

$$R_p = \frac{\$76{,}063.13532}{(1+0.07)\left(\frac{1-(1+0.07)^{-12}}{0.07}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$76{,}063.13532}{(1.07)\left(\frac{1-(1.07)^{-12}}{0.07}\right)}$$

$$R_p = \frac{\$76{,}063.13532}{(1.07)(7.942686297)}$$

$$R_p = \frac{\$76{,}063.13532}{8.498674337}$$

$$R_p = \$8{,}950.00$$

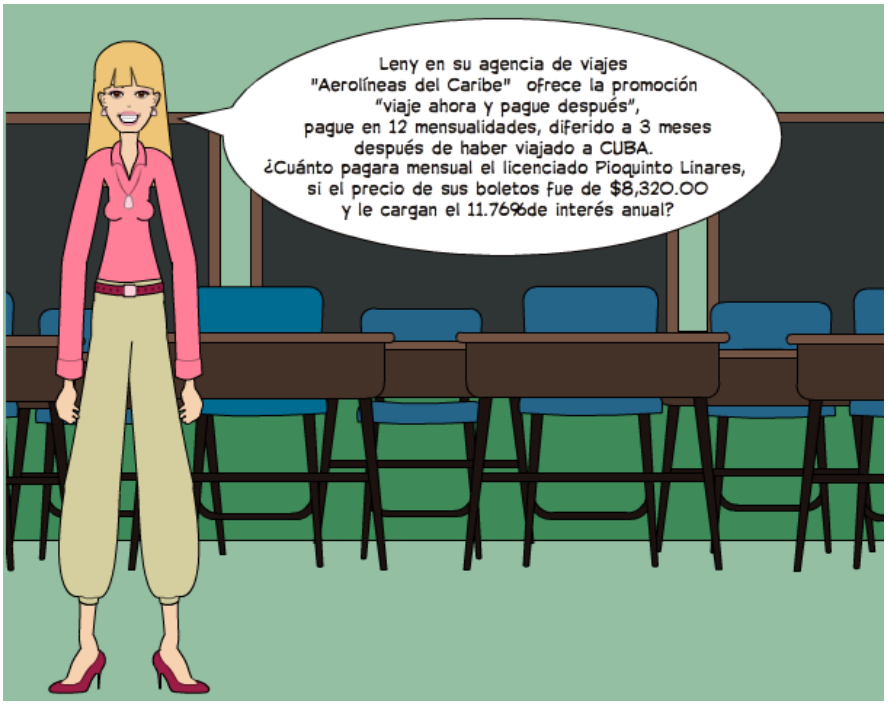
# ANUALIDADES DIFERIDAS

**Problema 1:**










Identificamos que el problema planteado es Valor Presente de Anualidad Diferida



Empezaremos por identificar los datos que tenemos y la formula que utilizaremos:

$$Rp=\frac{VPN}{\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{\frac{i}{m}(1+i/m)^{k-1}}}$$



Sustituiremos los datos en la fórmula:

$$Rp=\frac{\$8{,}320.00}{\frac{1-(1+.1176/12)^{-12}}{\frac{.1176}{12}(1+.1176/12)^{3-1}}}$$

**Y los datos que nos arroja la situación planteada:**

n = 12 mensualidades
k= 3 meses
VPN = $8,320.00
i= 11.76%
Rp =?

$$Rp=\frac{\$8{,}320}{\frac{1-(1.0098)^{-12}}{.0098(1.0098)^{2}}}$$

$$Rp=\frac{\$8{,}320}{\frac{.110439267}{.009993021192}}$$

$$Rp=\frac{\$8{,}320}{11.05163943}$$

$$Rp=\$752.8295$$

Valor Presente Neto:



Para calcular el valor presente utilizaremos

$$VPN=Rp\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}$$

**DATOS:**

n = 12 mensualidades
k= 3 meses
VPN = ?
i= 11.76%
Rp =$752.895

$$VPN=752.8295\frac{1-(1+.1176/12)^{-12}}{.1176/12(1+.1176/12)^{3-1}}$$

$$VPN=752.8295\frac{1-(1.0098)^{-12}}{.0098(1.0098)^{2}}$$

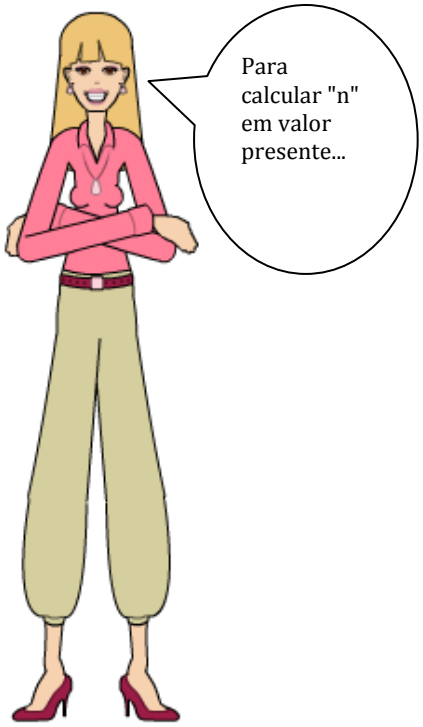
$$VPN=752.8295\frac{1-.889560732}{.0098(1.01969604)}$$

$$VPN=752.8295\frac{.110439268}{.009993021192}$$

$$VPN=752.8295(11.05163953)$$

$$VPN=\$8{,}320.00$$

Valor de "n" (número de periodos):




**DATOS:**
n = ?
k= 3 meses
VPN = 8,320.00
i= 11.76% (.1176/12=0.0098)
Rp =752.8295

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$8{,}320 * \left(\frac{.1176}{12}\right)\left(1 + \frac{.1176}{12}\right)^{3-1}}{\$752.8295}\right)}{Log\left(1 + \frac{.1176}{12}\right)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$8{,}320 * (0.0098)(1 + 0.0098)^{2}}{\$752.8295}\right)}{Log\ (1 + 0.0098)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$8{,}320 * (0.0098)(1.0098)^{2}}{\$752.895}\right)}{Log\ (1.0098)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{83.14193632}{752.895}\right)}{Log\ (1.0098)}$$

$$-n = \frac{Log(1 - 0.1104392646)}{Log\ (1.0098)}$$

$$-n = \frac{Log(0.8895607354)}{Log\ (1.0098)}$$

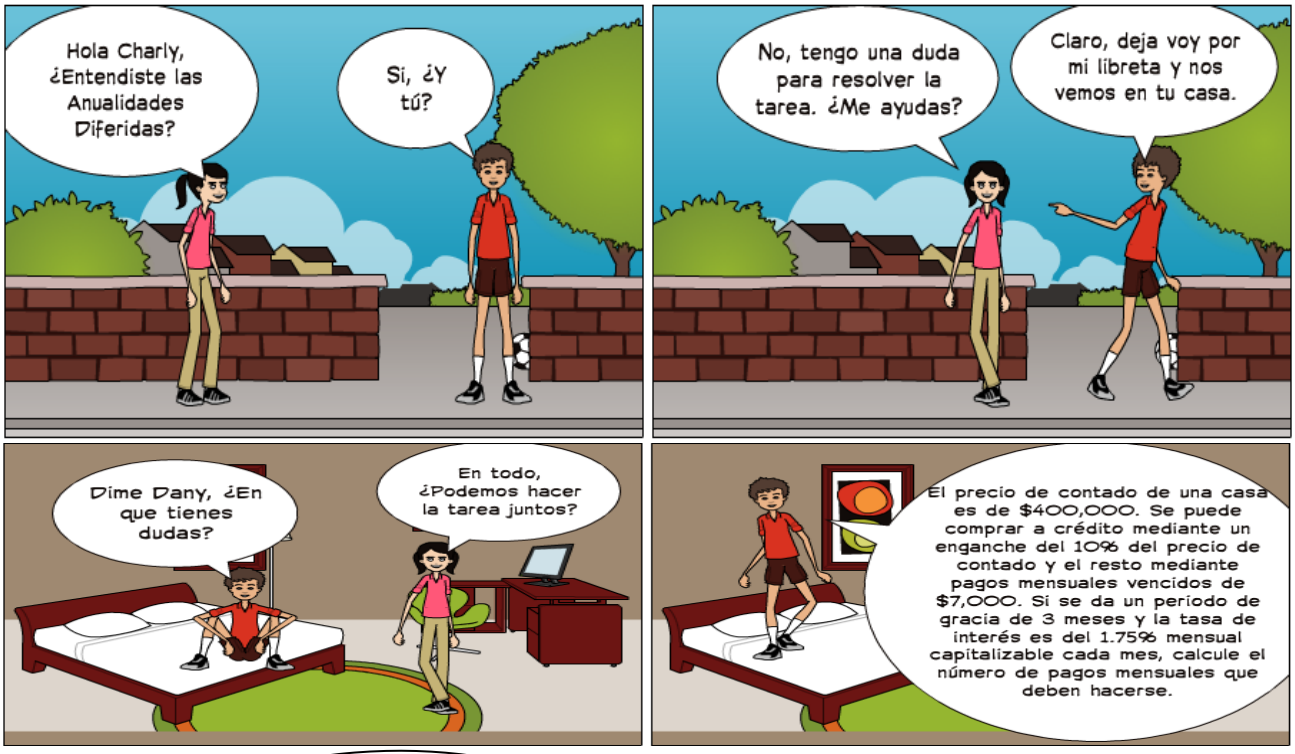
$$-n = \frac{-0.0508243948}{0.004235366359}$$

$$-n = -11.99999964$$

Comprobación

| | log base 10 | | |
|---|---|---|---|
| 0.88957034 | 10 | -0.0508197 | |
| 1.0098 | 10 | 0.00423537 | -11.9988922 |

## Problema 2:




Para calcular "n" utilizaremos la siguiente fórmula:

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{VPN * \left(\frac{i}{m}\right)(1+\frac{i}{m})^{k-1}}{Rp}\right)}{Log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$



**El enganche es de $40,000 y el saldo a financiar es de $360,000.**
**DATOS:**
n = ?
VPN =$360,000.00
i= 1.75% mensual
Rp =$7,000.00

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$360{,}000 * (0.0175)(1+0.0175)^{3-1}}{\$7{,}000}\right)}{Log\,(1+0.0175)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$360{,}000 * (0.0175)(1+0.0175)^{2}}{\$7{,}000}\right)}{Log\,(1+0.0175)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$360{,}000 * (0.0175)(1.03530625)}{\$7{,}000}\right)}{Log\,(1.0175)}$$

$$-n = \frac{Log\left(1 - \frac{\$6{,}522.43}{7{,}000}\right)}{Log\,(1.0175)}$$

$$-n = \frac{Log(1 - 0.931775625)}{Log\,(1.0175)}$$

$$-n = \frac{Log(0.068224375)}{Log\,(1.0175)}$$

Logaritmo natural o base diez, es el mismo resultado

$$-n = \frac{-2.684953373}{0.017348638} \quad \mathbf{n = -154.76450}$$

| | log base 10 | | |
|---|---|---|---|
| 0.06822439 | 10 | -1.16606031 | |
| 1.0175 | 10 | 0.00753442 | -154.764486 |

**Problema 3:**






El señor Romero le ha prometido a su hijo que dentro de 6 años que termine su carrera, el recibiría $120,000.00 Si la tasa de interés es del 18% nominal y la capitalización es anual, y el lapso de tiempo es de tres años: *¿Cuánto tendrá que depositar el día de hoy el señor Romero para lograr cumplir la promesa que le hizo a su hijo*?



Para calcular el valor presente en una anualidad diferida se ocupa la siguiente fórmula:

$$VPN = Rp\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}$$

**En donde:**
n = 3 años
k= 6 años
VPN =?
i=18 % anual capitalizable anualmente
Rp =$120,000.00

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$VPN = \$120{,}000.00\left[\frac{1-(1+0.18)^{-3}}{0.18(1+0.18)^{6-1}}\right]$$

$$VPN = \$120{,}000.00\left[\frac{1-(1.18)^{-3}}{0.18(1.18)^{5}}\right]$$

$$VPN = \$120{,}000.00\left[\frac{1-0.608630872}{(0.18)(2.287757757)}\right]$$

$$VPN = \$120{,}000.00\left[\frac{0.391369128}{0.411796396}\right]$$

$$VPN = (\$120{,}000.00)(0.950394737)$$

$$\boldsymbol{VPN = \$114{,}047.37}$$





Para calcular la Renta Periódica o mensualidad se ocupa la siguiente fórmula, la cual se despejo de la fórmula original:

$$Rp=\frac{VPN}{\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{\frac{i}{m}(1+i/m)^{k-1}}}$$

Los datos que nos arroja la situación planteada:
n = 3 años
k= 6 años
VPN =$114,047.37
i=18 % anual
Rp =?

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$Rp=\left[\frac{\$114,047.37}{\frac{1-(1+0.18)^{-3}}{0.18(1+0.18)^{6-1}}}\right]$$

$$Rp=\left[\frac{\$114,047.37}{\frac{1-(1.18)^{-3}}{0.18(1.18)^{5}}}\right]$$

$$Rp=\left[\frac{\$114,047.37}{\frac{1-(0.608630872)}{(0.18)(2.287757757)}}\right]$$

$$Rp=\left[\frac{\$114,047.37}{\frac{0.391369128}{0.411796396}}\right]$$

$$Rp=\left[\frac{\$114,047.37}{0.950394737}\right]$$

$$\boldsymbol{Rp=\$120,000.00}$$



Para calcular el valor de "n" que es periodo o plazo se utiliza la siguiente fórmula:

$$-n=\frac{Log\left(1-\frac{VPN*\left(\frac{i}{m}\right)\left(1+\frac{i}{m}\right)^{k-1}}{Rp}\right)}{Log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

Los datos que nos arroja la situación planteada:
n =?
k= 6 años
VPN =$114,047.37
i=18 % anual
Rp =$120,000.00

$$-n=\frac{Log\left(1-\frac{\$114,047.37*(0.18)(1+0.18)^{6-1}}{\$120,000.00}\right)}{Log\left(1+0.18\right)}$$

$$-n=\frac{Log\left(1-\frac{(20,528.5266)(2.287757757)}{\$120,000.00}\right)}{Log\left(1.18\right)}$$

$$-n=\frac{Log\left(1-\frac{\$46,964.29597}{\$120,000.00}\right)}{Log\left(1.18\right)}$$

$$-n=\frac{Log(1-0.391369133)}{Log\left(1.18\right)}$$

$$-n=\frac{Log(0.608630867]}{Log\left(1.18\right)}$$

$$-n=\frac{-0.215646026}{0.071882007}$$

$$\boldsymbol{n=-3.00000069=3}$$



Para calcular la tasa de interés se hace por medio del método al tanteo, la cual se realiza de la siguiente manera

Se calcula el factor dividiendo VPN/Rp:

$$Factor = \frac{\$114,047.37}{\$120,000.00}$$

$$Factor = 0.95039475$$

| n | i | factor 1 | factor 2 | $\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m(1+i/m)^{k-1}}$ |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 0.01 | 0.029409852 | 0.01051 | 2.79825 |
| | 0.02 | 0.057677665 | 0.02208 | 2.61202 |
| | 0.03 | 0.084858341 | 0.03478 | 2.43999 |
| K | 0.04 | 0.111003641 | 0.04867 | 2.28092 |
| 6 | 0.05 | 0.136162401 | 0.06381 | 2.13374 |
| | 0.06 | 0.160380717 | 0.08029 | 1.99743 |
| | 0.07 | 0.183702123 | 0.09818 | 1.87110 |
| | 0.08 | 0.206167759 | 0.11755 | 1.75393 |
| | 0.09 | 0.22781652 | 0.13848 | 1.64517 |
| AL TANTEO | 0.18 | 0.391369127 | 0.41180 | 0.95039 |





La fórmula que utilizamos cuando se desea calcular el valor futuro es:

$$M = A\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}$$

**Conociendo los siguientes datos:**
n = 3 años
k= 6 años (aquí no aplica el diferimiento, por eso se utiliza la fórmula de la anualidad ordinaria)
Vf = ?
i= 18% anual
A=$120,000.00

Sustituyendo los datos en la fórmula queda:

$$M = \$120{,}000.00\frac{(1+0.18)^3 - 1}{0.18}$$

$$M = \$120{,}000.00\frac{(1.18)^3 - 1}{0.18}$$

$$M = \$120{,}000.00\frac{1.643032 - 1}{0.18}$$

$$M = \$120{,}000.00\frac{0.643032}{0.18}$$

$$M = (\$120{,}000.00)(3.5724)$$

$$\boldsymbol{M = \$428{,}688.00}$$

Para calcular el valor de la tasa de interés se utiliza el método al tanteo, lo primero que hay que hacer es sacar el factor que se va a buscar en la tabla del método al tanteo, para calcular el factor se hace de la siguiente manera:

$$\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{i/m} = M/A$$



Calculo del factor:

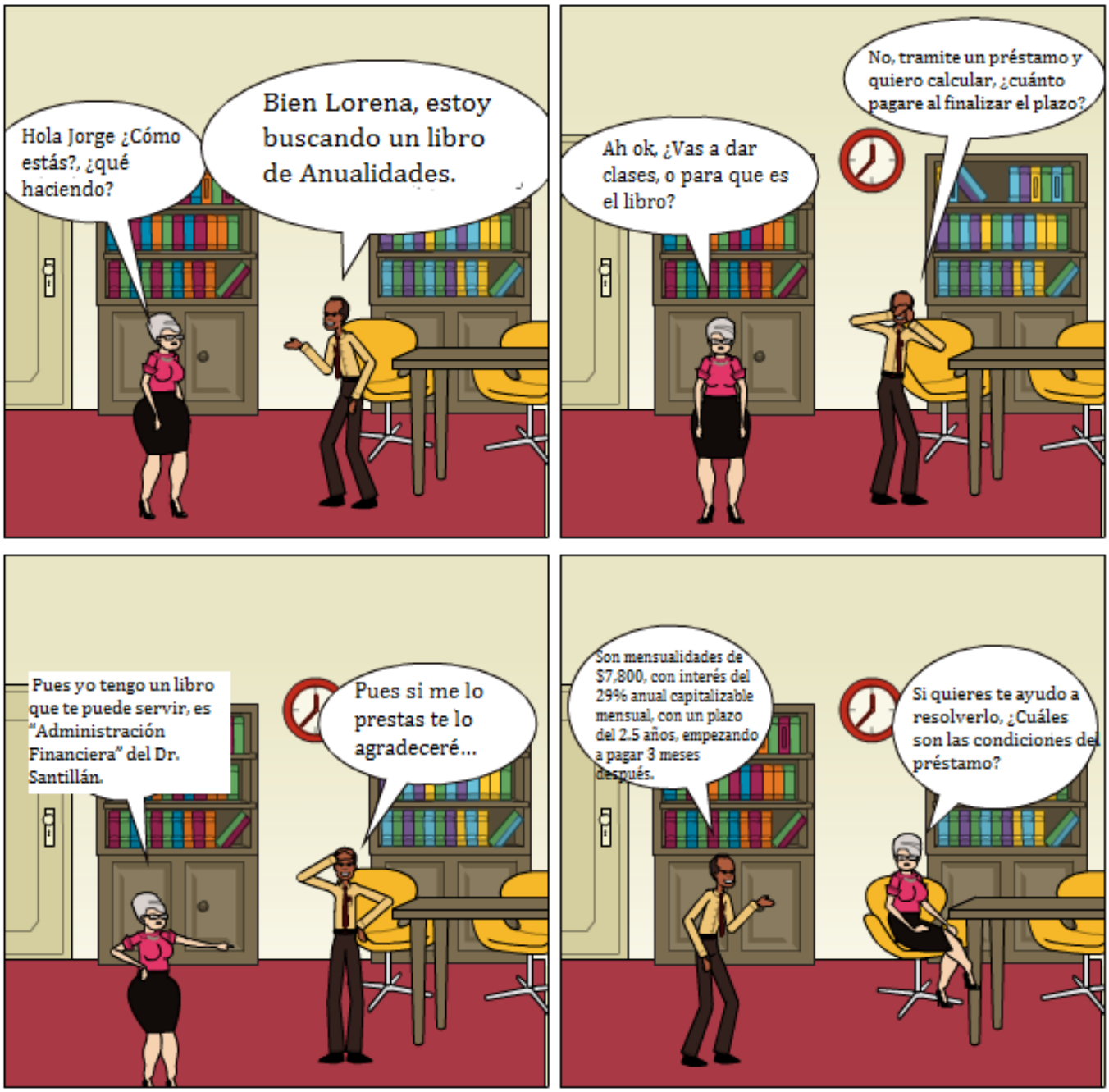
$$\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{i/m} = \$428{,}688.00/\$120{,}000.00$$

$$\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{i/m} = 3.5724$$

| n | i | $\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}$ |
|---|---|---|
| 3 | 0.01 | 3.0301 |
| | 0.02 | 3.0604 |
| | 0.03 | 3.0909 |
| | 0.04 | 3.1216 |
| | 0.05 | 3.1525 |
| | 0.06 | 3.1836 |
| | 0.07 | 3.2149 |
| | 0.08 | 3.2464 |
| | 0.09 | 3.2781 |
| **AL TANTEO** | 0.18 | 3.5724 |

**Problema 4:**

En la biblioteca de la escuela, Jorge estaba buscando un libro de anualidades…….  y aquí la historia

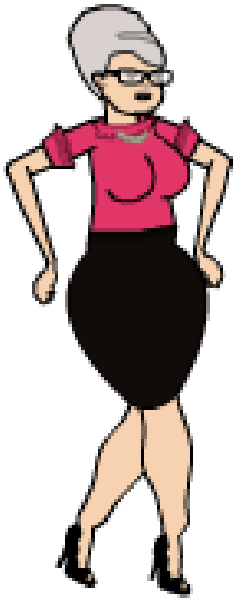




La fórmula que utilizamos cuando se desea calcular el valor futuro es:

$$M = A\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}$$

**DATOS:**
n =2.5años = 30 mensualidades
k= 3 meses (para calcular el VF en anualidad diferida, no afecta el diferimiento del plazo, utilizamos el formato de anualidad ordinaria)
Vf = ?
i= 29% cap. mensual
A=$7,800.00



Sustituyendo los valores:

$$M = 7{,}800\frac{(1+.29/12)^{30} - 1}{.29/12}$$

$$M = 7{,}800\frac{(1.024166666)^{30} - 1}{.024166666}$$

$$M = 7{,}800\frac{1.047005911}{.024166666}$$

$$M = 7{,}800(43.32438371)$$

$$M = \$337{,}930.1929$$

COMPROBACION:

Realizaremos un despeje para comprobar los datos:

Fórmula original

$$M = A\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}$$

Al despejar:

$$A = \frac{M}{\left[\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^n - 1}{i/m}\right]}$$



**Anualidad o Renta Periódica**

En donde :

n = 30 mensualidades

Vf = $\$337,930.1929$

i= 29% cap. mensual

Rp=$7,800.00

$$A = \frac{\$337,930.1929}{\left[\frac{\left(1+\frac{0.29}{12}\right)^{30} - 1}{\left(\frac{0.29}{12}\right)}\right]}$$

$$A = \frac{\$337,930.1929}{\left[\frac{(1+0.024166666)^{30} - 1}{(0.024166666)}\right]}$$

$$A = \frac{\$337,930.1929}{\left[\frac{(1.024166666)^{30} - 1}{(0.024166666)}\right]}$$

$$A = \frac{\$337,930.1929}{\left[\frac{2.047005911 - 1}{0.024166666}\right]}$$

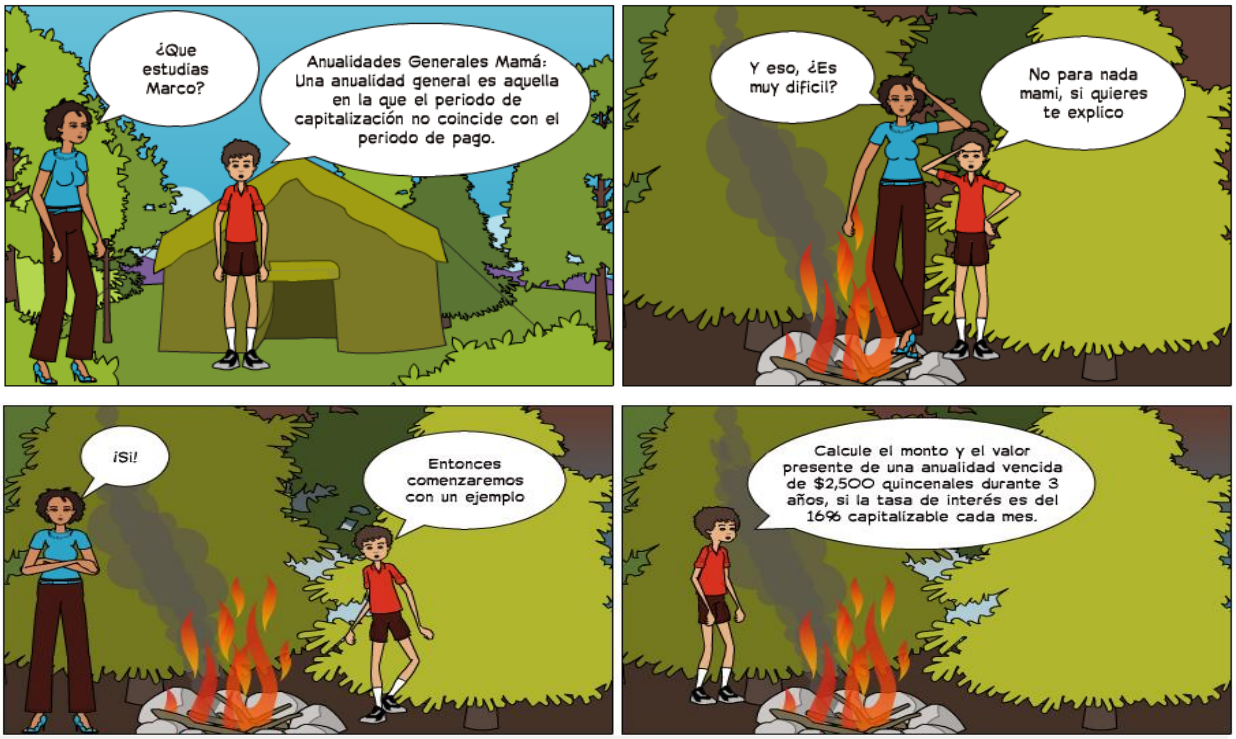
$$A = \frac{337,930.1929}{\left[\frac{1.047005911}{(0.024166666)}\right]}$$

$$A = \frac{337,930.1929}{43.32438371}$$

$$\boldsymbol{A = \$7,800.00}$$

# ANUALIDADES GENERALES

**Problema 1:**




NOTA: El periodo de pago es quincenal, en tanto que el periodo de capitalización es mensual, por lo que se requiere calcular una tasa equivalente quincenal. Si la tasa original es del 16% nominal capitalizable mensualmente, primeramente se sugiere calcular la tasa efectiva y luego identificar una tasa equivalente cuyo periodo de capitalización sea quincenal, con el fin de que coincida con el periodo de pago.



Primero iniciaremos calculando la Tasa Efectiva del 16%

$$TE = \left[\left(1 + \frac{.16}{360} * 30\right)^{12} - 1\right] * -100$$

Sustituyendo valores:

$$TE = \left[\left(1 + \frac{.16}{360} * 30\right)^{12} - 1\right] * -100$$

$$TE = [(1.0133333)^{12} - 1] * -100$$

$$TE = [(1.172270798) \ - 1] * -100$$

$$TE = 17.227\%$$

Anual capitalizable cada quincena.

La tasa efectiva del 17.227 anual entre 24 quincenas nos daría 0.007177917*100=0.717791667%

Una vez obtenida la tasa equivalente el problema deja de ser una anualidad general para convertirse en una anualidad simple vencida.

Ahora lo desarrollaremos como una Anualidad Simple



**Colocamos los Datos:**
M=?
A=$2,500.00
$\bar{i}$=0.007177917 quincenal
n=36 meses =72 quincenas

Obtenemos el Valor Futuro o Monto:

$$M = A\left[\frac{\left(1+\frac{\bar{i}}{m}\right)^{n}-1}{\bar{i}/m}\right]$$

$$M = \$2{,}500.00\left[\frac{(1+0.007177917)^{72}-1}{(0.007177917)}\right]$$

$$M = \$2{,}500.00\left[\frac{(1.007177917)^{72}-1}{(0.007177917)}\right]$$

$$M = \$2{,}500.00\left[\frac{(1.673578283)\ -1}{(0.007177917)}\right]$$

$$M = \$2{,}500.00\left[\frac{(673578283}{(0.007177917)}\right]$$

$$M = \$2{,}500.00(93.84035553)$$

$$\boldsymbol{M = \$234{,}600.89}$$

Ahora calcularemos el Valor presente neto del conjunto de cuotas periódicas, a partir de esta fórmula:

$$VPN = Rp\frac{1-\left(1+\bar{i}/m\right)^{-n}}{\bar{i}}$$



**Colocamos los Datos:**

VPN=?

Rp=$2,500.00

i= 0.007177917 *quincenal*

n=36 meses=72 quincenas

$$VPN = \$2{,}500.00\frac{1-(1+0.007177917)^{-72}}{0.007177917}$$

$$VPN = \$2{,}500.00\frac{1-(1.007177917)^{-72}}{0.007177917}$$

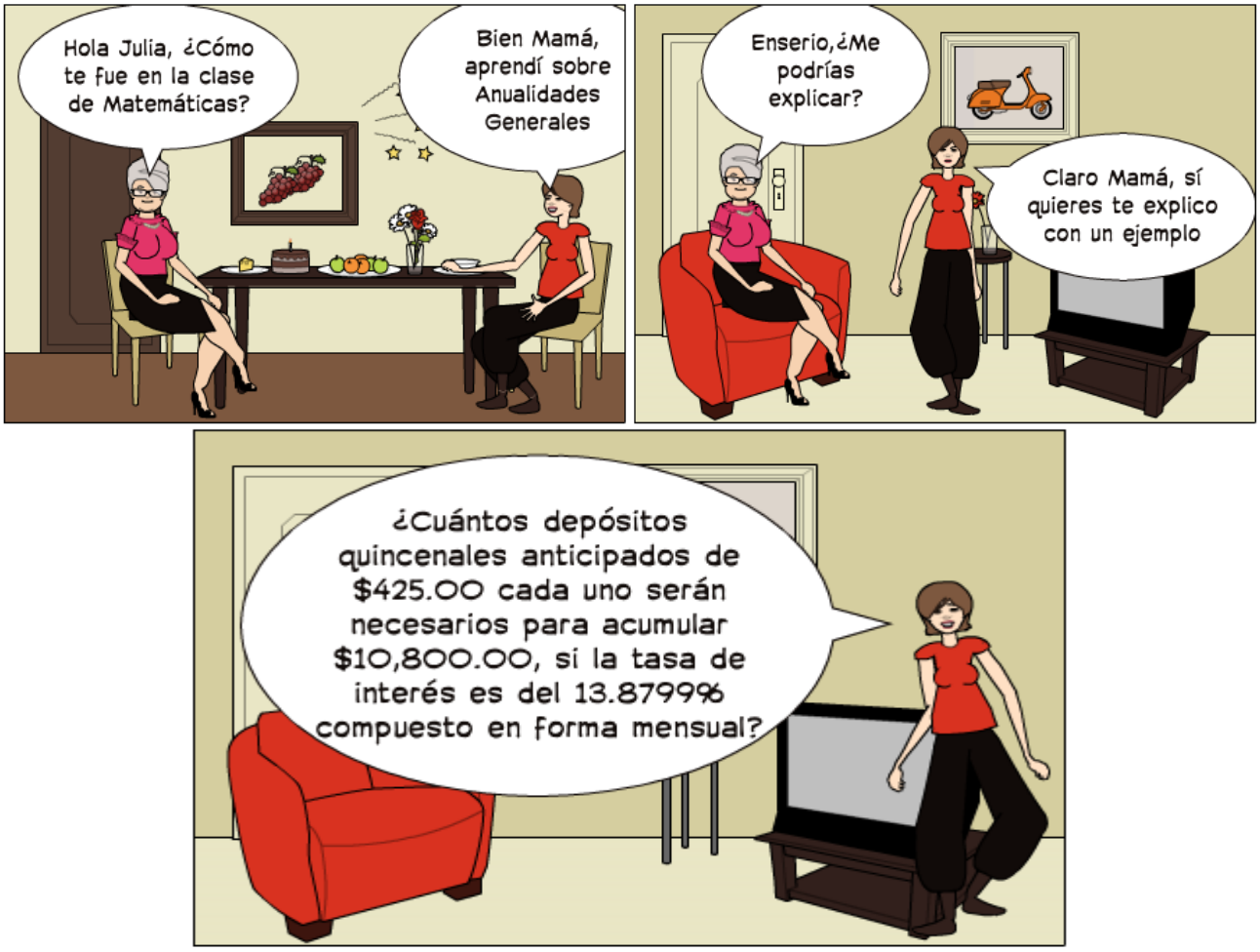
$$VPN = \$2{,}500.00\frac{1-(0.59752208)}{0.007177917}$$

$$VPN = \$2{,}500.00\frac{0.40247792}{0.007177917}$$

$$VPN = \$2{,}500.00\ (56.07168765)$$

$$\boldsymbol{VPN = \$140{,}179.22}$$

**Problema 2:**






Primero iniciaremos calculando la Tasa Equivalente:

$$TE = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1\right] * 100$$

Sustituyendo valores:

$$TE = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1\right] * 100$$

$$TE = \left[\left(1+\frac{0.138799}{12}\right)^{12} - 1\right] * 100$$

$$TE = \left[(1.011566583)^{12} - 1\right] * 100$$

$$TE = \left[(1.147978326) - 1\right] * 100 = 14.79783255\%$$

La tasa quincenal sería entonces la siguiente:

$$i_e = \left(\frac{.1479783255}{360} * 15 = 0.006165764 = 0.616576356\%\right.$$

Una vez obtenida la tasa equivalente el problema deja de ser una anualidad general para convertirse en una anualidad anticipada simple.

De la formula para calcular el número de depósitos que tiene que realizar, en ordinaria vencida tenemos que:

$$n=\frac{Ln\left[\left(VF/Rp\right)*i/m\right]+1}{Ln(1+i/m)}$$

En anticipada

$$n=\frac{Ln\left[\left(VF/Rp\right)*(i/m)(1+i/m)\right]+1}{Ln(1+i/m)}$$



Si sustituimos los valores, nos quedarían los datos de esta manera:

$V_F = 10{,}800.00$

$R_p$=425.00

i=0.6165764% quincenal, en decimal es: 0.006165764

n=?

$$n=\frac{Ln\left[\left(VF/Rp\right)*i/m\right]+1}{Ln(1+i/m)}$$

$$n=\frac{Ln\left[\left(\$10{,}800.00/\$425.00\right)*0.006165764\right]+1}{Ln(1.006165764)}$$

$$n=\frac{Ln\left[\left(25.41176471\right)*0.006165764\right]+1}{Ln(1.006165764)}$$

$$n=\frac{Ln\left[1.156682944\right]}{Ln(1.006165764)}=\frac{0.145556378}{0.006146833}=23.67989792$$

Comprobación

$$VF=Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-1}{(i/m)}\right]$$

$$Vf=\$425.00\left[\frac{(1.006165764)^{23.67989792}-1}{0.006165764}\right]$$

$$Vf=\$425.00\left[\frac{.156682957}{0.006165764}\right]$$

$$Vf=\$425.00\left[25.41176681\right]$$

$$Vf=\$10{,}800.00$$

Anualidad Anticipada

$$n=\frac{Ln\left[\left(VF/Rp\right)*(i/m)(1+i/m)\right]+1}{Ln(1+i/m)}$$

$$n=\frac{Ln\left[\left(\$10{,}800.00/\$425.00\right)*(0.006165764)(1.006165764)\right]+1}{Ln(1.006165764)}$$

$$n=\frac{Ln\left[\left(25.41176471\right)*0.006203781\right]+1}{Ln(1.006165764)}$$

$$n=\frac{Ln\left[1.157649023\right]}{Ln(1.006165764)}=\frac{0.146391244}{0.006146833}=23.81571844$$

$$VF=Rp_1(1.006165764)\left[\frac{(1.006165764)^{23.81572892}-1}{(0.006165764)}\right]$$

$$Vf=\$425.00(1.006165764)\left[\frac{(1.15764911)-1}{0.006165764}\right]$$

$$Vf=\$425.00(1.006165764)\left[25.56846317\right]$$

$$Vf=\$425.00\left[25.72611228\right]$$

$$Vf=\$10{,}933.59$$

Hay un ajuste en la anticipada, ya que genera interés a partir del primer día

**Problema 3:**




Gloria es una gran vendedora de cosmeticos por catalogo, por lo cual su jefe a tomando en consideración su desempeño y ha decidido otorgarle a gloria un incentivo bimestral de $750.00. A partir de esto Gloria ha tomado la decisión de abrir su propia cuenta de ahorros, en la cual le ofrecen una tasa de interés del 3% mensual capitalizable mensualmente, ella esta consciente que debe incrementar el saldo de la misma, con una cantidad similar a la que depositó inicialmente, sabe que no podra retirar nada de su dinero de esa cuenta al menos durante el primer año, entoces, ¿Cuánto acumulará Gloria al cabo de 5 años siguiendo este esquema de ahorro?



Primero lo que debemos hacer es identificar la tasa equivalente a la tasa capitalizable que ofrece la cuenta de ahorros, esto quiere decir, por ejemplo en el ejercicio nos dan una tasa mensual de 3% mensual con capitalización igual, entonces debemos calcular una tasa bimestral que sea equivalente.



Para ello tomamos la siguiente fórmula:

$$TE = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1\right] * 100$$

$$TE = [(1.03)^2 - 1] * 100$$

$$\boldsymbol{TE = 6.09 \text{ bimestral}}$$

Entonces:

$TE = (1.03)^2 = 1.0609$, es la tasa bimestral equivalente a la tasa del 3% mensual.

Ahora para poder calcular el monto que tendrá gloria dentro de 3 años se ocupa la siguiente fórmula:

$$M = A\left|\frac{\left(1+\frac{\bar{\imath}}{m}\right)^{n} - 1}{\bar{\imath}/m}\right|$$



Se cuenta con estos datos:
M=?
A=$750.00 (depósitos bimestrales)
$\bar{\imath}$=1.0609 es la tasa equivalente
n= 5 años= 12+5/2=30 meses

Sustituyendo los datos en la fórmula:

$$M = \$750.00\left|\frac{(1.0609)^{(12*\frac{5}{2})30} - 1}{1.0609}\right|$$

$$M = \$750.00\left|\frac{(5.891603104) - 1}{1.0609}\right|$$

$$M = \$750.00\left|\frac{4.891603104}{1.0609}\right|$$

$$M = \$750.00(4{,}610805075)$$

$$\boldsymbol{M = \$3{,}458.10}$$



Para comprobar que el resultado sea correcto, se sugiere realizar algunos despejes:

Las otras variables deben coincidir con los proporcionados originalmente en el ejercicio.

Así que, calcularemos al menos *Rp* y *n*

TABLA DE DESPEJES

| **Anualidad o Renta Periódica *"Rp"*** | **Tiempo "n" en valor futuro** |
|---|---|
| $A = \dfrac{M}{\left[\dfrac{\left(1+\frac{\bar{\imath}}{m}\right)^{n}-1}{\bar{\imath}/m}\right]}$<br>En donde :<br>M=$3,458.10<br>A=?<br>$\bar{\imath}$=1.0609<br>n=30 meses<br>$A = \dfrac{\$3{,}458.10}{\left[\dfrac{(1.0609)^{30}-1}{(1.0609)}\right]}$<br>$A = \dfrac{\$3{,}458.10}{\left[\dfrac{5.891603104-1}{(1.0609)}\right]}$<br>$A = \dfrac{\$3{,}458.10}{\left[\dfrac{4.891603104}{(1.0609)}\right]}$<br>$A = \dfrac{\$3{,}458.10}{4.610805075}$<br>$A$ =**$749.9991745= $750.00** | $n = \dfrac{Log\left\lvert\left(\frac{M}{A}\right)*\bar{\imath}\right\rvert+1}{Log\left(1+\frac{\bar{\imath}}{m}\right)}$<br>En donde :<br>M=$3,458.10<br>A=$750.00<br>$\bar{\imath}$=1.0609<br>n=?<br>$n = \dfrac{Log\left\lvert\left(\frac{\$3{,}458.10}{750.00}\right)*1.0609\right\rvert+1}{Log(1.0609)}$<br>$n = \dfrac{Log\lvert(4.6108)*1.0609\rvert+1}{Log(1.0609)}$<br>$n = \dfrac{Log\lvert4.89159772\rvert+1}{Log(1.0609)}$<br>$n = \dfrac{Log(5.89159772)}{Log(1.0609)}$<br>$n = \dfrac{0.770233085}{0.025674449}$<br>$n = 29.99998453 = 30\ meses$ |

| | log base 10 | | |
|---|---|---|---|
| 5.89159772 | 10 | 0.77023309 | |
| 1.0609 | 10 | 0.02567445 | 29.9999845 |

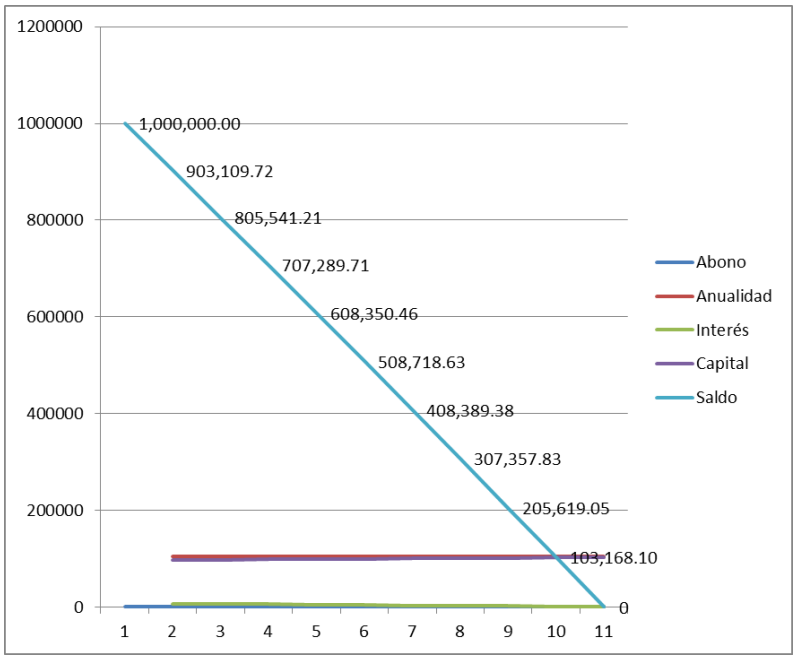
# Fin del Capitulo:

Sugerencias o comentarios

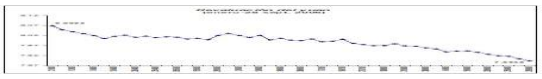
Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,

arturogarciasantillan@yahoo.com.mx






# CAPÍTULO VI
# AMORTIZACIONES

# 6.1.- AMORTIZACIONES 

## 6.1.1.- CONCEPTOS BÁSICOS

En el ámbito de las finanzas y el comercio, el concepto amortización está asociado a deuda, es decir, se refiere al pago gradual que se realiza para liquidar un adeudo proveniente generalmente de algún préstamo o crédito. En la actividad financiera es común que las empresas y las personas busquen financiamiento o crédito, sea para capitalizarse o para la adquisición de bienes (activos).

El financiamiento o crédito adquirido debe reembolsarse en un plazo que previamente haya quedado establecido, sea en cuotas uniformes periódicas vencidas o anticipadas, o con cuotas que se incrementan de manera proporcional, en cantidad o de manera porcentual, aunque este tema lo analizaremos en el apartado de Gradientes (geométricos y aritméticos).

## 6.1.2.- Procedimiento:

Para calcular el importe de las cuotas periódicas, debemos utilizar la fórmula del valor presente de un pago vencido (*Rp)* a partir de la siguiente fórmula:

$$NPV = Rp\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$$

Para conocer el valor de *Rp* el valor de la deuda pasa dividiendo al factor resultante de $\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$ por lo que la expresión ahora es: $Rp = \frac{NPV}{\frac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}}$

Recordemos que la expresión *i/m* la utilizamos para el caso en que se tenga que calcular la tasa que habrá de capitalizarse, esto es, cuando se tiene una tasa nominal (*anual*) del 12% y su capitalización es mensual, entonces se debe tomar (12/12).

## 6.1.3.- Ejercicio resueltos:

Supongamos los siguientes datos:

Se adeudan $250,000.00, los cuales serán liquidados en 10 pagos iguales vencidos, considerando una tasa nominal del 12%.

De la fórmula $NPV = Rp\dfrac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}$ tenemos que $Rp = \dfrac{NPV}{\dfrac{1-(1+i/m)^{-n/m}}{i/m}}$

**Donde:**

***NPV*** = Valor presente de la deuda
***Rp***= el pago periódico
***i*** = la tasa de interés
***m*** = la capitalización
***-n-***= el tiempo o número de pagos

**Entonces:**

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{\dfrac{1-(1+.12/12)^{-10}}{.12/12}} \qquad Rp = \frac{\$250,000.00}{\dfrac{1-(1.01)^{-10}}{.01}} \qquad Rp = \frac{\$250,000.00}{\dfrac{1-(0.90528695)}{.01}}$$

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{9.47130453} \qquad Rp = \$26,395.52$$

Se diseña una tabla de amortización:

| TABLA DE AMORTIZACIÓN | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **TOTALES** | **$263,955.19** | **$250,000.00** | **$13,955.19** | **$1,145,519.14** | |
| **n:** | **PAGO MENSUAL** | Pago a capital | Pago de intereses | Capital restante | Pago para liquidar |
| **1** | **$26,395.52** | $23,895.52 | $2,500.00 | $226,104.48 | $252,500.00 |
| **2** | **$26,395.52** | $24,134.47 | $2,261.04 | $201,970.01 | $228,365.53 |
| **3** | **$26,395.52** | $24,375.82 | $2,019.70 | $177,594.19 | $203,989.71 |
| **4** | **$26,395.52** | $24,619.58 | $1,775.94 | $152,974.61 | $179,370.13 |
| **5** | **$26,395.52** | $24,865.77 | $1,529.75 | $128,108.84 | $154,504.36 |
| **6** | **$26,395.52** | $25,114.43 | $1,281.09 | $102,994.41 | $129,389.93 |
| **7** | **$26,395.52** | $25,365.58 | $1,029.94 | $77,628.83 | $104,024.35 |
| **8** | **$26,395.52** | $25,619.23 | $776.29 | $52,009.60 | $78,405.12 |
| **9** | **$26,395.52** | $25,875.42 | $520.10 | $26,134.18 | $52,529.70 |
| **10** | **$26,395.52** | $26,134.18 | $261.34 | $0.00 | $26,395.52 |
| | | | | | |

También puede ser representado de la siguiente forma:

| | | |
|---|---|---|
| **10** | **pagos de** | **$26,395.52** |
| | Monto total | **$263,955.19** |
| | Capital total | **$250,000.00** |
| | Interés total | **$13,955.19** |
| | IVA TOTAL | **$2,093.28** |

| No. pago | Importe del pago | interés | amortización | Saldo insoluto (deuda) | IVA de intereses |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | **$250,000.00** | **15%** |
| **1** | $26,395.52 | $2,500.00 | $23,895.52 | $226,104.48 | $375.00 |
| **2** | $26,395.52 | $2,261.04 | $24,134.47 | $201,970.01 | $339.16 |
| **3** | $26,395.52 | $2,019.70 | $24,375.82 | $177,594.19 | $302.96 |
| **4** | $26,395.52 | $1,775.94 | $24,619.58 | $152,974.61 | $266.39 |
| **5** | $26,395.52 | $1,529.75 | $24,865.77 | $128,108.84 | $229.46 |
| **6** | $26,395.52 | $1,281.09 | $25,114.43 | $102,994.41 | $192.16 |
| **7** | $26,395.52 | $1,029.94 | $25,365.58 | $77,628.83 | $154.49 |
| **8** | $26,395.52 | $776.29 | $25,619.23 | $52,009.60 | $116.44 |
| **9** | $26,395.52 | $520.10 | $25,875.42 | $26,134.18 | $78.01 |
| **10** | $26,395.52 | $261.34 | $26,134.18 | $0.00 | $39.20 |

Ahora supongamos que el arreglo entre deudor y acreedor cambia de términos. El acreedor decide que deben ser pagos iguales de $45,000.00 por lo que ahora la pregunta es:

¿Cuántos pagos se deben hacer?, y ¿cuál es el importe del último pago, cuya diferencia sería el saldo final previo a liquidar el adeudo?

De la fórmula $NPV = Rp\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $\dfrac{NPV * {}^{i}\!/_{m}}{Rp} = 1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}$

Sus valores son: $\dfrac{\$250,000.00 * {}^{.12}\!/_{12}}{\$45,000.00} = 1-(1+{}^{.12}\!/_{12})^{-n}$

Para despejar "*–n*" traemos el factor de acumulación: $(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n} = 1-\left[\dfrac{NPV * {}^{i}\!/_{m}}{Rp}\right]$

esto es $(1+{}^{.12}\!/_{12})^{-n} = 1-\left[\dfrac{\$250,000.00 * {}^{.12}\!/_{12}}{\$45,000.00}\right]$

Así obtenemos $Log((1+ i/m)^{-n}) = Log(1-\left[\frac{NPV * i/m}{Rp}\right])$ que es lo mismo que:

$$Log((1+.12/12)^{-n}) = Log(1-\left[\frac{\$250,000.00 *.12/12}{\$45,000.00}\right])$$

Despejar –n: $-n = \frac{Log(1-(\frac{NPV * i/m}{Rp}))}{Log(1+ i/m)}$ $-n = \frac{Log(1-(\frac{\$250,000.00 *.12/12}{\$45,000.00}))}{Log(1+.12/12)}$

$$-n = \frac{Log(1-0.055555556)}{Log(1.01)} \quad -n = \frac{Log\,0.944444444}{Log\,1.01} \quad -n = \frac{-0.02482358}{0.00432137}$$

$$-n = -5.74437792$$

El resultado son 5 pagos de $45,000.00 y el equivalente al .74437792% de un pago

Comprobación en Excel:

| | log base, 10 | |
|---|---|---|
| 0.94444444 | -0.02482358 | |
| 1.01 | 0.00432137 | -5.7443732 |

Como calcular esto:

El valor presente de los pagos sería entonces:

$$NPV = \$45,000.00\frac{1-(1+.12/12)^{-5}}{.12/12} = \$218,404.41$$

Para conocer el valor del sexto pago tenemos $\$250,000.00 = \$218,404.41 + \frac{x}{(1.01)^6}$

**Despejar "x" de:** $\$250,000.00 = \$218,404.41 + \frac{x}{(1.01)^6}$ Ahora tenemos:

$x = (1.01)^6 * (\$250,000.00 - \$218,404.41)$ $x = (1.06152015) * (\$31,595.59)$

$$x = \$33,539.36$$

**El resultado es: 5 pagos de $45,000.00 y 1 de $33,539.36**

## Veamos otro ejercicio:

Analicemos el caso de una empresa que adquiere una camioneta de reparto por un valor de $180,000.00 y acuerda con el distribuidor pagar en seis abonos mensuales iguales, el primero de ellos con vencimiento un mes después de la firma del convenio de compra-venta. Cuál es el importe de cada uno de los pagos si la tasa de interés que cobra el distribuidor es del 2% mensual. (24% nominal)

**Primer paso:** Sabemos que el monto de los pagos se determina empleando la fórmula del valor presente de una anualidad ordinaria, entonces tenemos que:

De la fórmula $NPV = Rp\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}$ tenemos que $Rp = \dfrac{NPV}{\dfrac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}}$

$$\$180,000.00 = Rp\frac{1-(1+.24/12)^{-6}}{.24/12} \quad Rp = \frac{\$180,000.00}{\dfrac{1-(1.02)^{-6}}{.02}} \quad Rp = \frac{\$180,000.00}{5.60143089}$$

$$Rp = \$32,134.6.$$

# Comprobación por tabla de amortización

| Tabla de Amortización Simulada | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Cantidad del Préstamo** | | $180,000.00 | **Período** | 6 meses |
| **Tasa de Interés** | 24% | | **Pago Mensual** | $32,134.65 |
| **Mes** | **Pago** | **Interés** | **Amortización** | **Saldo** |
| 1 | $32,134.65 | $3,600.00 | $28,534.65 | $151,465.35 |
| 2 | $32,134.65 | $3,029.31 | $29,105.34 | $122,360.01 |
| 3 | $32,134.65 | $2,447.20 | $29,687.45 | $92,672.56 |
| 4 | $32,134.65 | $1,853.45 | $30,281.20 | $62,391.36 |
| 5 | $32,134.65 | $1,247.83 | $30,886.82 | $31,504.54 |
| 6 | $32,134.65 | $630.09 | $31,504.54 | $0.00 |
| **Total de Intereses** | | $12,807.88 | | |

## 6.1.4.- Calcular el Saldo Insoluto:

Ahora deseamos conocer el importe del saldo insoluto al finalizar el mes *n*

La fórmula aplicable es:

$$S_{do}I = VPN\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - Rp\,\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{\frac{i}{m}}$$

### Con los datos del ejercicio anterior, resolver lo siguiente:

Cuál es el saldo insoluto al finalizar el mes 4, de una deuda por $180,000.00 la cual venía siendo liquidada con pagos parciales de $32,134.65

$$S_{do}I = \$180{,}000.00\left(1+\frac{.24}{12}\right)^{4} - \$32{,}134.65\,\frac{\left(1+\frac{.24}{12}\right)^{n}-1}{\frac{.24}{12}}$$

$$S_{do}I = \$180{,}000.00(1.02)^{4} - \$32{,}134.65\,\frac{(1.02)^{4}-1}{.02}$$

$$S_{do}I = \$180{,}000.00(1.08243216) - \$32{,}134.65\,\frac{(1.08243216)-1}{.02}$$

$$S_{do}I = \$180{,}000.00(1.08243216) - \$32{,}134.65(4.121608)$$

$$S_{do}I = \$194{,}837.79 - \$132{,}446.43$$

$$S_{do}I = \$62{,}391.36$$

Como se puede observar, el saldo de **$62,391.36** que muestra la tabla de amortización al final del mes 4, coincide con el resultado de la fórmula.

| **Tabla de Amortización Simulada** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Cantidad del Préstamo | | $180,000.00 | Período | 6 meses |
| Tasa de Interés 24% | | | Pago Mensual | $32,134.65 |
| Mes | Pago | Interés | Amortización | Saldo |
| 1 | $32,134.65 | $3,600.00 | $28,534.65 | $151,465.35 |
| 2 | $32,134.65 | $3,029.31 | $29,105.34 | $122,360.01 |
| 3 | $32,134.65 | $2,447.20 | $29,687.45 | $92,672.56 |
| 4 | $32,134.65 | $1,853.45 | $30,281.20 | $62,391.36 |
| 5 | $32,134.65 | $1,247.83 | $30,886.82 | $31,504.54 |
| 6 | $32,134.65 | $630.09 | $31,504.54 | $0.00 |
| | | | | |
| Total de Intereses | | $12,807.88 | | |

## 6.1.5.- Ejercicios validados con simuladores financieros

# Algunos ejercicios resueltos manualmente, comprobados en una tabla de Excel y con un simulador más avanzado.

# AMORTIZACIONES

**Datos:**

*VPN*= $195,000.00
*n*= 7 pagos iguales vencidos
*i*= 12%
*m*= mensual

**Solución en modalidad vencida:**

$$RP = \left[\frac{\frac{VPN}{1-\left(1+\left(\frac{i}{m}\right)\right)^{-n}}}{\frac{i}{m}}\right] \quad RP = \left[\frac{\frac{195{,}000}{1-\left(1+\left(\frac{.12}{12}\right)\right)^{-7}}}{\frac{.12}{12}}\right] \quad RP = \left[\frac{\frac{195{,}000}{1-(1.01)^{-7}}}{.01}\right] \quad RP = \left[\frac{\frac{195{,}000}{1-(0.9327180)}}{.01}\right]$$

$$RP = \frac{195{,}000}{6.7282} \qquad RP = \$28{,}982.49$$

Solución con un simulador avanzado:

Se puede trabajar en modalidad anticipada, vencida e incluso diferida.

**ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS y DIFERIDAS. (Valor actual y tablas de amortización)**

INICIO

**Calculo de anualidades diferidas a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.**

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 195,000.00 |
| Tasa mensual | 1.00% |
| n= | 7.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **Anualidad Vencida** | **28,982.52** |
| **Anualidad Anticipada** | **28,695.56** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 28,982.52 |
| i= | 1.00% |
| n= | 7.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **195,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 28,695.56 |
| i= | 1.00% |
| n= | 7.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **195,000.00** |

**Taba de amortización (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 195,000.00 | |
| 1 | 28,982.52 | 1,950.00 | 27,032.52 | 167,967.48 | |
| 2 | 28,982.52 | 1,679.67 | 27,302.84 | 140,664.64 | |
| 3 | 28,982.52 | 1,406.65 | 27,575.87 | 113,088.78 | |
| 4 | 28,982.52 | 1,130.89 | 27,851.63 | 85,237.15 | |
| 5 | 28,982.52 | 852.37 | 28,130.14 | 57,107.00 | |
| 6 | 28,982.52 | 571.07 | 28,411.45 | 28,695.56 | |
| 7 | 28,982.52 | 286.96 | 28,695.56 | 0.00 | Comprobación |

**Taba de amortización (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 195,000.00 | |
| 1 | 28,695.56 | | 28,695.56 | 166,304.44 | |
| 2 | 28,695.56 | 1,663.04 | 27,032.52 | 139,271.93 | |
| 3 | 28,695.56 | 1,392.72 | 27,302.84 | 111,969.08 | |
| 4 | 28,695.56 | 1,119.69 | 27,575.87 | 84,393.22 | |
| 5 | 28,695.56 | 843.93 | 27,851.63 | 56,541.59 | |
| 6 | 28,695.56 | 565.42 | 28,130.14 | 28,411.45 | |
| 7 | 28,695.56 | 284.11 | 28,411.45 | 0.00 | Comprobación |

**Datos:**

*VPN*= $180,000.00
*n*= 8 pagos iguales vencidos
*i*= 7%
*m*= mensual

$$Rp = \frac{VPN}{1-(1+(i/m))^{-n} \,/\, i/m} = Rp = \frac{\$180{,}000.00}{1-(1+(0.07/12))^{-8} \,/\, .07/12}$$

$$Rp = \frac{\$180{,}000.00}{1-(1+(0.0058333))^{-8} \,/\, .00583333} = Rp = \frac{\$180{,}000.00}{1-(0.9545351) \,/\, .00583333}$$

$$Rp = \frac{\$180{,}000.00}{7.7940273} = \$23{,}094.61$$

Solución con un simulador avanzado:

Se puede trabajar en modalidad anticipada, vencida e incluso diferida.

**ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS y DIFERIDAS. (Valor actual y tablas de amortización)**

INICIO

Calculo de anualidades diferidas a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 180,000.00 |
| Tasa mensual | 0.58% |
| n= | 8.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **Anualidad Vencida** | **23,094.63** |
| **Anualidad Anticipada** | **22,960.70** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 23,094.63 |
| i= | 0.58% |
| n= | 8.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **180,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 22,960.70 |
| i= | 0.58% |
| n= | 8.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **180,000.00** |

**Taba de amortización (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 180,000.00 | |
| 1 | 23,094.63 | 1,050.00 | 22,044.63 | 157,955.37 | |
| 2 | 23,094.63 | 921.41 | 22,173.23 | 135,782.14 | |
| 3 | 23,094.63 | 792.06 | 22,302.57 | 113,479.57 | |
| 4 | 23,094.63 | 661.96 | 22,432.67 | 91,046.90 | |
| 5 | 23,094.63 | 531.11 | 22,563.53 | 68,483.38 | |
| 6 | 23,094.63 | 399.49 | 22,695.15 | 45,788.23 | |
| 7 | 23,094.63 | 267.10 | 22,827.53 | 22,960.70 | |
| 8 | 23,094.63 | 133.94 | 22,960.70 | 0.00 | Comprobación |

**Taba de amortización (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 180,000.00 | |
| 1 | 22,960.70 | | 22,960.70 | 157,039.30 | |
| 2 | 22,960.70 | 916.06 | 22,044.63 | 134,994.67 | |
| 3 | 22,960.70 | 787.47 | 22,173.23 | 112,821.45 | |
| 4 | 22,960.70 | 658.13 | 22,302.57 | 90,518.88 | |
| 5 | 22,960.70 | 528.03 | 22,432.67 | 68,086.21 | |
| 6 | 22,960.70 | 397.17 | 22,563.53 | 45,522.68 | |
| 7 | 22,960.70 | 265.55 | 22,695.15 | 22,827.53 | |
| 8 | 22,960.70 | 133.16 | 22,827.53 | 0.00 | Comprobación |

## Datos:

*VPN*= $260,000.00
*n*= 9 pagos iguales vencidos
*i*= 12%
*m*= mensual

### Modalidad vencida

$$Rp = \frac{VPN}{1-(1+(i/m))^{-n} \,/\, i/m} = Rp = \frac{\$260{,}000.00}{1-(1+(0.12/12))^{-9} \,/\, .07/12}$$

$$Rp = \frac{\$260{,}000.00}{1-(1+(0.01))^{-9} \,/\, .01} = Rp = \frac{\$260{,}000.00}{1-(0.91433982) \,/\, .01}$$

$$Rp = \frac{\$260{,}000.00}{8.56601758} = \$30{,}352.49$$

**Modalidad Anticipada**

$$Rp = \frac{VPN}{(1+i/m)\left[\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right]} \quad Rp = \frac{\$260,000.00}{(1+.12/12)\left[\frac{1-(1+.12/12)^{-9}}{.12/12}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$260,000.00}{(1+0.01)\left[\frac{1-(1+0.01)^{-9}}{0.01}\right]} \quad Rp = \frac{\$260,000.00}{(1.01)\left[\frac{1-(1.01)^{-9}}{0.01}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$260,000.00}{(1.01)\left[\frac{1-(0.91433982)}{0.01}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$260,000.00}{(1.01)\left[8.56601758\right]}$$

$$Rp = \frac{\$260,000.00}{8.65167775} = \$30,051.97$$

**ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS y DIFERIDAS. (Valor actual y tablas de amortización)**

INICIO

**Calculo de anualidades diferidas a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.**

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 260,000.00 |
| Tasa mensual | 1.00% |
| n= | 9.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **Anualidad Vencida** | **30,352.49** |
| **Anualidad Anticipada** | **30,051.97** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 30,352.49 |
| i= | 1.00% |
| n= | 9.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **260,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 30,051.97 |
| i= | 1.00% |
| n= | 9.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **260,000.00** |

**Taba de amortización (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 260,000.00 | |
| 1 | 30,352.49 | 2,600.00 | 27,752.49 | 232,247.51 | |
| 2 | 30,352.49 | 2,322.48 | 28,030.02 | 204,217.49 | |
| 3 | 30,352.49 | 2,042.17 | 28,310.32 | 175,907.17 | |
| 4 | 30,352.49 | 1,759.07 | 28,593.42 | 147,313.74 | |
| 5 | 30,352.49 | 1,473.14 | 28,879.36 | 118,434.39 | |
| 6 | 30,352.49 | 1,184.34 | 29,168.15 | 89,266.24 | |
| 7 | 30,352.49 | 892.66 | 29,459.83 | 59,806.40 | |
| 8 | 30,352.49 | 598.06 | 29,754.43 | 30,051.97 | |
| 9 | 30,352.49 | 300.52 | 30,051.97 | 0.00 | Comprobación |

**Taba de amortización (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 260,000.00 | |
| 1 | 30,051.97 | | 30,051.97 | 229,948.03 | |
| 2 | 30,051.97 | 2,299.48 | 27,752.49 | 202,195.53 | |
| 3 | 30,051.97 | 2,021.96 | 28,030.02 | 174,165.51 | |
| 4 | 30,051.97 | 1,741.66 | 28,310.32 | 145,855.19 | |
| 5 | 30,051.97 | 1,458.55 | 28,593.42 | 117,261.77 | |
| 6 | 30,051.97 | 1,172.62 | 28,879.36 | 88,382.41 | |
| 7 | 30,051.97 | 883.82 | 29,168.15 | 59,214.26 | |
| 8 | 30,051.97 | 592.14 | 29,459.83 | 29,754.43 | |
| 9 | 30,051.97 | 297.54 | 29,754.43 | 0.00 | Comprobación |

**Datos:**

*VPN*= $115,000.00
*n*=99 pagos iguales vencidos
*i*= 3.7%
*m*= mensual

Calcular *Rp* en modalidad anticipada y vencida. Además se pide calcular el Saldo Insoluto en el mes 71 en ambas modalidades.

**Modalidad vencida**

$$Rp = \frac{VPN}{1-(1+i)^{-n} \big/ i/m} = Rp = \frac{\$115{,}000.00}{1-(1+0.037)^{-99} \big/ 0.037}$$

$$Rp = \frac{\$115{,}000.00}{1-(1.037)^{-99} \big/ .037} = Rp = \frac{\$115{,}000.00}{1-(0.02740963) \big/ .037}$$

$$Rp = \frac{\$115{,}000.00}{0.97259037 / 0.037} = \frac{\$115{,}000.00}{26.2862263} = \$4{,}374.91$$

**Modalidad Anticipada**

$$Rp = \frac{VPN}{(1+i/m)\left[\frac{1-(1+i/m)^{-n}}{i/m}\right]} \; Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1+0.037)\left[\frac{1-(1+0.037)^{-99}}{0.037}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1+0.037)\left[\frac{1-(1+0.037)^{-99}}{0.037}9\right]} \; Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1.037)\left[\frac{1-(1.037)^{-99}}{0.037}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1.037)\left[\frac{1-(0.02740963)}{0.037}\right]} = Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1.037)\left[\frac{0.97259037)}{0.037}\right]} =$$

$$Rp = \frac{\$115{,}000.00}{(1.037)\left[26.2862263\right]} = \frac{\$115{,}000.00}{27.2588167} = \$4{,}218.82$$

## ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS y **DIFERIDAS**. (Valor actual y tablas de amortización)

**Calculo de anualidades diferidas a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.**

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 115,000.00 |
| Tasa mensual | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **Anualidad Vencida** | **4,374.91** |
| **Anualidad Anticipada** | **4,218.82** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 4,374.91 |
| i= | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **115,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 4,218.82 |
| i= | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **115,000.00** |

**Taba de amortización (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 115,000.00 |
| 1 | 4,374.91 | 4,255.00 | 119.91 | 114,880.09 |
| 2 | 4,374.91 | 4,250.56 | 124.35 | 114,755.73 |
| 3 | 4,374.91 | 4,245.96 | 128.95 | 114,626.78 |
| 4 | 4,374.91 | 4,241.19 | 133.72 | 114,493.06 |
| 5 | 4,374.91 | 4,236.24 | 138.67 | 114,354.39 |
| 6 | 4,374.91 | 4,231.11 | 143.80 | 114,210.58 |
| 7 | 4,374.91 | 4,225.79 | 149.12 | 114,061.46 |
| 8 | 4,374.91 | 4,220.27 | 154.64 | 113,906.82 |
| 9 | 4,374.91 | 4,214.55 | 160.36 | 113,746.46 |
| 10 | 4,374.91 | 4,208.62 | 166.30 | 113,580.16 |
| 11 | 4,374.91 | 4,202.47 | 172.45 | 113,407.71 |
| 12 | 4,374.91 | 4,196.09 | 178.83 | 113,228.88 |
| 13 | 4,374.91 | 4,189.47 | 185.45 | 113,043.44 |
| 14 | 4,374.91 | 4,182.61 | 192.31 | 112,851.13 |
| 15 | 4,374.91 | 4,175.49 | 199.42 | 112,651.71 |
| 16 | 4,374.91 | 4,168.11 | 206.80 | 112,444.90 |
| 17 | 4,374.91 | 4,160.46 | 214.45 | 112,230.45 |
| 18 | 4,374.91 | 4,152.53 | 222.39 | 112,008.06 |
| 19 | 4,374.91 | 4,144.30 | 230.62 | 111,777.45 |
| 20 | 4,374.91 | 4,135.77 | 239.15 | 111,538.30 |
| 21 | 4,374.91 | 4,126.92 | 248.00 | 111,290.30 |
| 22 | 4,374.91 | 4,117.74 | 257.17 | 111,033.12 |
| 23 | 4,374.91 | 4,108.23 | 266.69 | 110,766.44 |
| 24 | 4,374.91 | 4,098.36 | 276.56 | 110,489.88 |
| 25 | 4,374.91 | 4,088.13 | 286.79 | 110,203.09 |
| 26 | 4,374.91 | 4,077.51 | 297.40 | 109,905.69 |
| 27 | 4,374.91 | 4,066.51 | 308.40 | 109,597.29 |
| 28 | 4,374.91 | 4,055.10 | 319.82 | 109,277.47 |
| 29 | 4,374.91 | 4,043.27 | 331.65 | 108,945.82 |
| 30 | 4,374.91 | 4,031.00 | 343.92 | 108,601.90 |
| 31 | 4,374.91 | 4,018.27 | 356.64 | 108,245.26 |
| 32 | 4,374.91 | 4,005.07 | 369.84 | 107,875.42 |
| 33 | 4,374.91 | 3,991.39 | 383.52 | 107,491.89 |
| 34 | 4,374.91 | 3,977.20 | 397.71 | 107,094.18 |
| 35 | 4,374.91 | 3,962.48 | 412.43 | 106,681.75 |
| 36 | 4,374.91 | 3,947.22 | 427.69 | 106,254.06 |
| 37 | 4,374.91 | 3,931.40 | 443.51 | 105,810.54 |
| 38 | 4,374.91 | 3,914.99 | 459.92 | 105,350.62 |
| 39 | 4,374.91 | 3,897.97 | 476.94 | 104,873.68 |
| 40 | 4,374.91 | 3,880.33 | 494.59 | 104,379.09 |
| 41 | 4,374.91 | 3,862.03 | 512.89 | 103,866.20 |
| 42 | 4,374.91 | 3,843.05 | 531.87 | 103,334.33 |
| 43 | 4,374.91 | 3,823.37 | 551.54 | 102,782.79 |
| 44 | 4,374.91 | 3,802.96 | 571.95 | 102,210.84 |
| 45 | 4,374.91 | 3,781.80 | 593.11 | 101,617.72 |
| 46 | 4,374.91 | 3,759.86 | 615.06 | 101,002.67 |
| 47 | 4,374.91 | 3,737.10 | 637.82 | 100,364.85 |
| 48 | 4,374.91 | 3,713.50 | 661.42 | 99,703.43 |
| 49 | 4,374.91 | 3,689.03 | 685.89 | 99,017.55 |
| 50 | 4,374.91 | 3,663.65 | 711.27 | 98,306.28 |
| 51 | 4,374.91 | 3,637.33 | 737.58 | 97,568.70 |
| 52 | 4,374.91 | 3,610.04 | 764.87 | 96,803.83 |
| 53 | 4,374.91 | 3,581.74 | 793.17 | 96,010.65 |
| 54 | 4,374.91 | 3,552.39 | 822.52 | 95,188.13 |
| 55 | 4,374.91 | 3,521.96 | 852.95 | 94,335.18 |
| 56 | 4,374.91 | 3,490.40 | 884.51 | 93,450.66 |
| 57 | 4,374.91 | 3,457.67 | 917.24 | 92,533.42 |
| 58 | 4,374.91 | 3,423.74 | 951.18 | 91,582.25 |
| 59 | 4,374.91 | 3,388.54 | 986.37 | 90,595.87 |
| 60 | 4,374.91 | 3,352.05 | 1,022.87 | 89,573.01 |
| 61 | 4,374.91 | 3,314.20 | 1,060.71 | 88,512.29 |
| 62 | 4,374.91 | 3,274.95 | 1,099.96 | 87,412.33 |
| 63 | 4,374.91 | 3,234.26 | 1,140.66 | 86,271.68 |
| 64 | 4,374.91 | 3,192.05 | 1,182.86 | 85,088.81 |
| 65 | 4,374.91 | 3,148.29 | 1,226.63 | 83,862.18 |
| 66 | 4,374.91 | 3,102.90 | 1,272.01 | 82,590.17 |
| 67 | 4,374.91 | 3,055.84 | 1,319.08 | 81,271.09 |
| 68 | 4,374.91 | 3,007.03 | 1,367.88 | 79,903.21 |
| 69 | 4,374.91 | 2,956.42 | 1,418.50 | 78,484.71 |
| 70 | 4,374.91 | 2,903.93 | 1,470.98 | 77,013.73 |
| 71 | 4,374.91 | 2,849.51 | 1,525.41 | 75,488.32 |
| 72 | 4,374.91 | 2,793.07 | 1,581.85 | 73,906.48 |
| 73 | 4,374.91 | 2,734.54 | 1,640.38 | 72,266.10 |
| 74 | 4,374.91 | 2,673.85 | 1,701.07 | 70,565.03 |
| 75 | 4,374.91 | 2,610.91 | 1,764.01 | 68,801.02 |
| 76 | 4,374.91 | 2,545.64 | 1,829.28 | 66,971.75 |
| 77 | 4,374.91 | 2,477.95 | 1,896.96 | 65,074.79 |
| 78 | 4,374.91 | 2,407.77 | 1,967.15 | 63,107.64 |
| 79 | 4,374.91 | 2,334.98 | 2,039.93 | 61,067.71 |
| 80 | 4,374.91 | 2,259.51 | 2,115.41 | 58,952.30 |
| 81 | 4,374.91 | 2,181.24 | 2,193.68 | 56,758.62 |
| 82 | 4,374.91 | 2,100.07 | 2,274.85 | 54,483.77 |
| 83 | 4,374.91 | 2,015.90 | 2,359.02 | 52,124.76 |
| 84 | 4,374.91 | 1,928.62 | 2,446.30 | 49,678.46 |
| 85 | 4,374.91 | 1,838.10 | 2,536.81 | 47,141.65 |
| 86 | 4,374.91 | 1,744.24 | 2,630.67 | 44,510.97 |
| 87 | 4,374.91 | 1,646.91 | 2,728.01 | 41,782.96 |
| 88 | 4,374.91 | 1,545.97 | 2,828.95 | 38,954.02 |
| 89 | 4,374.91 | 1,441.30 | 2,933.62 | 36,020.40 |
| 90 | 4,374.91 | 1,332.75 | 3,042.16 | 32,978.24 |
| 91 | 4,374.91 | 1,220.19 | 3,154.72 | 29,823.52 |
| 92 | 4,374.91 | 1,103.47 | 3,271.44 | 26,552.08 |
| 93 | 4,374.91 | 982.43 | 3,392.49 | 23,159.59 |
| 94 | 4,374.91 | 856.90 | 3,518.01 | 19,641.58 |
| 95 | 4,374.91 | 726.74 | 3,648.18 | 15,993.40 |
| 96 | 4,374.91 | 591.76 | 3,783.16 | 12,210.25 |
| 97 | 4,374.91 | 451.78 | 3,923.14 | 8,287.11 |
| 98 | 4,374.91 | 306.62 | 4,068.29 | 4,218.82 |
| 99 | 4,374.91 | 156.10 | 4,218.82 | 0.00 |

Comprobación

**Taba de amortización (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Capital | Saldo |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | 115,000.00 |
| 1 | 4,218.82 | | 4,218.82 | 110,781.18 |
| 2 | 4,218.82 | 4,098.90 | 119.91 | 110,661.27 |
| 3 | 4,218.82 | 4,094.47 | 124.35 | 110,536.92 |
| 4 | 4,218.82 | 4,089.87 | 128.95 | 110,407.96 |
| 5 | 4,218.82 | 4,085.09 | 133.72 | 110,274.24 |
| 6 | 4,218.82 | 4,080.15 | 138.67 | 110,135.57 |
| 7 | 4,218.82 | 4,075.02 | 143.80 | 109,991.76 |
| 8 | 4,218.82 | 4,069.70 | 149.12 | 109,842.64 |
| 9 | 4,218.82 | 4,064.18 | 154.64 | 109,688.00 |
| 10 | 4,218.82 | 4,058.46 | 160.36 | 109,527.64 |
| 11 | 4,218.82 | 4,052.52 | 166.30 | 109,361.34 |
| 12 | 4,218.82 | 4,046.37 | 172.45 | 109,188.89 |
| 13 | 4,218.82 | 4,039.99 | 178.83 | 109,010.06 |
| 14 | 4,218.82 | 4,033.37 | 185.45 | 108,824.62 |
| 15 | 4,218.82 | 4,026.51 | 192.31 | 108,632.31 |
| 16 | 4,218.82 | 4,019.40 | 199.42 | 108,432.89 |
| 17 | 4,218.82 | 4,012.02 | 206.80 | 108,226.09 |
| 18 | 4,218.82 | 4,004.37 | 214.45 | 108,011.63 |
| 19 | 4,218.82 | 3,996.43 | 222.39 | 107,789.24 |
| 20 | 4,218.82 | 3,988.20 | 230.62 | 107,558.63 |
| 21 | 4,218.82 | 3,979.67 | 239.15 | 107,319.48 |
| 22 | 4,218.82 | 3,970.82 | 248.00 | 107,071.48 |
| 23 | 4,218.82 | 3,961.64 | 257.17 | 106,814.31 |
| 24 | 4,218.82 | 3,952.13 | 266.69 | 106,547.62 |
| 25 | 4,218.82 | 3,942.26 | 276.56 | 106,271.06 |
| 26 | 4,218.82 | 3,932.03 | 286.79 | 105,984.27 |
| 27 | 4,218.82 | 3,921.42 | 297.40 | 105,686.87 |
| 28 | 4,218.82 | 3,910.41 | 308.40 | 105,378.47 |
| 29 | 4,218.82 | 3,899.00 | 319.82 | 105,058.65 |
| 30 | 4,218.82 | 3,887.17 | 331.65 | 104,727.00 |
| 31 | 4,218.82 | 3,874.90 | 343.92 | 104,383.08 |
| 32 | 4,218.82 | 3,862.17 | 356.64 | 104,026.44 |
| 33 | 4,218.82 | 3,848.98 | 369.84 | 103,656.60 |
| 34 | 4,218.82 | 3,835.29 | 383.52 | 103,273.07 |
| 35 | 4,218.82 | 3,821.10 | 397.71 | 102,875.36 |
| 36 | 4,218.82 | 3,806.39 | 412.43 | 102,462.93 |
| 37 | 4,218.82 | 3,791.13 | 427.69 | 102,035.24 |
| 38 | 4,218.82 | 3,775.30 | 443.51 | 101,591.73 |
| 39 | 4,218.82 | 3,758.89 | 459.92 | 101,131.80 |
| 40 | 4,218.82 | 3,741.88 | 476.94 | 100,654.86 |
| 41 | 4,218.82 | 3,724.23 | 494.59 | 100,160.27 |
| 42 | 4,218.82 | 3,705.93 | 512.89 | 99,647.38 |
| 43 | 4,218.82 | 3,686.95 | 531.87 | 99,115.52 |
| 44 | 4,218.82 | 3,667.27 | 551.54 | 98,563.97 |
| 45 | 4,218.82 | 3,646.87 | 571.95 | 97,992.02 |
| 46 | 4,218.82 | 3,625.70 | 593.11 | 97,398.91 |
| 47 | 4,218.82 | 3,603.76 | 615.06 | 96,783.85 |
| 48 | 4,218.82 | 3,581.00 | 637.82 | 96,146.03 |
| 49 | 4,218.82 | 3,557.40 | 661.42 | 95,484.62 |
| 50 | 4,218.82 | 3,532.93 | 685.89 | 94,798.73 |
| 51 | 4,218.82 | 3,507.55 | 711.27 | 94,087.46 |
| 52 | 4,218.82 | 3,481.24 | 737.58 | 93,349.88 |
| 53 | 4,218.82 | 3,453.95 | 764.87 | 92,585.01 |
| 54 | 4,218.82 | 3,425.65 | 793.17 | 91,791.83 |
| 55 | 4,218.82 | 3,396.30 | 822.52 | 90,969.31 |
| 56 | 4,218.82 | 3,365.86 | 852.95 | 90,116.36 |
| 57 | 4,218.82 | 3,334.31 | 884.51 | 89,231.85 |
| 58 | 4,218.82 | 3,301.58 | 917.24 | 88,314.61 |
| 59 | 4,218.82 | 3,267.64 | 951.18 | 87,363.43 |
| 60 | 4,218.82 | 3,232.45 | 986.37 | 86,377.06 |
| 61 | 4,218.82 | 3,195.95 | 1,022.87 | 85,354.19 |
| 62 | 4,218.82 | 3,158.10 | 1,060.71 | 84,293.48 |
| 63 | 4,218.82 | 3,118.86 | 1,099.96 | 83,193.52 |
| 64 | 4,218.82 | 3,078.16 | 1,140.66 | 82,052.86 |
| 65 | 4,218.82 | 3,035.96 | 1,182.86 | 80,869.99 |
| 66 | 4,218.82 | 2,992.19 | 1,226.63 | 79,643.37 |
| 67 | 4,218.82 | 2,946.80 | 1,272.01 | 78,371.35 |
| 68 | 4,218.82 | 2,899.74 | 1,319.08 | 77,052.27 |
| 69 | 4,218.82 | 2,850.93 | 1,367.88 | 75,684.39 |
| 70 | 4,218.82 | 2,800.32 | 1,418.50 | 74,265.89 |
| 71 | 4,218.82 | 2,747.84 | 1,470.98 | 72,794.91 |
| 72 | 4,218.82 | 2,693.41 | 1,525.41 | 71,269.51 |
| 73 | 4,218.82 | 2,636.97 | 1,581.85 | 69,687.66 |
| 74 | 4,218.82 | 2,578.44 | 1,640.38 | 68,047.28 |
| 75 | 4,218.82 | 2,517.75 | 1,701.07 | 66,346.21 |
| 76 | 4,218.82 | 2,454.81 | 1,764.01 | 64,582.21 |
| 77 | 4,218.82 | 2,389.54 | 1,829.28 | 62,752.93 |
| 78 | 4,218.82 | 2,321.86 | 1,896.96 | 60,855.97 |
| 79 | 4,218.82 | 2,251.67 | 1,967.15 | 58,888.82 |
| 80 | 4,218.82 | 2,178.89 | 2,039.93 | 56,848.89 |
| 81 | 4,218.82 | 2,103.41 | 2,115.41 | 54,733.48 |
| 82 | 4,218.82 | 2,025.14 | 2,193.68 | 52,539.80 |
| 83 | 4,218.82 | 1,943.97 | 2,274.85 | 50,264.95 |
| 84 | 4,218.82 | 1,859.80 | 2,359.02 | 47,905.94 |
| 85 | 4,218.82 | 1,772.52 | 2,446.30 | 45,459.64 |
| 86 | 4,218.82 | 1,682.01 | 2,536.81 | 42,922.83 |
| 87 | 4,218.82 | 1,588.14 | 2,630.67 | 40,292.15 |
| 88 | 4,218.82 | 1,490.81 | 2,728.01 | 37,564.15 |
| 89 | 4,218.82 | 1,389.87 | 2,828.95 | 34,735.20 |
| 90 | 4,218.82 | 1,285.20 | 2,933.62 | 31,801.58 |
| 91 | 4,218.82 | 1,176.66 | 3,042.16 | 28,759.42 |
| 92 | 4,218.82 | 1,064.10 | 3,154.72 | 25,604.70 |
| 93 | 4,218.82 | 947.37 | 3,271.44 | 22,333.26 |
| 94 | 4,218.82 | 826.33 | 3,392.49 | 18,940.77 |
| 95 | 4,218.82 | 700.81 | 3,518.01 | 15,422.76 |
| 96 | 4,218.82 | 570.64 | 3,648.18 | 11,774.59 |
| 97 | 4,218.82 | 435.66 | 3,783.16 | 7,991.43 |
| 98 | 4,218.82 | 295.68 | 3,923.14 | 4,068.29 |
| 99 | 4,218.82 | 150.53 | 4,068.29 | 0.00 |

Comprobación

Solo como ejemplo, aplicaremos la fórmula del Saldo Insoluto para identificar la cantidad que se adeuda al final del mes 71 en modalidad vencida:

$$S_{do}I = \$115,000.00(1+0.037)^{71} - \$4,374.91\frac{(1+0.037)^{71}-1}{0.037}$$

$$S_{do}.I = \$115,000.00(13.1914247) - \$4,374.91\frac{(13.1914247-1)}{0.037}$$

$$S_{do}.I = \$115,000.00(13.1914247) - \$4,374.91(329.497966)$$

$$S_{do}.I = \$1'517,013.84 - \$1'441,525.52$$

$$S_{do}.I = \$75,488.32$$

**ANUALIDADES SIMPLES, CIERTAS y DIFERIDAS. (Valor actual y tablas de amortización)**

**Calculo de anualidades diferidas a partir del Valor Actual y comprobación con tablas de amortización.**

| | |
|---|---|
| VALOR ACTUAL=C= | 115,000.00 |
| Tasa mensual | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **Anualidad Vencida** | **4,374.91** |
| **Anualidad Anticipada** | **4,218.82** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Vencida** | 4,374.91 |
| i= | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **115,000.00** |

| | |
|---|---|
| **Anualidad Anticipada** | 4,218.82 |
| i= | 3.70% |
| n= | 99.00 |
| Periodos diferidos= | 0.00 |
| **VALOR ACTUAL=C=** | **115,000.00** |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 70 | 4,374.91 | 2,903.93 | 1,470.98 | 77,013.73 |
| 71 | 4,374.91 | 2,849.51 | 1,525.41 | 75,488.32 |
| 72 | 4,374.91 | 2,793.07 | 1,581.85 | 73,906.48 |

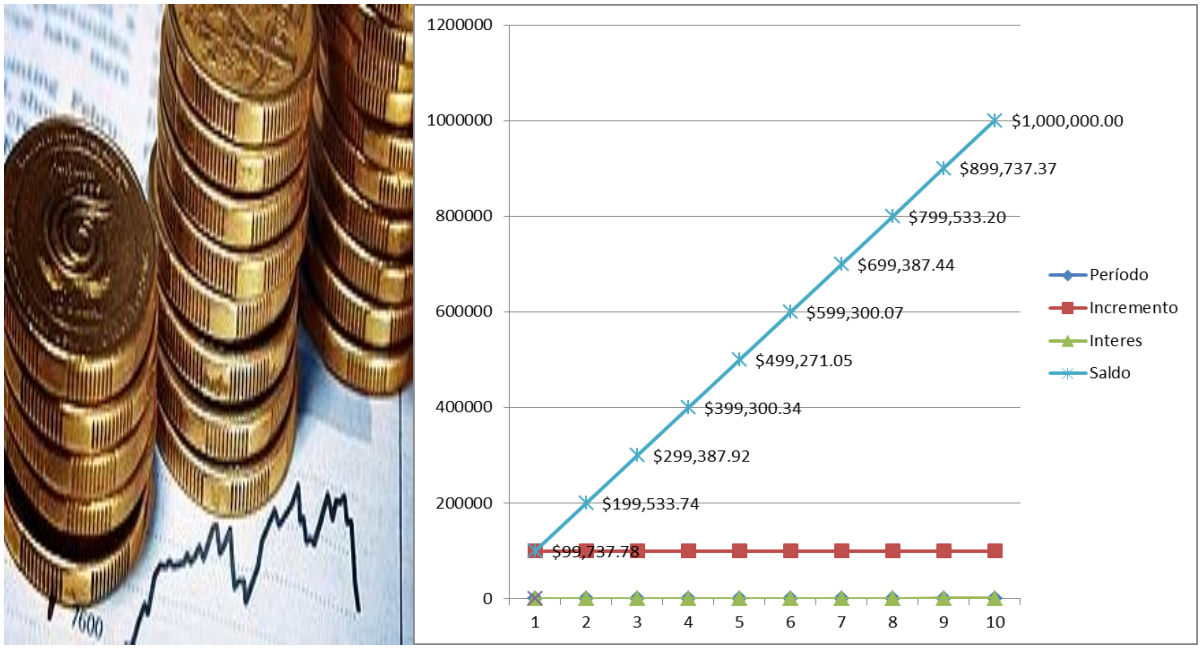
# Fin del Capitulo

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx








# CAPÍTULO VII
# FONDOS DE AMORTIZACIÓN

# 7.1.- FONDOS DE AMORTIZACIONES 

## 7.1.1.- CONCEPTOS BÁSICOS

Habiendo estudiado las amortizaciones en el punto anterior, ahora presentamos el modelo matemático para constituir un "Fondo de Amortización". Señalábamos que las amortizaciones son utilizadas en el ámbito de las finanzas y el comercio para calcular el pago gradual de una deuda, ya que sabemos que en la actividad financiera es común que las empresas y las personas busquen financiamiento o crédito, sea para capitalizarse o para la adquisición de bienes (activos).

Ahora el punto podría ser a la inversa, es decir, cuando tenemos una obligación en el corto o largo plazo, podemos empezar ahorrando gradualmente hasta reunir el importe deseado, claro está, con sus respectivos rendimientos.

Es aquí cuando la figura del "Fondo de Amortización" se hace necesaria.

## 7.1.2.- Procedimiento:

Para calcular el monto que se desea obtener en el tiempo "*n*" a una tasa *"i"* es necesario conocer el importe de los depósitos o abonos periódicos, por lo que debemos utilizar la fórmula del monto de la anualidad ordinaria si los depósitos los hacemos al final de mes, esto, solo para efectos didácticos y de razonamiento matemático, ya que debemos recordar que un depósito a una cuenta de ahorro se hace al momento de aperturar la cuenta y así sucesivamente cada mes o período regular en que se haya pactado realizar los abonos ( depósitos):

**Su monto:** $VF = Rp\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ ó $M = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$

En su caso si los depósitos se hacen a principio de mes, se utiliza la fórmula del monto de la anualidad anticipada:

**Su monto:** $VF = Rp(1+{}^{i}\!/_{m})\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$ *ó*

$$M = A(1+{}^{i}\!/_{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$$

Nuevamente se hace un recordatorio en relación a la expresión "*i/m":* Esta pueda ser utilizada indistintamente para el caso en que se tenga que calcular la tasa que habrá de capitalizarse, esto es, cuando se tiene una tasa nominal (*anual*) del 8.5% y su capitalización es mensual, entonces se debe tomar (.085/12=0.007083333), otro ejemplo sería "(i/m*t), cuando se tiene una tasa nominal *(anual)* del 8.5% y su capitalización es cada 15 días en interés exacto, esta deberá ser calculada de la siguiente forma:

$$(\frac{i}{365}*15) = (\frac{0.085}{365}*15) = 0.003493151$$

Que es lo mismo que 0.03493151%, y si calculamos el número de quincenas en un año exacto, entonces quedaría de la siguiente forma: 365/15=24.3333333

Si calculamos la tasa efectiva anual del 8.5%, ésta quedaría así

$$\text{Te} = \left[ (1+(\frac{i}{365}*15))^{n/m} - 1 \right]*100 = \left[ (1+(\frac{0.085}{365}*15)^{365/15} - 1 \right]*100 = \left[ (1+(0.003493151)^{24.3333333} - 1 \right]*100$$

$$Te = (1.08855582) - 1*100 = 8.855582\%$$

## 7.1.3.- Ejercicios resueltos:

Supongamos los siguientes datos:

La empresa AGSSA tendrá que realizar un pago por $527,500.00 el día 31 de diciembre del 2015 por concepto de liquidación de pasivos contraídos previamente, y será en una sola exhibición. Tal monto ya incluye el cargo financiero que acordaron por el financiamiento de las mercancías.

Para ello la empresa toma la decisión de establecer un fondo de ahorro mensual a finales del mes de Marzo del 2014, a efecto de poder acumular la cantidad señalada.

De las opciones de tasa de rendimiento que le han ofrecido, destaca la del 9% nominal capitalizable mensualmente, por lo que ahora la pregunta pertinente es:

¿Qué cantidad debe depositar a fin de mes para acumular el monto deseado?

De la fórmula de la anualidad ordinaria tenemos que: $M = A\dfrac{(1+\frac{i}{m})^{n/m}-1}{i/m}$

**Donde:**

$M$ = Monto deseado
$i$ = la tasa de interés nominal
$m$ = la capitalización
$n$ = el tiempo o número de depósitos
$A$ = el abono o depósito mensual

El valor de "*n*" ya es un dato conocido, es decir, para el 2015 serían 12 abonos y para el 2014 serían 10, en total son 22 depósitos

De ahí que:

$$A = \frac{M}{\dfrac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}}$$

**Se despeja *A*: para conocer el importe de cada depósito**

## Resolvemos con la fórmula

$$A = \frac{\$527{,}500.00}{\dfrac{(1+.09/12)^{22}-1}{.09/12}} \quad A = \frac{\$527{,}500.00}{\dfrac{(1+.0075)^{22}-1}{.0075}} \quad A = \frac{\$527{,}500.00}{\dfrac{(1.17866722)-1}{.0075}} \quad A = \frac{\$527{,}500.00}{\dfrac{(.17866722)}{.0075}}$$

$$A = \frac{\$527{,}500.00}{23.8222961}$$

$A = \$22{,}143.12$ Este es el importe de cada depósito

# Solución utilizando un simulador en Excel



## FONDO DE AMORTIZACIÓN

| | | | |
|---|---|---|---|
| *M* | $527,500.00 | | |
| *A* | $22,143.12 | Tasa | **Capitalización mensual** |
| *i/m* | 9.00%/12 | Anual | 0.0075 |
| *n* | 22 | | |

$$M = A\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i/m} \quad \text{despeje A}$$

$$A = \frac{M}{\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}}$$

**FONDO DE AMORTIZACIÓN**

| TOTALES | $487,148.68 | $40,351.32 | $527,500.00 |
|---|---|---|---|
| Período | Abono periódico | Interés generado | Saldo |
| 1 | **$22,143.12** | $0.00 | $22,143.12 |
| 2 | **$22,143.12** | $166.07 | $44,452.32 |
| 3 | **$22,143.12** | $333.39 | $66,928.83 |
| 4 | **$22,143.12** | $501.97 | $89,573.92 |
| 5 | **$22,143.12** | $671.80 | $112,388.84 |
| 6 | **$22,143.12** | $842.92 | $135,374.88 |
| 7 | **$22,143.12** | $1,015.31 | $158,533.32 |
| 8 | **$22,143.12** | $1,189.00 | $181,865.44 |
| 9 | **$22,143.12** | $1,363.99 | $205,372.55 |
| 10 | **$22,143.12** | $1,540.29 | $229,055.97 |
| 11 | **$22,143.12** | $1,717.92 | $252,917.01 |
| 12 | **$22,143.12** | $1,896.88 | $276,957.01 |
| 13 | **$22,143.12** | $2,077.18 | $301,177.30 |
| 14 | **$22,143.12** | $2,258.83 | $325,579.26 |
| 15 | **$22,143.12** | $2,441.84 | $350,164.22 |
| 16 | **$22,143.12** | $2,626.23 | $374,933.58 |
| 17 | **$22,143.12** | $2,812.00 | $399,888.70 |
| 18 | **$22,143.12** | $2,999.17 | $425,030.99 |
| 19 | **$22,143.12** | $3,187.73 | $450,361.84 |
| 20 | **$22,143.12** | $3,377.71 | $475,882.67 |
| 21 | **$22,143.12** | $3,569.12 | $501,594.92 |
| 22 | **$22,143.12** | $3,761.96 | $527,500.00 |

**Es la cantidad que requiere la empresa para liquidar su pasivo**

$A = \$22{,}143.12$

**Comprobado.....**

Ahora resolvamos el ejercicio considerando los mismos datos, sólo que los depósitos se hacen al principio de cada mes (así sucede en la vida real):

De la fórmula de la anualidad anticipada:

$$M = A(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$ Despejamos *A* y obtenemos:

$$A = \frac{M}{(1+i/m)\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}}$$

**Dónde:**

***M*** = Monto deseado
***i*** = la tasa de interés nominal
***m*** = la capitalización
***n***= el tiempo o número de depósitos
***A***= el abono o depósito mensual

**Se resuelve:** $A = \frac{\$527{,}500.00}{(1+.09/12)\frac{(1+.09/12)^{22}-1}{.09/12}}$ $A = \frac{\$527{,}500.00}{(1+.0075)\frac{(1+.0075)^{22}-1}{.0075}}$

$A = \frac{\$527{,}500.00}{(1.0075)\frac{(1.0075)^{22}-1}{.0075}}$ $A = \frac{\$527{,}500.00}{(1.0075)\frac{(1.17866722)-1}{.0075}}$ $A = \frac{\$527{,}500.00}{(1.0075)\frac{(.17866722)}{.0075}}$

$A = \frac{\$527{,}500.00}{(1.0075)(23.8222961)}$ $A = \frac{\$527{,}500.00}{(1.0075)(23.8222961)}$ $A = \frac{\$527{,}500.00}{(24.0009633)}$

$A = \$21{,}978.28$ Este es el importe de cada depósito



# Solución utilizando un simulador en Excel

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

| | | | |
|---|---|---|---|
| M | $527,500.00 | | |
| A | $21,978.29 | Tasa | |
| i/m | 9.00% | Anual | |
| n | 22 | | |

$$M = A(1+i/m)\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}$$

despeje A

$$A = \frac{M}{(1+i/m)\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}}$$

-

## FONDO DE AMORTIZACIÓN

| TOTALES | $483,522.38 | $ 43,977.75 | $ 527,500.13 |
|---|---|---|---|
| Período | Abono periódico | Interés | Saldo |
| 1 | **$21,978.29** | 164.84 | $22,143.13 |
| 2 | **$21,978.29** | $330.91 | $44,452.33 |
| 3 | **$21,978.29** | $498.23 | $66,928.85 |
| 4 | **$21,978.29** | $666.80 | $89,573.94 |
| 5 | **$21,978.29** | $836.64 | $112,388.87 |
| 6 | **$21,978.29** | $1,007.75 | $135,374.92 |
| 7 | **$21,978.29** | $1,180.15 | $158,533.36 |
| 8 | **$21,978.29** | $1,353.84 | $181,865.48 |
| 9 | **$21,978.29** | $1,528.83 | $205,372.60 |
| 10 | **$21,978.29** | $1,705.13 | $229,056.02 |
| 11 | **$21,978.29** | $1,882.76 | $252,917.07 |
| 12 | **$21,978.29** | $2,061.72 | $276,957.08 |
| 13 | **$21,978.29** | $2,242.02 | $301,177.38 |
| 14 | **$21,978.29** | $2,423.67 | $325,579.34 |
| 15 | **$21,978.29** | $2,606.68 | $350,164.31 |
| 16 | **$21,978.29** | $2,791.07 | $374,933.67 |
| 17 | **$21,978.29** | $2,976.84 | $399,888.80 |
| 18 | **$21,978.29** | $3,164.00 | $425,031.09 |
| 19 | **$21,978.29** | $3,352.57 | $450,361.95 |
| 20 | **$21,978.29** | $3,542.55 | $475,882.79 |
| 21 | **$21,978.29** | $3,733.96 | $501,595.04 |
| 22 | **$21,978.29** | $3,926.80 | $527,500.13 |

**Es la cantidad que requiere la empresa para liquidar su pasivo**

$A = \$21{,}978.28$

**Comprobado.....**

## 7.1.4.- Ejercicios resueltos con simuladores:

### Desarrollo de otro ejercicio:

La empresa Apolo S.A. tendrá que realizar un pago por $1'000,000.00 el día 31 de diciembre del 2020 por concepto de liquidación de pasivos contraídos previamente con un proveedor, el cuál será en una sola exhibición. Si una Institución Financiera de la localidad está ofreciendo un rendimiento neto del 6.9% anual, capitalizable cada mes, por lo que ahora se preguntan: ¿Qué cantidad deben depositar cada mes, si inician el 01 de enero del 2015?

Nota: La deuda ya incluye el cargo financiero que acordaron por el financiamiento de las mercancías.

## Resolviendo con un simulador en Excel, se obtiene lo siguiente:

De la fórmula de la anualidad anticipada:

$$M = A(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{(1+\frac{i}{m})^{n} - 1}{i/m}$$

Despejamos *A* y obtenemos:

$$A = \frac{M}{(1+i/m)\frac{(1+i/m)^{n}-1}{i/m}}$$

**Dónde:**

***M*** = Monto deseado
***i*** = la tasa de interés nominal
***m*** = la capitalización
***n***= el tiempo o número de depósitos (72 abonos)
***A***= el abono o depósito mensual

# Formato 1:

| Mes | Depósito | Importe interés mensual $ | Incremento $ | Saldo $ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 11,251.03 | | 11,251.03 | 11,251.03 |
| 2 | 11,251.03 | 64.69 | 11,315.72 | 22,566.75 |
| 3 | 11,251.03 | 129.76 | 11,380.79 | 33,947.54 |
| 4 | 11,251.03 | 195.20 | 11,446.23 | 45,393.76 |
| 5 | 11,251.03 | 261.01 | 11,512.04 | 56,905.81 |
| 6 | 11,251.03 | 327.21 | 11,578.24 | 68,484.04 |
| 7 | 11,251.03 | 393.78 | 11,644.81 | 80,128.86 |
| 8 | 11,251.03 | 460.74 | 11,711.77 | 91,840.63 |
| 9 | 11,251.03 | 528.08 | 11,779.11 | 103,619.74 |
| 10 | 11,251.03 | 595.81 | 11,846.84 | 115,466.58 |
| 11 | 11,251.03 | 663.93 | 11,914.96 | 127,381.54 |
| 12 | 11,251.03 | 732.44 | 11,983.47 | 139,365.01 |
| 13 | 11,251.03 | 801.35 | 12,052.38 | 151,417.39 |
| 14 | 11,251.03 | 870.65 | 12,121.68 | 163,539.07 |
| 15 | 11,251.03 | 940.35 | 12,191.38 | 175,730.45 |
| 16 | 11,251.03 | 1,010.45 | 12,261.48 | 187,991.93 |
| 17 | 11,251.03 | 1,080.95 | 12,331.98 | 200,323.91 |
| 18 | 11,251.03 | 1,151.86 | 12,402.89 | 212,726.80 |
| 19 | 11,251.03 | 1,223.18 | 12,474.21 | 225,201.01 |
| 20 | 11,251.03 | 1,294.91 | 12,545.93 | 237,746.94 |
| 21 | 11,251.03 | 1,367.04 | 12,618.07 | 250,365.02 |
| 22 | 11,251.03 | 1,439.60 | 12,690.63 | 263,055.64 |
| 23 | 11,251.03 | 1,512.57 | 12,763.60 | 275,819.24 |
| 24 | 11,251.03 | 1,585.96 | 12,836.99 | 288,656.23 |
| 25 | 11,251.03 | 1,659.77 | 12,910.80 | 301,567.03 |
| 26 | 11,251.03 | 1,734.01 | 12,985.04 | 314,552.07 |
| 27 | 11,251.03 | 1,808.67 | 13,059.70 | 327,611.77 |
| 28 | 11,251.03 | 1,883.77 | 13,134.80 | 340,746.57 |
| 29 | 11,251.03 | 1,959.29 | 13,210.32 | 353,956.89 |
| 30 | 11,251.03 | 2,035.25 | 13,286.28 | 367,243.17 |
| 31 | 11,251.03 | 2,111.65 | 13,362.68 | 380,605.85 |
| 32 | 11,251.03 | 2,188.48 | 13,439.51 | 394,045.36 |
| 33 | 11,251.03 | 2,265.76 | 13,516.79 | 407,562.15 |
| 34 | 11,251.03 | 2,343.48 | 13,594.51 | 421,156.66 |
| 35 | 11,251.03 | 2,421.65 | 13,672.68 | 434,829.34 |
| 36 | 11,251.03 | 2,500.27 | 13,751.30 | 448,580.64 |
| 37 | 11,251.03 | 2,579.34 | 13,830.37 | 462,411.01 |
| 38 | 11,251.03 | 2,658.86 | 13,909.89 | 476,320.90 |
| 39 | 11,251.03 | 2,738.85 | 13,989.87 | 490,310.77 |
| 40 | 11,251.03 | 2,819.29 | 14,070.32 | 504,381.09 |
| 41 | 11,251.03 | 2,900.19 | 14,151.22 | 518,532.31 |
| 42 | 11,251.03 | 2,981.56 | 14,232.59 | 532,764.90 |
| 43 | 11,251.03 | 3,063.40 | 14,314.43 | 547,079.32 |
| 44 | 11,251.03 | 3,145.71 | 14,396.73 | 561,476.06 |
| 45 | 11,251.03 | 3,228.49 | 14,479.52 | 575,955.57 |
| 46 | 11,251.03 | 3,311.74 | 14,562.77 | 590,518.35 |
| 47 | 11,251.03 | 3,395.48 | 14,646.51 | 605,164.86 |
| 48 | 11,251.03 | 3,479.70 | 14,730.73 | 619,895.58 |
| 49 | 11,251.03 | 3,564.40 | 14,815.43 | 634,711.01 |
| 50 | 11,251.03 | 3,649.59 | 14,900.62 | 649,611.63 |
| 51 | 11,251.03 | 3,735.27 | 14,986.30 | 664,597.92 |
| 52 | 11,251.03 | 3,821.44 | 15,072.47 | 679,670.39 |
| 53 | 11,251.03 | 3,908.10 | 15,159.13 | 694,829.52 |
| 54 | 11,251.03 | 3,995.27 | 15,246.30 | 710,075.82 |
| 55 | 11,251.03 | 4,082.94 | 15,333.96 | 725,409.79 |
| 56 | 11,251.03 | 4,171.11 | 15,422.13 | 740,831.92 |
| 57 | 11,251.03 | 4,259.78 | 15,510.81 | 756,342.73 |
| 58 | 11,251.03 | 4,348.97 | 15,600.00 | 771,942.73 |
| 59 | 11,251.03 | 4,438.67 | 15,689.70 | 787,632.43 |
| 60 | 11,251.03 | 4,528.89 | 15,779.92 | 803,412.35 |
| 61 | 11,251.03 | 4,619.62 | 15,870.65 | 819,283.00 |
| 62 | 11,251.03 | 4,710.88 | 15,961.91 | 835,244.90 |
| 63 | 11,251.03 | 4,802.66 | 16,053.69 | 851,298.59 |
| 64 | 11,251.03 | 4,894.97 | 16,146.00 | 867,444.58 |
| 65 | 11,251.03 | 4,987.81 | 16,238.83 | 883,683.42 |
| 66 | 11,251.03 | 5,081.18 | 16,332.21 | 900,015.63 |
| 67 | 11,251.03 | 5,175.09 | 16,426.12 | 916,441.75 |
| 68 | 11,251.03 | 5,269.54 | 16,520.57 | 932,962.31 |
| 69 | 11,251.03 | 5,364.53 | 16,615.56 | 949,577.88 |
| 70 | 11,251.03 | 5,460.07 | 16,711.10 | 966,288.98 |
| 71 | 11,251.03 | 5,556.16 | 16,807.19 | 983,096.17 |
| 72 | 11,251.03 | 5,652.80 | 16,903.83 | 1,000,000.00 |

## FONDOS DE AMORTIZACIÓN

Menú

$$X = R\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

**NOTACIÓN**

Donde:

| | |
|---|---|
| X= | Cantidad deseada |
| R = | Renta o cantidad similares a depositar |
| i = | Tasa de interés (en %) |
| n = | No. de periodos de capitalización |
| 1 = | Unidad |
| r= | $((1+i)^n-1)/i$ |

$$R = \frac{X}{R}$$

*Formula monto de cada depósito*

| Datos | |
|---|---|
| R= | 11,251.03 |
| X= | 1,000,000 |
| i nominal= | 6.900000% |
| capitalización | 12.000 |
| n= | 72 |
| Unidad= | 1 |

*Mensual*

Indicar el periodo de capitalización de la tasa nominal (mensual, trimestral, semestral,etc.)

*Meses*

Indicar el plazo de capitalización (meses, trimestres, semestres, etc.)

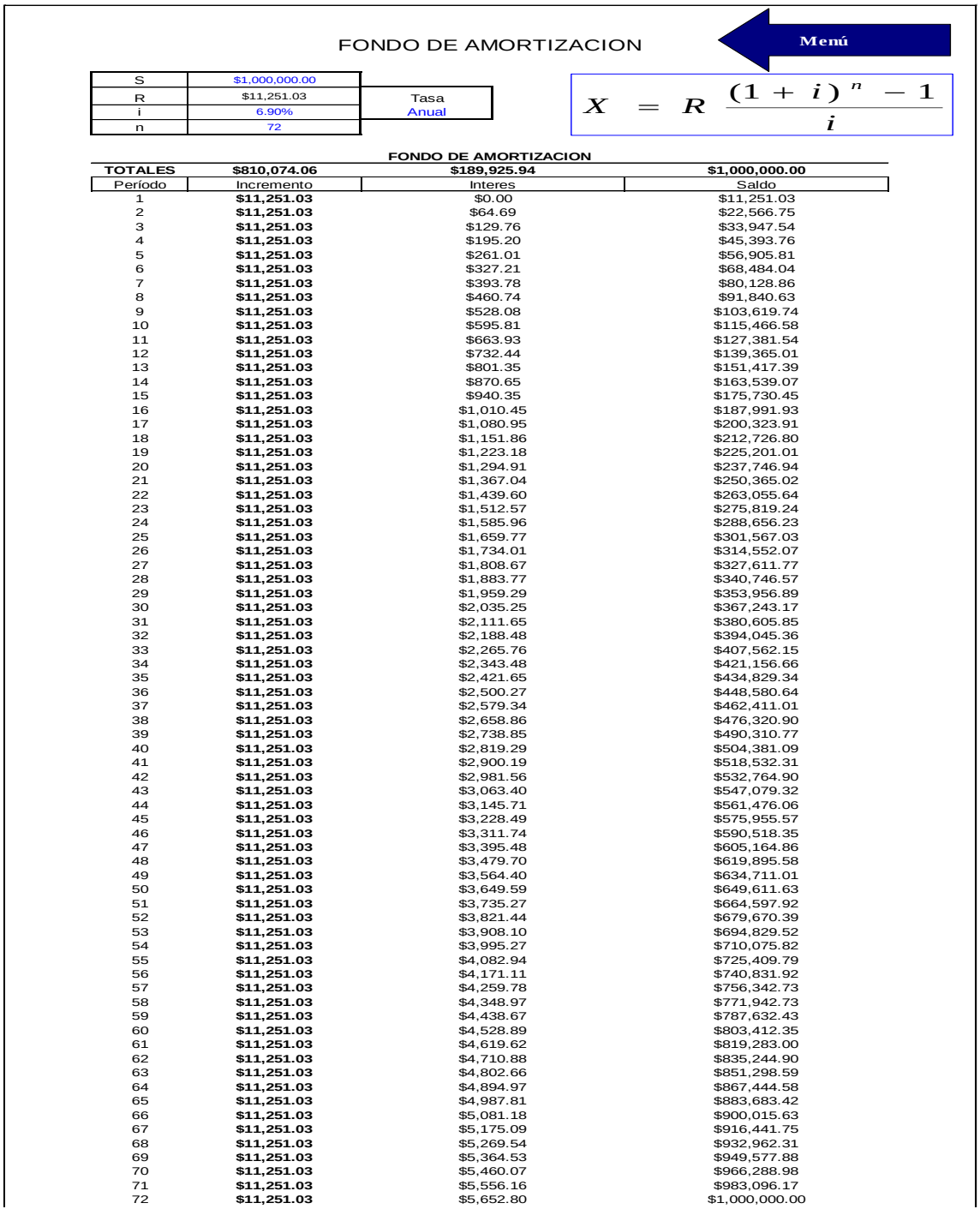
*Nota: Introducir los datos en las celdas en blanco

## COMPROBACIÓN POR LA TAB DE FONDO AMORTIZ

**TABLA DE FONDO DE AMORTIZACIÓN SIMULADA:**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Cantidad Deseada del Bien o del Préstamo | $ 1,000,000.00 | Tasa de Interés: | |
| | | Nominal: | 6.90% |
| | | Mensual | 0.58% |
| Periodo del Fondo | 72 Meses | | |
| Depósito Mensual: | 11,251.03 | | |

# Formato 2:



FONDO DE AMORTIZACION

Menú

| | |
|---|---|
| S | $1,000,000.00 |
| R | $11,251.03 |
| i | 6.90% |
| n | 72 |

Tasa Anual

$$X = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

FONDO DE AMORTIZACION

| TOTALES | $810,074.06 | $189,925.94 | $1,000,000.00 |
|---|---|---|---|
| Período | Incremento | Interes | Saldo |
| 1 | $11,251.03 | $0.00 | $11,251.03 |
| 2 | $11,251.03 | $64.69 | $22,566.75 |
| 3 | $11,251.03 | $129.76 | $33,947.54 |
| 4 | $11,251.03 | $195.20 | $45,393.76 |
| 5 | $11,251.03 | $261.01 | $56,905.81 |
| 6 | $11,251.03 | $327.21 | $68,484.04 |
| 7 | $11,251.03 | $393.78 | $80,128.86 |
| 8 | $11,251.03 | $460.74 | $91,840.63 |
| 9 | $11,251.03 | $528.08 | $103,619.74 |
| 10 | $11,251.03 | $595.81 | $115,466.58 |
| 11 | $11,251.03 | $663.93 | $127,381.54 |
| 12 | $11,251.03 | $732.44 | $139,365.01 |
| 13 | $11,251.03 | $801.35 | $151,417.39 |
| 14 | $11,251.03 | $870.65 | $163,539.07 |
| 15 | $11,251.03 | $940.35 | $175,730.45 |
| 16 | $11,251.03 | $1,010.45 | $187,991.93 |
| 17 | $11,251.03 | $1,080.95 | $200,323.91 |
| 18 | $11,251.03 | $1,151.86 | $212,726.80 |
| 19 | $11,251.03 | $1,223.18 | $225,201.01 |
| 20 | $11,251.03 | $1,294.91 | $237,746.94 |
| 21 | $11,251.03 | $1,367.04 | $250,365.02 |
| 22 | $11,251.03 | $1,439.60 | $263,055.64 |
| 23 | $11,251.03 | $1,512.57 | $275,819.24 |
| 24 | $11,251.03 | $1,585.96 | $288,656.23 |
| 25 | $11,251.03 | $1,659.77 | $301,567.03 |
| 26 | $11,251.03 | $1,734.01 | $314,552.07 |
| 27 | $11,251.03 | $1,808.67 | $327,611.77 |
| 28 | $11,251.03 | $1,883.77 | $340,746.57 |
| 29 | $11,251.03 | $1,959.29 | $353,956.89 |
| 30 | $11,251.03 | $2,035.25 | $367,243.17 |
| 31 | $11,251.03 | $2,111.65 | $380,605.85 |
| 32 | $11,251.03 | $2,188.48 | $394,045.36 |
| 33 | $11,251.03 | $2,265.76 | $407,562.15 |
| 34 | $11,251.03 | $2,343.48 | $421,156.66 |
| 35 | $11,251.03 | $2,421.65 | $434,829.34 |
| 36 | $11,251.03 | $2,500.27 | $448,580.64 |
| 37 | $11,251.03 | $2,579.34 | $462,411.01 |
| 38 | $11,251.03 | $2,658.86 | $476,320.90 |
| 39 | $11,251.03 | $2,738.85 | $490,310.77 |
| 40 | $11,251.03 | $2,819.29 | $504,381.09 |
| 41 | $11,251.03 | $2,900.19 | $518,532.31 |
| 42 | $11,251.03 | $2,981.56 | $532,764.90 |
| 43 | $11,251.03 | $3,063.40 | $547,079.32 |
| 44 | $11,251.03 | $3,145.71 | $561,476.06 |
| 45 | $11,251.03 | $3,228.49 | $575,955.57 |
| 46 | $11,251.03 | $3,311.74 | $590,518.35 |
| 47 | $11,251.03 | $3,395.48 | $605,164.86 |
| 48 | $11,251.03 | $3,479.70 | $619,895.58 |
| 49 | $11,251.03 | $3,564.40 | $634,711.01 |
| 50 | $11,251.03 | $3,649.59 | $649,611.63 |
| 51 | $11,251.03 | $3,735.27 | $664,597.92 |
| 52 | $11,251.03 | $3,821.44 | $679,670.39 |
| 53 | $11,251.03 | $3,908.10 | $694,829.52 |
| 54 | $11,251.03 | $3,995.27 | $710,075.82 |
| 55 | $11,251.03 | $4,082.94 | $725,409.79 |
| 56 | $11,251.03 | $4,171.11 | $740,831.92 |
| 57 | $11,251.03 | $4,259.78 | $756,342.73 |
| 58 | $11,251.03 | $4,348.97 | $771,942.73 |
| 59 | $11,251.03 | $4,438.67 | $787,632.43 |
| 60 | $11,251.03 | $4,528.89 | $803,412.35 |
| 61 | $11,251.03 | $4,619.62 | $819,283.00 |
| 62 | $11,251.03 | $4,710.88 | $835,244.90 |
| 63 | $11,251.03 | $4,802.66 | $851,298.59 |
| 64 | $11,251.03 | $4,894.97 | $867,444.58 |
| 65 | $11,251.03 | $4,987.81 | $883,683.42 |
| 66 | $11,251.03 | $5,081.18 | $900,015.63 |
| 67 | $11,251.03 | $5,175.09 | $916,441.75 |
| 68 | $11,251.03 | $5,269.54 | $932,962.31 |
| 69 | $11,251.03 | $5,364.53 | $949,577.88 |
| 70 | $11,251.03 | $5,460.07 | $966,288.98 |
| 71 | $11,251.03 | $5,556.16 | $983,096.17 |
| 72 | $11,251.03 | $5,652.80 | $1,000,000.00 |

**Ambos simuladores pueden ser descargados desde:**

**https://sites.google.com/site/educacionvirtualucc/**

Ejercicios propuestos por las alumnas de la carrera de LAET 3er semestre:

- María del Rocío Hernández Rodríguez
- María de Lourdes Ortiz Troncoso
- Yazmín María Reyes Torres

El Sr. Martínez se ha propuesto crear un fondo de ahorro durante 4 años, ya que es el tiempo que le va a tomar a su hija terminar la universidad, y quiere darle un regalo para cuando se gradúe. Él Sr. Martínez desea acumular la cantidad de $1'000,000.00.

Con esta idea en mente recurre a dos bancos, los cuales ofrecen los siguientes planes de ahorro e inversión:

| **BANCO 1** | **BANCO 2** |
|---|---|
| $i_1$= 18.5% mensual ordinaria<br>$m_1$= 25 días | $i_2$= 18.5% mensual exacta<br>$m_2$= 35 días |

Su duda es, ¿Qué opción le conviene más, considerando que los depósitos serán cada 2 meses?

**Datos:**

n = 4 años

VF = $1'000,000.$^{00}$

A = ¿$..... ? 24 abonos bimestrales

$i_1$ = 18.5% mensual ordinaria

$m_1$ = 25 días

$i_2$ = 20.1% mensual exacta

$m_2$ = 35 días

El primer paso sería, encontrar una tasa equivalente bimestral, dado que los depósitos se harían cada dos meses.

Antes, se calcula la tasa correspondiente a cada período de capitalización (25 y 35 días respect.)

$$Te = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1\right] * 100$$

$$Te = \left[\left(1+\frac{.185}{360} * 25\right)^{60/25} - 1\right] * 100$$

$$Te = \left[(1.0128472)^{2.4} - 1\right] * 100$$

$$Te = [1.03111109 - 1] * 100$$

$$Te = [0.03111109] * 100$$

$$Te = 3.111109_bimestral$$

$$Te = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1\right] * 100$$

$$Te = \left[\left(1+\frac{.201}{365} * 35\right)^{60/35} - 1\right] * 100$$

$$Te = \left[(1.01927397)^{1.71428571} - 1\right] * 100$$

$$Te = [1.03326812 - 1] * 100$$

$$Te = [0.03326812] * 100$$

$$Te = 3.326812_bimestral$$

Con estas tasas equivalentes, ahora procederemos a calcular el fondo de amortización, a partir del valor desconocido de la cuota ordinaria o deposito, considerando además el valor de la variable "*n*" de acuerdo al tiempo en que se deposita cada anualidad (bimestral).

**En el Banco 1,** se tienen que depositar 24 cuotas bimestrales de $39,235.63 pesos (cuatro años) para alcanzar la cantidad de$1'000,000.00 con una tasa bimestral de 3.111109%

FONDO DE AMORTIZACION

Menú

| | |
|---|---|
| S | $1,000,000.00 |
| R | $39,235.63 |
| i | 3.11110900000% |
| n | 24 |

Tasa Bimestral

$$X = R\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

**FONDO DE AMORTIZACION**

| **TOTALES** | **$941,655.04** | **$58,344.96** | **$1,000,000.00** |
|---|---|---|---|
| Período | Incremento | Interes | Saldo |
| 1 | **$39,235.63** | $0.00 | $39,235.63 |
| 2 | **$39,235.63** | $203.44 | $78,674.70 |
| 3 | **$39,235.63** | $407.94 | $118,318.27 |
| 4 | **$39,235.63** | $613.50 | $158,167.40 |
| 5 | **$39,235.63** | $820.13 | $198,223.15 |
| 6 | **$39,235.63** | $1,027.82 | $238,486.60 |
| 7 | **$39,235.63** | $1,236.60 | $278,958.82 |
| 8 | **$39,235.63** | $1,446.45 | $319,640.90 |
| 9 | **$39,235.63** | $1,657.40 | $360,533.92 |
| 10 | **$39,235.63** | $1,869.43 | $401,638.99 |
| 11 | **$39,235.63** | $2,082.57 | $442,957.18 |
| 12 | **$39,235.63** | $2,296.81 | $484,489.62 |
| 13 | **$39,235.63** | $2,512.17 | $526,237.42 |
| 14 | **$39,235.63** | $2,728.64 | $568,201.68 |
| 15 | **$39,235.63** | $2,946.23 | $610,383.54 |
| 16 | **$39,235.63** | $3,164.95 | $652,784.11 |
| 17 | **$39,235.63** | $3,384.80 | $695,404.54 |
| 18 | **$39,235.63** | $3,605.80 | $738,245.97 |
| 19 | **$39,235.63** | $3,827.94 | $781,309.54 |
| 20 | **$39,235.63** | $4,051.23 | $824,596.39 |
| 21 | **$39,235.63** | $4,275.68 | $868,107.70 |
| 22 | **$39,235.63** | $4,501.30 | $911,844.63 |
| 23 | **$39,235.63** | $4,728.08 | $955,808.33 |
| 24 | **$39,235.63** | $4,956.04 | $1,000,000.00 |

**En el Banco 2,** se tienen que depositar 24 cuotas de $39,071.03 pesos (cuatro años) para alcanzar la cantidad de$1’000,000.00 con una tasa bimestral de 3.326812%

## FONDO DE AMORTIZACION

Menú

| | |
|---|---|
| S | $1,000,000.00 |
| R | $39,071.03 |
| i | 3.32681200000% |
| n | 24 |

Tasa Bimestral

$$X = R\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

**FONDO DE AMORTIZACION**

| **TOTALES** | **$937,704.73** | **$62,295.27** | **$1,000,000.00** |
|---|---|---|---|
| Período | Incremento | Interes | Saldo |
| 1 | **$39,071.03** | $0.00 | $39,071.03 |
| 2 | **$39,071.03** | $216.64 | $78,358.70 |
| 3 | **$39,071.03** | $434.47 | $117,864.20 |
| 4 | **$39,071.03** | $653.52 | $157,588.75 |
| 5 | **$39,071.03** | $873.78 | $197,533.56 |
| 6 | **$39,071.03** | $1,095.26 | $237,699.86 |
| 7 | **$39,071.03** | $1,317.97 | $278,088.86 |
| 8 | **$39,071.03** | $1,541.92 | $318,701.80 |
| 9 | **$39,071.03** | $1,767.10 | $359,539.94 |
| 10 | **$39,071.03** | $1,993.54 | $400,604.50 |
| 11 | **$39,071.03** | $2,221.23 | $441,896.76 |
| 12 | **$39,071.03** | $2,450.18 | $483,417.97 |
| 13 | **$39,071.03** | $2,680.40 | $525,169.40 |
| 14 | **$39,071.03** | $2,911.90 | $567,152.33 |
| 15 | **$39,071.03** | $3,144.68 | $609,368.04 |
| 16 | **$39,071.03** | $3,378.75 | $651,817.83 |
| 17 | **$39,071.03** | $3,614.13 | $694,502.98 |
| 18 | **$39,071.03** | $3,850.80 | $737,424.82 |
| 19 | **$39,071.03** | $4,088.79 | $780,584.64 |
| 20 | **$39,071.03** | $4,328.10 | $823,983.76 |
| 21 | **$39,071.03** | $4,568.73 | $867,623.53 |
| 22 | **$39,071.03** | $4,810.70 | $911,505.26 |
| 23 | **$39,071.03** | $5,054.01 | $955,630.30 |
| 24 | **$39,071.03** | $5,298.67 | $1,000,000.00 |

## Ejercicios para resolver:

**Redacte al menos 5 casos para cada uno de estos temas, considerando diferentes tasas y capitalizaciones, tiempos e importes deseados.**

**Resuélvalos……..**

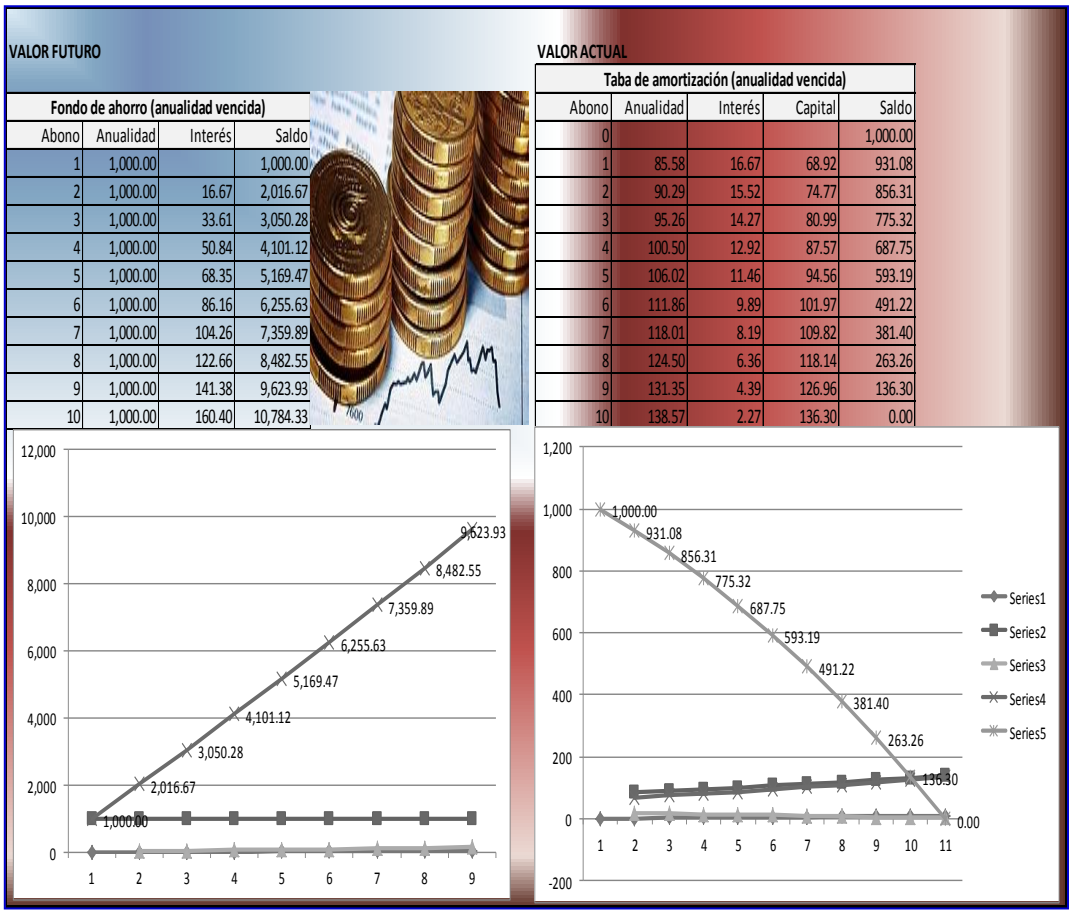


# Fin del Capitulo

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx



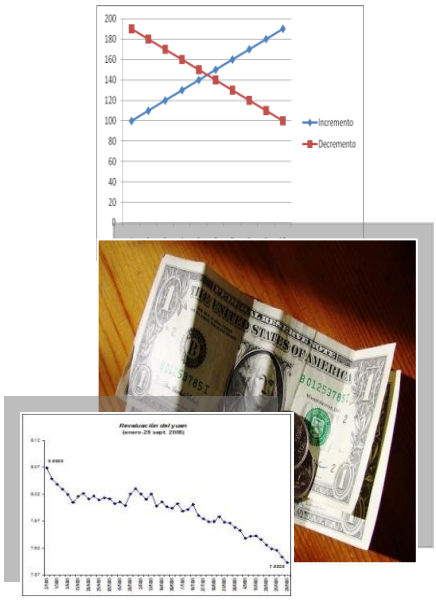



# CAPÍTULO VIII
# GRADIENTES

# 8.1.- GRADIENTES

Siguiendo el tema de Anualidades, se abre este otro tema denominado Gradientes, de cuya definición podemos partir:

**Definición:** Se refiere a una serie abonos o pagos que aumentan o disminuyen (en $ ó %), sea para liquidar una deuda o en su defecto para acumular un determinado fondo de ahorro que puede ser a corto, mediano o largo plazo, incluso a perpetuidad.




Para clarificar mejor aún el concepto, visualicemos un ejemplo con los flujos de efectivo que genera un proyecto de inversión: por su misma naturaleza éstos tienden a aumentar en *cantidad* o en *porcentaje* constante cada período.

Del gradiente que aumenta un porcentaje, tenemos el caso de los flujos de efectivo que crecen o disminuyen en determinado porcentaje por el efecto de la inflación constante por período.

En ingeniería financiera o ingeniería económica se le conoce con el nombre de *"Gradiente"*.

De tal forma que también podemos identificarla como la renta variable, y cuyo intervalo de pagos distintos se hace en intervalo de pagos iguales.

**LA CLASIFICACIÓN DE ESTE TIPO DE RENTAS PERIÓDICAS VARIABLES ES:**

- **Anualidad ó Rentas periódica con gradiente aritmético:** La cuota periódica varía en progresión aritmética ($A + g_a$ ó $Rp + G_a$).

- **Anualidad ó Rentas periódica con gradiente geométrico:** La cuota periódica varía en progresión geométrica ($A * g_a$ ó $Rp * Gg$).

Las características de este tipo de anualidades con gradientes aritméticos y geométricos son:

- Los pagos o abonos distintos se realizan al final de cada intervalo de pago (aunque puede ser anticipado o prepagable).
- Se conoce desde la firma del convenio, las fechas de inicio y término del plazo de la anualidad o renta periódica
- Las capitalizaciones coinciden con el intervalo de pago
- El plazo inicia con la firma del convenio

## 8.1.1.- Variables que se utilizan en este apartado:

***$M_{ga}$ ó $VF_{ga}$:*** Valor Futuro o Monto de una serie de cuotas con gradiente: aritmético o geométrico (de la suma de unos pagos o abonos)
***A ó Rp:*** Anualidad o Renta periódica (cuota uniforme o anualidad)
***$VA_{ga}$:*** Valor actual del conjunto de rentas periódicas
***i:*** Tasa de Interés nominal
***m:*** Capitalización (por su tipo, mensual, bimestral etc., la tasa se divide: ejemplo de ello si tenemos una tasa nominal del 12% capitalizable mensualmente = (12%/12)
***n:*** Tiempo
***$G_a$=*** *Es el gradiente aritmético*
***$G_g$=*** *Es el gradiente geométrico*
***$Rp_1$=*** *Anualidad o Renta periódica número 1*



ACLARACIÓN: Para no generar confusión en lo referente a la tasa, la representación *i/m,* se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización. Ejemplo si nos dan una tasa del 12% nominal capitalizable mensualmente, sabemos que debemos dividir 12/12=1% POR LO ANTERIOR El lector podrá encontrar indistintamente la tasa en su forma ***i* ó en su forma *i/m*.**



# 8.1.2.- GRADIENTES ARITMÉTICOS

De manera particular el gradiente aritmético *($G_a$)* o uniforme es una serie de cuotas periódicas ó flujos de caja que aumenta o disminuye de manera uniforme. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en la misma cantidad entre cada período. A esto se le llama *gradiente aritmético*.

La notación para la serie uniforme de cuotas:

- El gradiente (***$G_a$***) es una **cantidad** que aumenta o disminuye (puede ser positivo o negativo).
- *Rp:* es la cuota periódica 1.
- La representación ***i/m***, se refiere a la tasa nominal que se divide entre el número de meses dependiendo la capitalización.
- *n:* tiempo (número de cuotas periódicas)




Las fórmulas generalmente utilizadas para las anualidades con gradiente aritmético vencidos o pospagables son:

Para conocer el Valor Actual se tiene la siguiente fórmula:

$$VA = \left[ \left( Rp_1 + \frac{g_a}{i/m} \right) \left[ \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m} \right] (1 + i/m)^{-n}$$

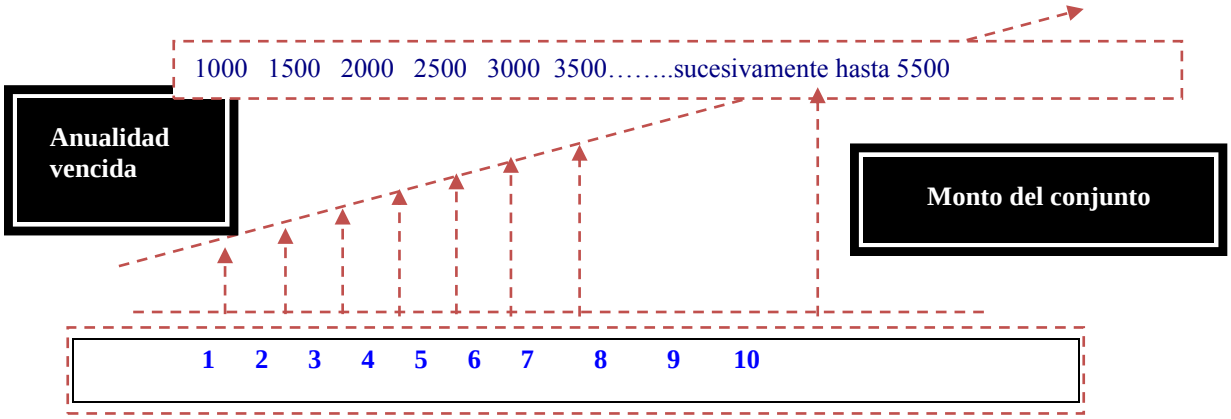
Para conocer el valor futuro tenemos que:

$$M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}) \left[ \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

**Ejemplo:**

Cuando se desea conocer el monto de una serie de abonos o rentas vencidas que crecen $g_a$ *= $500.00* entonces podemos señalar que las cuotas periódicas de una renta variable vencida con gradiente aritmético crecen $500.00 con respecto a la cuota anterior.

Como se visualiza en una línea de tiempo si fueran 10 cuotas




Supongamos el ejercicio anterior con los siguientes datos:

- Se desea conocer el importe total de las 10 cuotas vencidas, las que crecen en forma aritmética a razón de $G_a$=500.00 con una tasa nominal del 20% capitalizable mensualmente.

$Rp_1$= $1,000.00
$G_a$ = $500.00
$n$ = 10
$i/m$ = .20/12 (tasa de interés nominal capitalizable en $m$ períodos por año)

De la forma tradicional del valor futuro de un monto compuesto se sabe que:

$$M = P_1(1+ i/m)^n$$

y si tenemos más cuotas, la expresión ahora es:

$$M = P_1(1+ i/m)^n + P_2(1+ i/m)^n$$

y así sucesivamente formando una progresión.

**Para el ejemplo anterior tenemos:**

$$M = 1000.00(1+.20/12)^9 + 1500.00(1+.20/12)^8 + .....5500.00 = \sum$$
$$M = 1000.00(1.01666667)^9 + 1500.00(1.01666667)^8 + .....5500.00 = \sum$$
$$M = \$34{,}314.08$$

***En Excel podría ser relativamente fácil solucionarlo***

| | Rp | i/m | n | |
|---|---|---|---|---|
| $ | 1,000.00 | 0.01666667 | 9 | $ 1,160.40 |
| $ | 1,500.00 | 0.01666667 | 8 | $ 1,712.06 |
| $ | 2,000.00 | 0.01666667 | 7 | $ 2,245.33 |
| $ | 2,500.00 | 0.01666667 | 6 | $ 2,760.65 |
| $ | 3,000.00 | 0.01666667 | 5 | $ 3,258.47 |
| $ | 3,500.00 | 0.01666667 | 4 | $ 3,739.23 |
| $ | 4,000.00 | 0.01666667 | 3 | $ 4,203.35 |
| $ | 4,500.00 | 0.01666667 | 2 | $ 4,651.25 |
| $ | 5,000.00 | 0.01666667 | 1 | $ 5,083.33 |
| $ | 5,500.00 | 0.01666667 | 0 | $ 5,500.00 |
| | | | | |
| | | | Σ | $ 34,314.08 |

***Con la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético se resuelve de la siguiente manera:***

$$\mathbf{M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}}$$

**Así tenemos:**

$$\mathbf{M_{ga} = (\$1{,}000.00 + \frac{500.00}{.20/12})\left[\frac{(1+.20/12)^{10} - 1}{.20/12}\right] - \frac{10 * 500.00}{.20/12}}$$

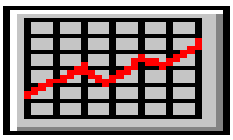
$$\mathbf{M_{ga} = (\$1{,}000.00 + \frac{500.00}{0.01666667})\left[\frac{(1+0.01666667)^{10} - 1}{0.01666667}\right] - \frac{10 * 500.00}{0.01666667}}$$

$$\mathbf{M_{ga} = (\$1{,}000.00 + 29999.99)\left[\frac{(1.179738793) - 1}{0.01666667}\right] - 299999.99}$$

$$\mathbf{M_{ga} = (\$30999.99)[10.7843254] - \$299{,}999.99}$$

$$\mathbf{M_{ga} = \$34{,}313.07}$$ La diferencia es por el manejo de los dígitos

**El resultado coincide con el cálculo en Excel**



## AHORA PARA CALCULAR EL VALOR ACTUAL DEL CONJUNTO DE RENTAS PERIÓDICAS CON GRADIENTE ARITMÉTICO:

DE LA FÓRMULA DE VALOR PRESENTE $VP = \frac{M}{(1+ i/m)^n}$ Por lo que para calcular el valor actual del conjunto de rentas periódicas con gradiente aritmético sería:

$$VA_{ga} = \frac{M_{ga}}{(1+ i/m)^n} = \frac{\$34{,}313.07}{(1+ .20/12)^{10}} = \$29{,}085.31$$

de___forma___analítica

$$VA = \frac{1000}{1+i} + \frac{1500}{(1+i)^2} + \frac{2000}{(1+i)^3} + \frac{2500}{(1+i)^4} + \frac{3000}{(1+i)^5} + \frac{3500}{(1+i)^6} + \frac{4000}{(1+i)^7} + \frac{4500}{(1+i)^8} + \frac{5000}{(1+i)^9} + \frac{5500}{(1+i)^{10}} = \$29{,}086.17$$

# *En Excel:*

| *Rp* | *i/m* | *n* | |
|---|---|---|---|
| **$1,000.00** | 0.01666667 | 1 | $983.61 |
| **$1,500.00** | 0.01666667 | 2 | $1,451.22 |
| **$2,000.00** | 0.01666667 | 3 | $1,903.24 |
| **$2,500.00** | 0.01666667 | 4 | $2,340.05 |
| **$3,000.00** | 0.01666667 | 5 | $2,762.03 |
| **$3,500.00** | 0.01666667 | 6 | $3,169.54 |
| **$4,000.00** | 0.01666667 | 7 | $3,562.95 |
| **$4,500.00** | 0.01666667 | 8 | $3,942.61 |
| **$5,000.00** | 0.01666667 | 9 | $4,308.86 |
| **$5,500.00** | 0.01666667 | 10 | $4,662.05 |
| | | | |
| | | Σ | $29,086.17 |

Utilizando la fórmula del Valor Actual presente del conjunto de rentas periódicas vencidas con gradiente aritmético, tenemos que:

$$VA_{ga} = \left[ \left( Rp_1 + \frac{g_a}{i/m} \right) \left[ \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m} \right] (1 + i/m)^{-n}$$

## Por lo que se resuelve:

$$VA_{ga} = \left[ \left( 1000.00 + \frac{500.00}{.20/12} \right) \left[ \frac{(1 + .20/12)^{10} - 1}{.20/12} \right] - \frac{10 * 500.00}{.20/12} \right] (1 + .20/12)^{-10}$$

$$VA_{ga} = \left[ \left( 1000.00 + \frac{500.00}{0.01666667} \right) \left[ \frac{(1.01666667)^{10} - 1}{0.01666667} \right] - \frac{10 * 500.00}{0.01666667} \right] (1.01666667)^{-10}$$

$$VA_{ga} = \left[ \$30,999.94 \left[ \frac{(1.17973879) - 1}{0.01666667} \right] - \$299,999.94 \right] (0.84764526)$$

$$VA_{ga} = [\$30,999.94[10.7843252] - \$299,999.94](0.84764526)$$

$$VA_{ga} = [\$34,313.49](0.84764526) \qquad VA_{ga} = \$29,085.67$$



Resuelva los siguientes ejercicios:

1.- Calcular el monto de una serie de cuotas periódicas mensuales vencidas, en donde la primera renta es de $750.00 y las subsecuentes se incrementan 150.00 cada una de ellas. Considere la tasa del 22% nominal anual capitalizable mensualmente.

2.- Para liquidar una deuda con un proveedor, se acordó liquidar en cuotas trimestrales vencidas durante 3 años, siendo la primera cuota de 15,000.00 y se incrementará 2,500.00 las subsecuentes cuotas vencidas. Para ello se acordó un interés nominal del 25% capitalizable trimestralmente. Por lo que la pregunta es: ¿Cuál es el valor del adeudo?



**Ejercicios para resolver:**

Redacte al menos 5 casos de rentas periódicas vencidas con gradiente aritmético, considerando diferentes tasas y capitalizaciones.

**Resuélvalos……..**

# 8.1.3.- GRADIENTES GEOMÉTRICOS

La otra modalidad de gradiente, es precisamente el gradiente geométrico *($G_g$)* o serie de cuotas (rentas) periódicas ó flujos de caja que aumenta o disminuye en porcentajes constantes en períodos consecutivos de pago, en vez de aumentos constantes de dinero. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en el mismo porcentaje entre cada período. A esto se le llama *gradiente geométrico.*

La notación que utilizaremos:

- El gradiente (***$G_g$***) es el **porcentaje** que aumenta o disminuye cada cuota (puede ser positivo o negativo).
- *$Rp_1$:* es la cuota periódica 1.
- La representación ***i/m,*** se refiere a la tasa nominal capitalizable y la frecuencia de los pagos.
- *n:* tiempo-plazo en años (número de cuotas periódicas)

Para conocer el valor actual y valor futuro, las fórmulas a utilizar son distintas dependiendo si la razón de la progresión ($G_g$) coincide con el factor (*1+i/m*)

$$\text{Si } (1+{}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = R_1\left[\frac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m}-Gg}\right], \qquad A = R_1\left[\frac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(Gg)^n}{(1+{}^{i}\!/_{m})^n(1+{}^{i}\!/_{m}-Gg)}\right]$$

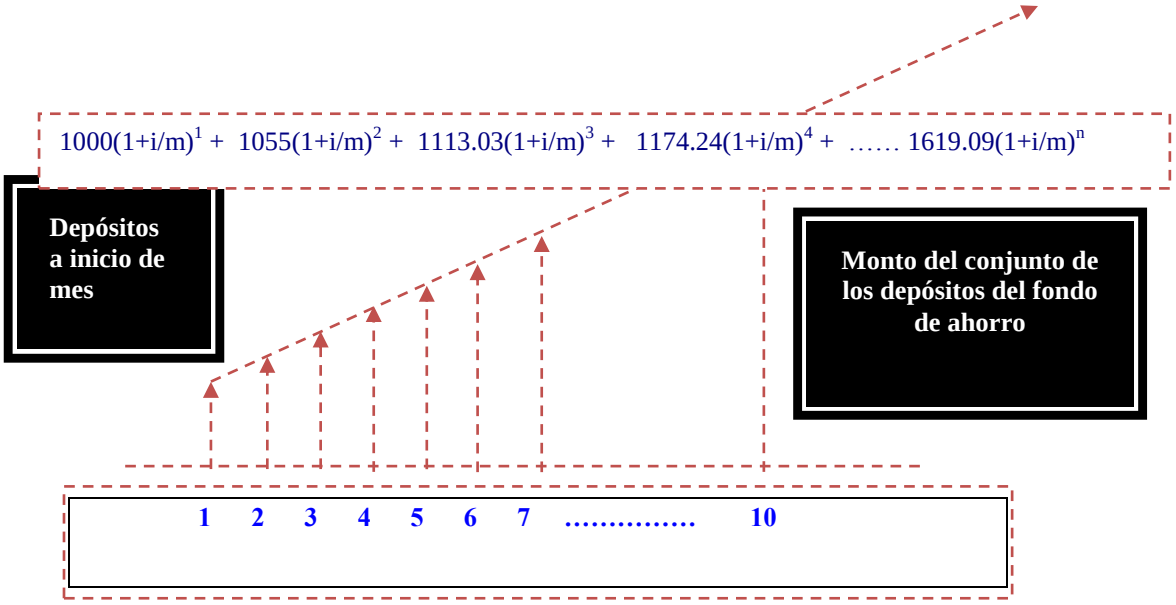
$$\text{Si } (1+{}^{i}\!/_{m}) = Gg \qquad Mg_g = nR_1(1+{}^{i}\!/_{m})^{n-1} \qquad A = \frac{nR_1}{1+{}^{i}\!/_{m}}$$

### Ejemplo:

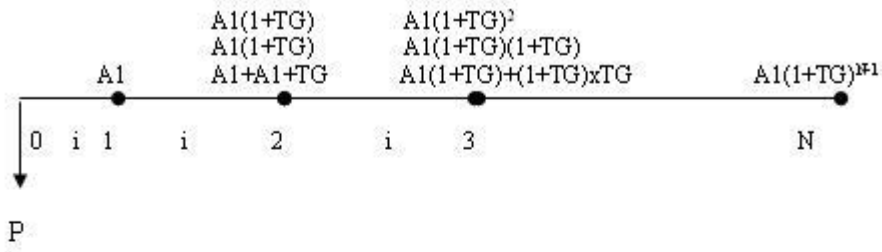
Supongamos que se desea conocer el monto acumulado de un fondo de inversión constituido por 10 depósitos mensuales que crecen a una tasa del *$G_g$: 5.5%* siendo el importe del primer depósito $1,000.00.

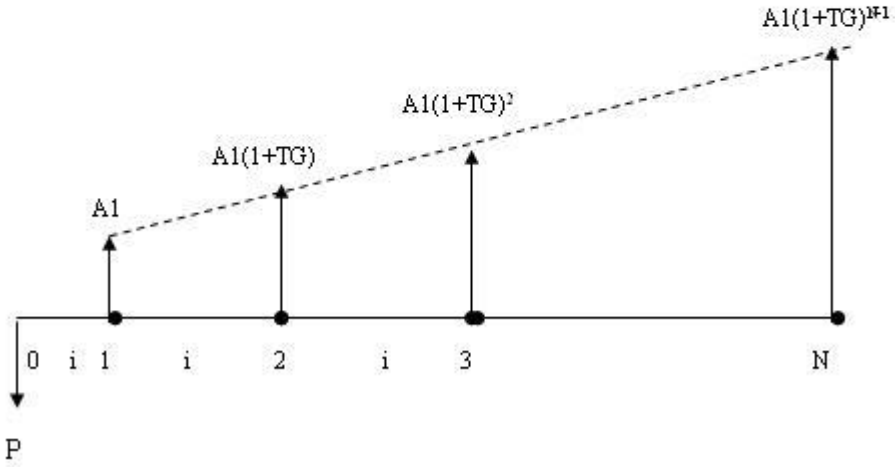
**¿Cómo se visualiza en una línea de tiempo si fueran 10 cuotas depositadas a inicio de mes?**

# Cuotas anticipadas (prepagables) con Gg:




**Otros autores (Villalobos, 2001) sugieren TG: como el gradiente geométrico**



**De la fórmula:** $\text{Si}\quad (1+{}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = Rp_1(1+{}^{i}\!/_{m})\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m}-Gg}\right],$

*Donde:*

$Rp_1 = \$1000.00$
$G_g = 5.5\%$
$n =$ número de cuotas 10
$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en $m$ períodos por año)

$$Mg_g = 1{,}000.00_1(1+{}^{.20}\!/_{12})\left[\frac{(1+{}^{.20}\!/_{12})^{10}-(1+0.055)^{10}}{{}^{20}\!/_{12}-0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00_1(1.01666667)\left[\frac{(1.01666667)^{10}-(1+0.055)^{10}}{.01666667-0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00_1(1.01666667)\left[\frac{(1.17973879)-1.70814446}{0.01666667-0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00_1(1.01666667)\left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00_1(1.01666667)[13.7844969]$$

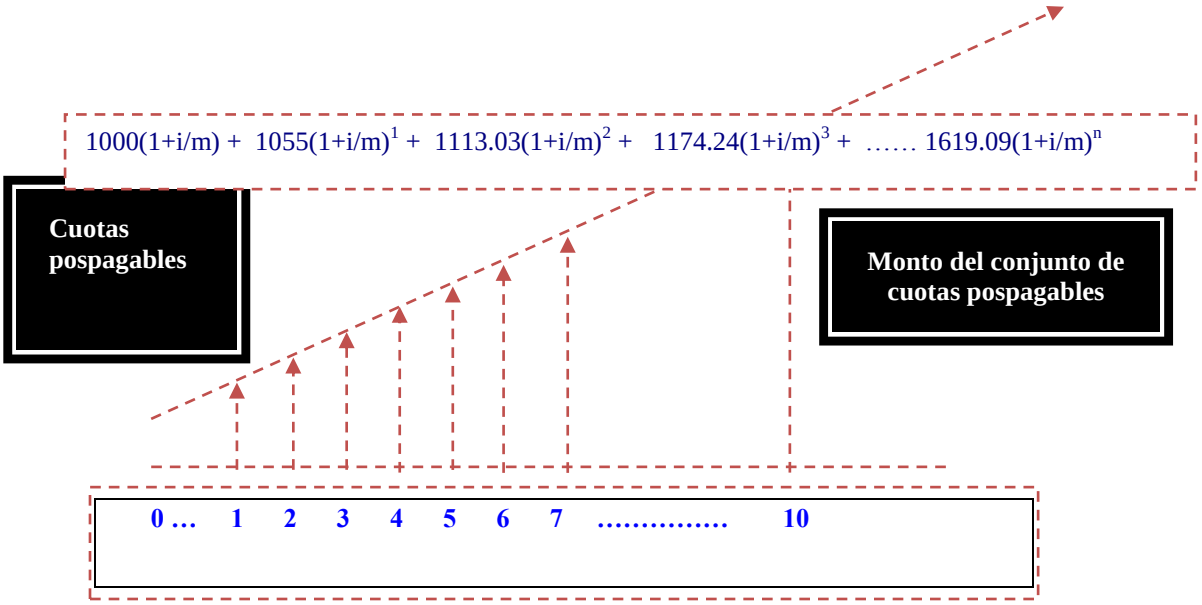
$$Mg_g = 1{,}000.00_1(14.0142386)$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$14{,}014.24$$

***En Excel podría ser relativamente fácil solucionarlo***

| Anticipados | | | |
|---|---|---|---|
| *Rp* | *i/m* | *n* | importe |
| **$1,000.00** | 0.01666667 | 10 | $1,179.74 |
| **$1,055.00** | 0.01666667 | 9 | $1,224.22 |
| **$1,113.03** | 0.01666667 | 8 | $1,270.38 |
| **$1,174.24** | 0.01666667 | 7 | $1,318.28 |
| **$1,238.82** | 0.01666667 | 6 | $1,367.99 |
| **$1,306.96** | 0.01666667 | 5 | $1,419.56 |
| **$1,378.84** | 0.01666667 | 4 | $1,473.09 |
| **$1,454.68** | 0.01666667 | 3 | $1,528.63 |
| **$1,534.69** | 0.01666667 | 2 | $1,586.27 |
| **$1,619.09** | 0.01666667 | 1 | $1,646.08 |
| | | | |
| $12,875.35 | | Σ | $14,014.24 |

# Si fueran cuotas pospagables (vencidas) con Gg:




**De la fórmula:** $\text{Si} \quad (1+{}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = Rp_1(1+{}^{i}\!/_{m})\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m}-Gg}\right],$

Se modifica

$$\text{Si} \quad (1+{}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = Rp_1\left[\dfrac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m}-Gg}\right],$$

*Mismos datos:*

$Rp_1 = \$1{,}000.00$
$G_g = 5.5\%$
$n =$ número de cuotas 10
$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en $m$ períodos por año)

$$Mg_g = 1{,}000.00\,1 * \left[\frac{(1 + .20/12)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{20/12 - 0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00\,1 * \left[\frac{(1.01666667)^{10} - (1 + 0.055)^{10}}{.01666667 - 0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00\,1 * \left[\frac{(1.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00 * \left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333}\right]$$

$$Mg_g = 1{,}000.00[13.7844969]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$13{,}784.50$$

# *En Excel:*

| Vencidos | | | |
|---|---|---|---|
| ***Rp*** | ***i/m*** | ***n*** | |
| **$1,000.00** | 0.01666667 | 9 | $1,160.40 |
| **$1,055.00** | 0.01666667 | 8 | $1,204.15 |
| **$1,113.03** | 0.01666667 | 7 | $1,249.55 |
| **$1,174.24** | 0.01666667 | 6 | $1,296.67 |
| **$1,238.82** | 0.01666667 | 5 | $1,345.56 |
| **$1,306.96** | 0.01666667 | 4 | $1,396.29 |
| **$1,378.84** | 0.01666667 | 3 | $1,448.94 |
| **$1,454.68** | 0.01666667 | 2 | $1,503.57 |
| **$1,534.69** | 0.01666667 | 1 | $1,560.26 |
| **$1,619.09** | 0.01666667 | 0 | $1,619.09 |
| | | | |
| $12,875.35 | | Σ | $13,784.50 |

**Ejercicio de Valor Actual de *Rp*:**

Para obtener un monto de $14,014.24, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 10 cuotas periódicas (n=10) que aumentan en forma creciente en un 5.5 % y con una tasa de interés del 20% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas prepagables y pospagables:

$$\mathbf{Si}\quad (1+{}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = Rp_1(1+{}^{i}\!/_{m})\left[\frac{(1+{}^{i}\!/_{m})^n-(1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m}-Gg}\right],$$

**Prepagables (anticipadas)**

$$\$14{,}014.24 = Rp_1(1+{}^{.20}\!/_{12})\left[\frac{(1+{}^{.20}\!/_{12})^{10}-(1+0.055)^{10}}{{}^{20}\!/_{12}-0.055}\right]$$

$$\$14{,}014.24 = Rp_1(1.01666667)\left[\frac{(1.01666667)^{10}-(1+0.055)^{10}}{.01666667-0.055}\right]$$

$$\$14{,}014.24 = Rp_1(1.01666667)\left[\frac{(1.17973879)-1.70814446}{0.01666667-0.055}\right]$$

$$\$14{,}014.24 = Rp_1(1.01666667)\left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333}\right]$$

$$\$14{,}014.24 = Rp_1(1.01666667)\left[13.7844969\right]$$

$$Rp_1 g = \frac{\$14{,}014.24}{14.0142386}$$

$$Rp_1 = \$1{,}000.00$$

**Mismo caso, pero ahora si fueran cuotas pospagables (vencidas)**

Para obtener un monto de $13,784.50, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 10 cuotas periódicas (n=10) que aumentan en forma creciente en un 5.5 % y con una tasa de interés del 20% nominal capitalizable mensualmente?:

$$\$13{,}784.50 = Rp_1 * \left[\frac{(1+{}^{.20}\!/_{12})^{10}-(1+0.055)^{10}}{{}^{20}\!/_{12}-0.055}\right]$$

$$\$13{,}784.50 = Rp_{\mathbf{1}} * \left[ \frac{(\mathbf{1}.17973879) - 1.70814446}{0.01666667 - 0.055} \right]$$

$$\$13{,}784.50 = Rp[13.7844969] \qquad Rp1 = \frac{\$13{,}784.50}{13.7844969} \qquad Rp_1 = \$1{,}000.00$$

**Si deseamos conocer ahora el plazo**, tenemos que despejarlo de la fórmula del monto de una serie de cuotas con gradiente geométrico prepagables:

$$\text{Si} \quad (1 + {}^{i}\!/_{m}) \neq Gg: \qquad Mg_g = Rp_1(1 + {}^{i}\!/_{m}) \left[ \frac{(1 + {}^{i}\!/_{m})^n - (1+Gg)^n}{{}^{i}\!/_{m} - Gg} \right],$$

entonces

$$\frac{Mg_g}{Rp_1(1 + {}^{i}\!/_{m})} = \left[ \frac{(1 + {}^{i}\!/_{m})^x - (1+G_g)^x}{{}^{i}\!/_{m} - G_g} \right]$$

El_denominador_del_conjunto_derecho_pasa_multiplicando_a_la_izquierda

Se_obtiene :

$$\frac{Mg_g}{Rp_1(1 + {}^{i}\!/_{m})} * ({}^{i}\!/_{m} - G_g) = \left[ (1 + {}^{i}\!/_{m})^x - (1+G_g)^x \right]$$

El_gradiente_pasa_sumando_a_la_izquierda

Ahora_se_tiene_que_satisfacer_la_siguiente_*ecuación*

$$(1+G_g)^x - (1 + {}^{i}\!/_{m})^x - \left[ \frac{Mg_g}{Rp_1(1 + {}^{i}\!/_{m})} * ({}^{i}\!/_{m} - G_g) \right] = 0$$

Desarrollemos un ejercicio con los mismos datos que hemos venido utilizando en este tema:

*Mg*$_g$ = **$14,014.24**
*Rp*$_1$ = $1,000.00
*G*$_g$ = 5.5%
*n* = número de cuotas "x"
*i/m* = .20/12 =0.01666667 (tasa de interés nominal capitalizable en *m* períodos por año)

De la fórmula:

$$(1+G_g)^x-(1+{}^{i}\!/_{m})^x-\left[\frac{Mg_g}{Rp_1(1+{}^{i}\!/_{m})}*({}^{i}\!/_{m}-G_g)\right]=0$$

Se tiene que satisfacer la siguiente ecuación:

$$(1.055)^x-(1+{}^{.20}\!/_{12})^x-\left[\frac{14{,}014.24}{1{,}000.00(1+{}^{.20}\!/_{12})}*({}^{.20}\!/_{12}-0.055)\right]=0$$

A prueba y error utilizamos para "x"= 9, 11 respectivamente y obtenemos:

$$(1.055)^9-(1.01666667)^9-[13.7844532*(-0.03833333)]=0$$
$$(1.619094273)-(1.160398809)-0.528403993=0.0697085$$

$$(1.055)^{11}-(1.01666667)^{11}-[13.7844532*(-0.03833333)]=0$$
$$(1.802092404)-(1.19940111)-0.528403993=-0.0742873$$

Los resultados sugieren que entre 9 y 11 puede estar el plazo, por lo que diseñamos en Excel una herramienta para simular con varias opciones de "x":

$$(1+G_g)^x-(1+{}^{i}\!/_{m})^x-\left[\frac{Mg_g}{Rp_1(1+{}^{i}\!/_{m})}*({}^{i}\!/_{m}-G_g)\right]=0$$

| DATOS: | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | ***Mgg:*** | 14014.24 | |
| | ***Rp1:*** | 1000 | |
| | ***i/m:*** | .20/12 | |
| | ***x:*** | | |
| | ***Gg:*** | 5.50% | |
| **Prueba y error** | | | |
| | **x:** | 9.997 | |
| **Desarrollo de la fórmula en Excel** | | | |
| ***(Mgg/(Rp1*1+i/m)*** | ***((i/m)-Gg))*** | ***(Mgg/(Rp1*1+i/m)* ((i/m)-Gg))*** | |
| **13.7844532** | -0.03833333 | **-0.528403993** | |
| ***(1+i/m)*** | ***n*** | | |
| **1.01666667** | 9.997 | 1.179680294 | |
| **1.055** | 9.997 | 1.707870114 | 0.00021417 |

El valor de n=9.997, que redondeado al número entero es 10

**Comprobación:**

$$\mathbf{(1}.055\mathbf{)}^{10} - \mathbf{(1}.01666667\mathbf{)}^{10} - [13.7844532 * (-0.03833333)] = \mathbf{0}$$

$$(1.708144458) - (1.179738793) - 0.528403993 = 0.000001672$$

**El resultado es concordante con el ejercicio en donde se calculó el monto**

*Donde:*

$Rp_1 = \$1{,}000.00$
$G_g = 5.5\%$
$n =$ número de cuotas 10
$i/m = .20/12 = 0.01666667$ (tasa de interés nominal capitalizable en $m$ períodos por año)

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(\mathbf{1}+{}^{.20}\!/_{12})\left[\frac{(\mathbf{1}+{}^{.20}\!/_{12})^{10}-(1+0.055)^{10}}{{}^{20}\!/_{12}-0.055}\right]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(\mathbf{1}.01666667)\left[\frac{(\mathbf{1}.01666667)^{10}-(1+0.055)^{10}}{.01666667-0.055}\right]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(\mathbf{1}.01666667)\left[\frac{(\mathbf{1}.17973879)-1.70814446}{0.01666667-0.055}\right]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(\mathbf{1}.01666667)\left[\frac{-0.52840567}{-0.03833333}\right]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(\mathbf{1}.01666667)\left[13.7844969\right]$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$1,000.00_{\mathbf{1}}(14.0142386)$$

$$\mathbf{Mg_g} = \$14{,}014.24$$ *Este resultado es su comprobación*

# 8.1.4.- GRADIENTE ARITMÉTICO-GEOMÉTRICO

## ¿Cómo poder mezclar el gradiente aritmético y geométrico en el desarrollo de un caso?:



Supongamos que para construir la Escuela de Medicina, la Universidad Cristóbal Colón se ha propuesto constituir un fondo con 10 depósitos mensuales con aumentos crecientes de $350,000.00 cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 25% con capitalización mensual y el importe del primer depósito ascendió a $3'500,000.00. La pregunta es: ¿Cuánto acumulará al final de la última cuota?

El monto acumulado de esta serie aritmética y geométrica esta dado por la siguiente expresión:

$$\mathbf{Mg_{ag} = (1 + i/m)\,(MA_{ant} + MG_g)}$$

**Donde:** $\mathbf{MA_{ant} = A_1 \dfrac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{i/m}}$ y $\mathbf{MG_g = G_g\left[\dfrac{(1+i/m)^n - (n*i) - 1)}{(i/m)^2}\right]}$

Se fusionan las expresiones $MA_{ant}$ y $MG_g$ obteniendo la siguiente fórmula:

$$\mathbf{Mg_{ag} = (1 + i/m)\left[(A_1 \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}) + G_g(\frac{(1 + i/m)^n - (n * i) - 1}{[i/m]^2}\right]}$$

Su nomenclatura:

$Mg_{ag}$ = El monto acumulado del gradiente aritmético-geométrico
$MA_{ant}$ = El monto acumulado de la anualidad anticipada
$MG_g$ = El monto acumulado de la anualidad anticipada
$A_1$: la primera cuota
$n$: el número de cuotas
$i$: es la tasa nominal (normalmente es anual)
$i/m$: La tasa capitalizable
Gg: El gradiente geométrico

**La solución entonces es ahora:**

Los Datos son:

$Mg_{ag}$ = El monto acumulado del gradiente aritmético-geométrico
$MA_{ant}$ = El monto acumulado de la anualidad anticipada
$Rp_1$: la primera cuota
*n:* el número de cuotas
*i/m:* La tasa capitalizable
Gg: El gradiente geométrico

$$\mathbf{MG_{ag}} = (1 + {}^{.25}\!/_{12})\left[ 3.5\frac{(1 + {}^{.25}\!/_{12})^{10} - 1}{{}^{.25}\!/_{12}}) + .35(\frac{(1 + {}^{.25}\!/_{12})^{10} - (10/12 * .25) - 1}{\left[{}^{.25}\!/_{12}\right]^2}\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 1.020833333 * \left[ 3.5\frac{(1.020833333)^{10} - 1}{0.020833333}) + .35(\frac{(1.020833333)^{10} - (.83333333 * .25) - 1}{(0.020833333)^2}\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 1.0208333333 * \left[ 3.5\frac{(1.228990215) - 1}{0.0208333333}) + .35(\frac{(1.228990215) - (0.208333333) - 1}{0.000434028}\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 1.0208333333 * \left[ 3.5(10.99150386) + .35\left[\frac{0.020656882}{0.000434028}\right]\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 1.0208333333 * \left[38.47026351 + 16.65770988\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 1.020833333 * \left[55.12797339\right]$$

$$\mathbf{MG_{ag}} = 56.2764781 = \$56'276,472.81$$

# *La solución en una hoja de cálculo en Excel:*

| Anticipados | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***A*** | ***i/m*** | ***n*** | | |
| **$3,500,000.00** | 0.020833333 | 10 | $4,301,465.77 | |
| **$3,850,000.00** | 0.020833333 | 9 | $4,635,048.83 | |
| **$4,200,000.00** | 0.020833333 | 8 | $4,953,224.72 | |
| **$4,550,000.00** | 0.020833333 | 7 | $5,256,483.38 | |
| **$4,900,000.00** | 0.020833333 | 6 | $5,545,301.14 | |
| **$5,250,000.00** | 0.020833333 | 5 | $5,820,141.14 | |
| **$5,600,000.00** | 0.020833333 | 4 | $6,081,453.60 | |
| **$5,950,000.00** | 0.020833333 | 3 | $6,329,676.20 | |
| **$6,300,000.00** | 0.020833333 | 2 | $6,565,234.38 | |
| **$6,650,000.00** | 0.020833333 | 1 | $6,788,541.67 | |
| | | | | |
| | | | | |
| **$50,750,000.00** | | Σ | $56,276,570.81 | |
| | | | | |
| | Resultado | | factor 1 | factor 2 |
| ***i/m*** | 0.020833333 | | | |
| ***n*** | 10 | | 38.47035679 | 16.65771258 |
| ***A:*** | ***3.5*** | | | |
| ***Unidad*** | 1 | | Resultados | |
| ***i*** | 0.25 | | *MA* | 38.47035679 |
| ***d*** | 0.35 | | *MG* | 16.65771258 |
| ***i/m*** | 0.020833333 | | Mgag: | 55.12806937 |
| ***Valor de G*** | 0.35 | | | 56.27657081 |
| **Para el factor 2: n/12** | 0.833333333 | | | **$ 56,276,570.81** |
| ***(i/m)2*** | 0.000434028 | | | |

## 8.1.5. Ejercicios para resolver

- Calcular el monto de una serie de cuotas periódicas mensuales vencidas, en donde la primera renta es de $5,750.00 y las subsecuentes se incrementan 450.00 cada una de ellas. Considere la tasa del 29.4% nominal anual capitalizable mensualmente.

- De un conjunto de 30 cuotas vencidas que generan un interés del 17.5% capitalizable bimestralmente, ¿cuál es el monto que acumulan si crecen a razón de $G_a$=100.00?

- La Nucleoeléctrica japonesa, Japan Corporation, desea ampliar las instalaciones de su planta en Cancún y para ello se ha propuesto constituir un fondo con 40 depósitos mensuales con aumentos crecientes de $850,000.00 dls., cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 19.65% con capitalización mensual y el importe del primer depósito ascendió a $5'500,000.00 de dls. La pregunta es: ¿Cuánto acumulará al final de la última cuota?

- Para obtener un monto de $123,784.50, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 30 cuotas periódicas (n=10) que crecen en forma creciente en un 15.5 % y con una tasa de interés del 12% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas pospagables.

- Para obtener un monto de $124,514.24, ¿cuál debe ser el importe de la primera de 30 cuotas periódicas (n=30) que crecen en forma creciente en un 15.5.% y con una tasa de interés del 12% nominal capitalizable mensualmente?: Resuélvalo en su formato de cuotas prepagables y pospagables

- Se desea conocer el importe total de las 20 cuotas vencidas que crecen en forma aritmética a razón de $G_a$=1,500.00 con una tasa nominal del 18% capitalizable mensualmente.

- Supongamos que se desea conocer el monto acumulado de un fondo de inversión constituido por 100 depósitos mensuales que crecen a una tasa del $G_g$*: 8.5%* siendo el importe del primer depósito $11,570.00.

- Un deudor acordó con su proveedor liquidar su deuda en cuotas bimestrales vencidas durante dos años. La primera de dichas cuotas es por $12,500.00 y las subsecuentes se incrementarán $350.00 Para ello se acordó un interés nominal del 25% capitalizable mensualmente. Ahora la pregunta es: ¿Cuál es el valor del adeudo?



## 8.1.6. Ejercicios resueltos:

**Caso 1:** Con los siguientes datos calcule el ejercicio:

20 cuotas vencidas que crecen en forma aritmética a razón de
$G_a$= \$750.00
i = 18% anual
m = mensual
$R_{p1}$ = \$21,500.00

**Con la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético se resuelve con la siguiente fórmula:**

$$\mathbf{M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}}$$

**Así tenemos:**

$$M_{ga} = (\$21,500.00 + \frac{750.00}{.18/12})\left[\frac{(1+.18/12)^{20} - 1}{.18/12}\right] - \frac{20 * 750.00}{.18/12}$$

$$M_{ga} = (\$21,500.00 + \frac{750.00}{0.015})\left[\frac{(1+0.015)^{20} - 1}{0.015}\right] - \frac{10 * 750.00}{0.015}$$

$$M_{ga} = (\$21,500.00 + \$50,000.00)\left[23.1236671\right] - \$500,000.00$$

$$M_{ga} = (\$71,500.00)\left[23.1236671\right] - \$500000.00$$

$$M_{ga} = \$653,342.1977$$

**El resultado coincide con el cálculo en Excel**

| *Rp* | *i/m* | *n* | *importe* |
|---|---|---|---|
| | | | |
| **$ 21,500.00** | 0.015 | 19 | $ 28,529.44 |
| **$ 22,250.00** | 0.015 | 18 | $ 29,088.33 |
| **$ 23,000.00** | 0.015 | 17 | $ 29,624.47 |
| **$ 23,750.00** | 0.015 | 16 | $ 30,138.41 |
| **$ 24,500.00** | 0.015 | 15 | $ 30,630.69 |
| **$ 25,250.00** | 0.015 | 14 | $ 31,101.83 |
| **$ 26,000.00** | 0.015 | 13 | $ 31,552.36 |
| **$ 26,750.00** | 0.015 | 12 | $ 31,982.79 |
| **$ 27,500.00** | 0.015 | 11 | $ 32,393.60 |
| **$ 28,250.00** | 0.015 | 10 | $ 32,785.28 |
| **$ 29,000.00** | 0.015 | 9 | $ 33,158.31 |
| **$ 29,750.00** | 0.015 | 8 | $ 33,513.15 |
| **$ 30,500.00** | 0.015 | 7 | $ 33,850.27 |
| **$ 31,250.00** | 0.015 | 6 | $ 34,170.10 |
| **$ 32,000.00** | 0.015 | 5 | $ 34,473.09 |
| **$ 32,750.00** | 0.015 | 4 | $ 34,759.66 |
| **$ 33,500.00** | 0.015 | 3 | $ 35,030.23 |
| **$ 34,250.00** | 0.015 | 2 | $ 35,285.21 |
| **$ 35,000.00** | 0.015 | 1 | $ 35,525.00 |
| **$ 35,750.00** | 0.015 | 0 | $ 35,750.00 |
| | | | |
| | | S | $ 653,342.20 |

AHORA PARA CALCULAR EL VALOR ACTUAL DEL CONJUNTO DE RENTAS PERIÓDICAS CON GRADIENTE ARITMÉTICO:

DE LA FÓRMULA DE VALOR PRESENTE: $$VP = \frac{M}{(1+ i/m)^n}$$

Por lo que para calcular el valor actual del conjunto de rentas periódicas con gradiente aritmético sería:

$$VA_{ga} = \frac{M_{ga}}{(1+ i/m)^n} = \frac{\$653,342.19}{(1+ .18/12)^{20}} = \$485,087.25$$

En Excel obtenemos:

| *Rp* | *i/m* | *n* | *importe* |
|---|---|---|---|
| | | | |
| **$ 21,500.00** | 0.015 | 1 | $ 21,182.27 |
| **$ 22,250.00** | 0.015 | 2 | $ 21,597.22 |
| **$ 23,000.00** | 0.015 | 3 | $ 21,995.29 |
| **$ 23,750.00** | 0.015 | 4 | $ 22,376.88 |
| **$ 24,500.00** | 0.015 | 5 | $ 22,742.38 |
| **$ 25,250.00** | 0.015 | 6 | $ 23,092.19 |
| **$ 26,000.00** | 0.015 | 7 | $ 23,426.70 |
| **$ 26,750.00** | 0.015 | 8 | $ 23,746.27 |
| **$ 27,500.00** | 0.015 | 9 | $ 24,051.29 |
| **$ 28,250.00** | 0.015 | 10 | $ 24,342.10 |
| **$ 29,000.00** | 0.015 | 11 | $ 24,619.06 |
| **$ 29,750.00** | 0.015 | 12 | $ 24,882.53 |
| **$ 30,500.00** | 0.015 | 13 | $ 25,132.82 |
| **$ 31,250.00** | 0.015 | 14 | $ 25,370.29 |
| **$ 32,000.00** | 0.015 | 15 | $ 25,595.25 |
| **$ 32,750.00** | 0.015 | 16 | $ 25,808.02 |
| **$ 33,500.00** | 0.015 | 17 | $ 26,008.91 |
| **$ 34,250.00** | 0.015 | 18 | $ 26,198.22 |
| **$ 35,000.00** | 0.015 | 19 | $ 26,376.26 |
| **$ 35,750.00** | 0.015 | 20 | $ 26,543.32 |
| | | | |
| | | Σ | $ 485,087.25 |

Utilizando la fórmula del Valor Actual presente del conjunto de rentas periódicas vencidas con gradiente aritmético (Ga), tenemos que:

$$\mathbf{VA_{ga}} = \left[\left(\mathbf{Rp_1} + \frac{\mathbf{g_a}}{\mathbf{i/m}}\right)\left[\frac{(1+\mathbf{i/m})^{n}-1}{\mathbf{i/m}}\right] - \frac{\mathbf{n}*\mathbf{g_a}}{\mathbf{i/m}}\right](1+\mathbf{i/m})^{-n}$$

## Ahora resolvemos:

$$VA_{ga} = \left[\left(\$21{,}500.00 + \frac{750.00}{.18/12}\right)\left[\frac{(1+.18/12)^{20}-1}{.18/12}\right] - \frac{20*750.00}{.18/12}\right](1+.18/12)^{-20}$$

$$VA_{ga} = \left[ \left( 21{,}500.00 + \frac{750.00}{0.015} \right) \left[ \frac{(1.015)^{20} - 1}{0.015} \right] - \frac{20 * 750.00}{0.015} \right] (1.015)^{-20}$$

$$VA_{ga} = \left[ \$71{,}500.00 \left[ \frac{(1.34685501) - 1}{0.015} \right] - \$1'000{,}000.00 \right] (0.742470418)$$

$$VA_{ga} = \left[ \$71{,}500.00 \left[ 23.123667 \right] - \$1'000{,}000.00 \right] (0.742470418)$$

$$VA_{ga} = \left[ \$653{,}342.191 \right] (0.742470418)$$

$$VA_{ga} = \$485{,}087.25$$

**Caso 2:** Con los siguientes datos calcule el siguiente ejercicio:

35 cuotas vencidas que crecen en forma aritmética a razón de
$G_a$= $223.50
i = 7.8% anual
m = c/21 días mensual
$R_{p1}$ = $7,970.00

**Con la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético se resuelve con la siguiente fórmula:**

$$\mathbf{M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}) \left[ \frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m} \right] - \frac{n * g_a}{i/m}}$$

**Así tenemos:**

$$M_{ga} = (\$7{,}970.00 + \frac{223.50}{0.078 * 21/365}) \left[ \frac{(1 + (0.078 * 21/365))^{35} - 1}{0.078 * 21/365} \right] - \frac{35 * 223.50}{0.078 * 21/365}$$

$$M_{ga} = (\$7{,}970.00 + \$49{,}803.1136) \left[ 37.80684228 \right] - \$1'743{,}108.974$$

$$M_{ga} = (\$57{,}773.1136) \left[ 37.80684228 \right] - \$1'743{,}108.974$$

$$M_{ga} = \$441{,}110.02$$

## El resultado coincide con el cálculo en Excel

| *Rp* | *i/m* | *n* | *importe* |
|---|---|---|---|
| **$ 7,970.00** | 0.00448767 | 34 | $ 9,280.58 |
| **$ 8,193.50** | 0.00448767 | 33 | $ 9,498.21 |
| **$ 8,417.00** | 0.00448767 | 32 | $ 9,713.70 |
| **$ 8,640.50** | 0.00448767 | 31 | $ 9,927.09 |
| **$ 8,864.00** | 0.00448767 | 30 | $ 10,138.37 |
| **$ 9,087.50** | 0.00448767 | 29 | $ 10,347.56 |
| **$ 9,311.00** | 0.00448767 | 28 | $ 10,554.69 |
| **$ 9,534.50** | 0.00448767 | 27 | $ 10,759.76 |
| **$ 9,758.00** | 0.00448767 | 26 | $ 10,962.78 |
| **$ 9,981.50** | 0.00448767 | 25 | $ 11,163.78 |
| **$ 10,205.00** | 0.00448767 | 24 | $ 11,362.76 |
| **$ 10,428.50** | 0.00448767 | 23 | $ 11,559.74 |
| **$ 10,652.00** | 0.00448767 | 22 | $ 11,754.73 |
| **$ 10,875.50** | 0.00448767 | 21 | $ 11,947.75 |
| **$ 11,099.00** | 0.00448767 | 20 | $ 12,138.81 |
| **$ 11,322.50** | 0.00448767 | 19 | $ 12,327.92 |
| **$ 11,546.00** | 0.00448767 | 18 | $ 12,515.11 |
| **$ 11,769.50** | 0.00448767 | 17 | $ 12,700.37 |
| **$ 11,993.00** | 0.00448767 | 16 | $ 12,883.73 |
| **$ 12,216.50** | 0.00448767 | 15 | $ 13,065.20 |
| **$ 12,440.00** | 0.00448767 | 14 | $ 13,244.79 |
| **$ 12,663.50** | 0.00448767 | 13 | $ 13,422.51 |
| **$ 12,887.00** | 0.00448767 | 12 | $ 13,598.38 |
| **$ 13,110.50** | 0.00448767 | 11 | $ 13,772.41 |
| **$ 13,334.00** | 0.00448767 | 10 | $ 13,944.62 |
| **$ 13,557.50** | 0.00448767 | 9 | $ 14,115.01 |
| **$ 13,781.00** | 0.00448767 | 8 | $ 14,283.60 |
| **$ 14,004.50** | 0.00448767 | 7 | $ 14,450.40 |
| **$ 14,228.00** | 0.00448767 | 6 | $ 14,615.43 |
| **$ 14,451.50** | 0.00448767 | 5 | $ 14,778.69 |
| **$ 14,675.00** | 0.00448767 | 4 | $ 14,940.20 |
| **$ 14,898.50** | 0.00448767 | 3 | $ 15,099.98 |
| **$ 15,122.00** | 0.00448767 | 2 | $ 15,258.03 |
| **$ 15,345.50** | 0.00448767 | 1 | $ 15,414.37 |
| **$ 15,569.00** | 0.00448767 | 0 | $ 15,569.00 |
| | | | |
| | | | $ 441,110.02 |

## EL VALOR ACTUAL DEL CONJUNTO DE RENTAS PERIÓDICAS CON GRADIENTE ARITMÉTICO:

DE LA FÓRMULA DE VALOR PRESENTE $VP = \frac{M}{(1+ i/m)^n}$ Por lo que para calcular el valor actual del conjunto de rentas periódicas con gradiente aritmético sería:

$$VA_{ga} = \frac{M_{ga}}{(1+ i/m)^n} = \frac{\$441,110.02}{(1+ 0.078 * 21/365)^{35}} = \frac{\$441,110.02}{1.16966468} = \$377,125.20$$

En Excel obtenemos:

| *Rp* | *i/m* | *n* | *importe* |
|---|---|---|---|
| **$7,970.00** | 0.004487671 | 1 | $7,934.39 |
| **$8,193.50** | 0.004487671 | 2 | $8,120.45 |
| **$8,417.00** | 0.004487671 | 3 | $8,304.69 |
| **$8,640.50** | 0.004487671 | 4 | $8,487.12 |
| **$8,864.00** | 0.004487671 | 5 | $8,667.76 |
| **$9,087.50** | 0.004487671 | 6 | $8,846.61 |
| **$9,311.00** | 0.004487671 | 7 | $9,023.69 |
| **$9,534.50** | 0.004487671 | 8 | $9,199.01 |
| **$9,758.00** | 0.004487671 | 9 | $9,372.58 |
| **$9,981.50** | 0.004487671 | 10 | $9,544.42 |
| **$10,205.00** | 0.004487671 | 11 | $9,714.54 |
| **$10,428.50** | 0.004487671 | 12 | $9,882.95 |
| **$10,652.00** | 0.004487671 | 13 | $10,049.66 |
| **$10,875.50** | 0.004487671 | 14 | $10,214.68 |
| **$11,099.00** | 0.004487671 | 15 | $10,378.02 |
| **$11,322.50** | 0.004487671 | 16 | $10,539.71 |
| **$11,546.00** | 0.004487671 | 17 | $10,699.74 |
| **$11,769.50** | 0.004487671 | 18 | $10,858.13 |
| **$11,993.00** | 0.004487671 | 19 | $11,014.89 |
| **$12,216.50** | 0.004487671 | 20 | $11,170.04 |
| **$12,440.00** | 0.004487671 | 21 | $11,323.57 |
| **$12,663.50** | 0.004487671 | 22 | $11,475.52 |
| **$12,887.00** | 0.004487671 | 23 | $11,625.88 |
| **$13,110.50** | 0.004487671 | 24 | $11,774.67 |
| **$13,334.00** | 0.004487671 | 25 | $11,921.89 |
| **$13,557.50** | 0.004487671 | 26 | $12,067.57 |
| **$13,781.00** | 0.004487671 | 27 | $12,211.70 |
| **$14,004.50** | 0.004487671 | 28 | $12,354.31 |
| **$14,228.00** | 0.004487671 | 29 | $12,495.40 |
| **$14,451.50** | 0.004487671 | 30 | $12,634.98 |
| **$14,675.00** | 0.004487671 | 31 | $12,773.07 |
| **$14,898.50** | 0.004487671 | 32 | $12,909.67 |
| **$15,122.00** | 0.004487671 | 33 | $13,044.79 |
| **$15,345.50** | 0.004487671 | 34 | $13,178.45 |
| **$15,569.00** | 0.004487671 | 35 | $13,310.65 |
| | | Σ | $377,125.19 |

### 8.1.7. Algunos ejercicios resueltos para revisar.

Conviértase en un evaluador y verifique que el procedimiento sea correcto. De no ser así, repórtelo al autor:

Nota: en todos los casos comprobar $Rp_1$

Con los siguientes datos, resuelva el ejercicio:

**( 1 )**

**Rp1= $210.00**
**n = 65 cuotas**
**i = 18%**
**m= mensual**
**crece: $18 aritmético/ 1.8% geométrico**
**Mga= ?**

Prepagable

Aritmético

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (210 + \frac{18}{.18/12})\left[(1+.18/12)\frac{(1+.18/12)^{65} - 1}{.18/12}\right] - \frac{65*18}{.18/12}$$

$$Mga = (210 + \frac{18}{.015})\left[(1.015)\frac{(1.015)^{65} - 1}{.015}\right] - \frac{1{,}170}{.015}$$

$$Mga = (210 + 1{,}200)\left[(1.015)108.8027667\right] - 78{,}000$$

$$Mga = (1{,}410)\left[110.4348082\right] - 78{,}000$$

$$Mga = 155{,}713.07956 - 78{,}000$$

$$Mga = \$77{,}713.07956$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[77{,}713.07956\right].3799332$$

$$VAga = \$29{,}525.779$$

## Pospagable

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (1,410)\left[108.8027667\right] - 78,000$$

$$Mga = 153,411.901 - 78,000$$

$$Mga = \$75,411.90105$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[75,411.90105\right].3799332$$

$$VAga = \$28,651.48488$$

## Prepagable

$$Mgg = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n - (1+gg)^n}{i/m - gg}\right]$$

$$Mgg = 210(1.015)\left[\frac{(1.015)^{65} - (1+.018)^{65}}{.015 - .018}\right]$$

$$Mgg = 213.15\left[\frac{2.6320415 - 3.1886405}{-.003}\right]$$

$$Mgg = 213.15\left[\frac{-.556599}{-.003}\right]$$

$$Mgg = 213.15\left[185.533\right]$$

$$Mgg = \$39,546.35895$$

## Geométrico

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n - (1+gg)^n}{i/m - gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{39,546.35895}{1.015\left[185.533\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{39,546.35895}{188.315995}$$

$$Rp_1 = \$210.00$$

## Pospagable

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n - (1+gg)^n}{i/m - gg}\right]$$

$$Mgg = 210\left[185.533\right]$$

$$Mgg = \$38,961.93$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+i/m)^n - (1+gg)^n}{i/m - gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{38,961.93}{185.533}$$

$$Rp_1 = \$210.00$$

## ( 2 )

**Rp1= $180.00** **n= 50 cuotas**
**i= 16%** **crece: $15 aritmético/ 1.5% geométrico**
**m= cada 20 días**
**Mga= ¿?**

### Prepagable

### Aritmético

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (180 + \frac{15}{.16/365 * 20})\left[(1.0087671)\frac{(1.0087671)^{65} - 1}{.0087671}\right] - \frac{50*15}{.0087671}$$

$$Mga = (180 + \frac{15}{.0087671})\left[(1.0087671)\frac{.5471965}{.0087671}\right] - \frac{750}{.0087671}$$

$$Mga = (180 + 1,710.942045)\left[(1.0087671)62.4147665\right] - 85,547.10223$$

$$Mga = (1,890.942045)\left[62.961963\right] - 85,547.10223$$

$$Mga = 119,057.4231 - 85,547.10223$$

$$Mga = \$33,510.32084$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[33,510.32084\right].6463302$$

$$VAga = \$21,658.73237$$

### Pospagable

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (1,890.942045)\left[62.4147665\right] - 87,547.10223$$

$$Mga = 118,022.7062 - 87,547.10223$$

$$Mga = \$30,475.60397$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[30,475.60397\right].6463302$$

$$VAga = \$19,697.30321$$

## Prepagable

$$Mgg = Rp_1(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 180(1.0087671)\left[\frac{(1.0087671)^{65}-(1.015)^{65}}{.0087671-.015}\right]$$

$$Mgg = 181.578078\left[\frac{1.5471965-2.1052424}{-.0062329}\right]$$

$$Mgg = 181.578078\left[\frac{-.5580450}{-.0062329}\right]$$

$$Mgg = 181.578078[89.5323043]$$

$$Mgg = \$16,257.10373$$

## Geométrico

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{16,257.10373}{1.0087671[89.5323043]}$$

$$Rp_1 = \frac{16,257.10373}{90.3172429}$$

$$Rp_1 = \$180.00$$

## Pospagable

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 180[89.5323043]$$

$$Mgg = \$16,115.81477$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{16,115.81477}{89.5323043}$$

$$Rp_1 = \$180.00$$

**( 3 )**

**Rp1= $310.00**
**i= .13% mensual**
**m= cada 18 días**
**Mga= ¿?**

**n= 33 cuotas**
**crece: $22.00 aritmético/ 2.2% geométrico**

## Prepagable

## Aritmético

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (310 + \frac{22}{.13/30 * 18})\left[(1.078)\frac{(1.078)^{33} - 1}{.078}\right] - \frac{33*22}{.078}$$

$$Mga = (310 + \frac{22}{.078})\left[(1.078)\frac{10.9239215}{.078}\right] - 9,307.692308$$

$$Mga = (310 + 282.0512821)\left[(1.078)140.0502756\right] - 9,307.692308$$

$$Mga = (592.0512821)\left[150.9741971\right] - 9,307.692308$$

$$Mga = 89,384.46698 - 9,307.692308$$

$$Mga = \$80,076.77467$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[80,076.77467\right].0838650$$

$$VAga = \$6,715.638708$$

## Pospagable

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (592.0512821)\left[140.0502756\right] - 9,307.692308$$

$$Mga = 82,916.94523 - 9,307.692308$$

$$Mga = \$73,609.25292$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[73,609.25292\right].0838650$$

$$VAga = \$6,173.239996$$

## Prepagable

## Geométrico

$$Mgg = Rp_1(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 310(1.078)\left[\frac{(1.078)^{33}-(1.022)^{33}}{.078-.022}\right]$$

$$Mgg = 334.18\left[\frac{11.9239215-2.0505934}{-.056}\right]$$

$$Mgg = 334.18[176.30943]$$

$$Mgg = \$58,919.08544$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{58,919.08544}{1.078[176.3094304]}$$

$$Rp_1 = \frac{58,919.08544}{190.061566}$$

$$Rp_1 = \$310.00$$

## Pospagable

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 310[176.3094304]$$

$$Mgg = \$54,655.92342$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{54,655.92342}{176.3094304}$$

$$Rp_1 = \$310.00$$

**( 4 )**

**Mga= ¿?**
**Rp1= $400.00** **n= 22 cuotas**
**i= 19%** **crece: $12 aritmético/ 1.2% geométrico**
**m= quincenal**

## Prepagable

## Aritmético

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (400 + \frac{12}{.19/365 * 15})\left[(1.0078082)\frac{(1.0078082)^{22} - 1}{.0078082}\right] - \frac{22*12}{.0078082}$$

$$Mga = (400 + \frac{12}{.0078082})\left[(1.0078082)\frac{.1866255}{.0078082}\right] - 33,810.60936$$

$$Mga = (400 + 1,536.84588)\left[(1.0078082)23.9012192\right] - 33,810.60936$$

$$Mga = (1,936.84588)\left[24.0878447\right] - 33,810.60936$$

$$Mga = 46,654.44276 - 33,810.60936$$

$$Mga = \$12,843.8334$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[12,843.8334\right].8427261$$

$$VAga = \$10,823.83363$$

## Pospagable

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (1,936.84588)\left[23.9012192\right] - 33,810.60936$$

$$Mga = 46,292.97793 - 33,810.60936$$

$$Mga = \$12,482.36857$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[12,482.36857\right].8427261$$

$$VAga = \$10,519.21779$$

## Prepagable

## Geométrico

$$Mgg = Rp_1(1+ {}^{i}\!/_{m})\left[\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{{}^{i}\!/_{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 400(1.0078082)\left[\frac{(1.0078082)^{22}-(1.012)^{22}}{.078-.022}\right]$$

$$Mgg = 403.12328\left[\frac{1.1866250-1.3000835}{-.0041918}\right]$$

$$Mgg = 403.12328\left[27.0667732\right]$$

$$Mgg = \$10,911.24639$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{(1+ {}^{i}\!/_{m})\left[\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{{}^{i}\!/_{m}-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{10,911.24639}{1.0078082\left[27.0667732\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{10,911.24639}{27.2781159}$$

$$Rp_1 = \$400.00$$

## Pospagable

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{{}^{i}\!/_{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 400\left[27.0667732\right]$$

$$Mgg = \$10,826.70928$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{{}^{i}\!/_{m}-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{10,826.70928}{27.0667732}$$

$$Rp_1 = \$400.00$$

## ( 5 )

**Mga= ¿?**
**Rp1= $850.00** **n= 90 cuotas**
**i= 32% bianual** **crece: $15.00 aritmético/ 1.5% geométrico**
**m= mensual**

### Prepagable

### Aritmético

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (850 + \frac{15}{.32/24})\left[(1.0133333)\frac{(1.0133333)^{90} - 1}{.0133333}\right] - \frac{90*15}{.0133333}$$

$$Mga = (850 + \frac{15}{.0133333})\left[(1.0133333)\frac{2.2938841}{.0133333}\right] - 101,250.2531$$

$$Mga = (850 + 1,125.002813)\left[(1.0133333)172.0417376\right] - 101,250.2531$$

$$Mga = (1,975.002813)\left[174.3356217\right] - 101,250.2531$$

$$Mga = 344,313.3433 - 101,250.2531$$

$$Mga = \$243,063.0902$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[(1+i/m)\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[243,063.0902\right].3035929$$

$$VAga = \$73,792.22844$$

### Pospagable

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (1,975.002813)\left[174.3356217\right] - 101,250.2531$$

$$Mga = 344,313.3433 - 101,250.2531$$

$$Mga = \$243,063.0802$$

$$VAga = \left[(Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VAga = \left[243,063.0802\right].3035929$$

$$VAga = \$73,792.22539$$

## Prepagable

## Geométrico

$$Mgg = Rp_1(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 850(1.0133333)\left[\frac{(1.0133333)^{90}-(1.015)^{90}}{.0133333-.015}\right]$$

$$Mgg = 861.333305\left[\frac{3.2938841-3.8189485}{-.0016667}\right]$$

$$Mgg = 861.333305\left[315.0323394\right]$$

$$Mgg = \$271,347.846$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{271,347.846}{1.0133333\left[315.0323394\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{271,347.846}{319.2327601}$$

$$Rp_1 = \$850.00$$

## Pospagable

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]$$

$$Mgg = 850\left[315.0323394\right]$$

$$Mgg = \$267,777.4885$$

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+ i/m)^n-(1+gg)^n}{i/m-gg}\right]}$$

$$Rp_1 = \frac{267,777.4885}{315.0323394}$$

$$Rp_1 = \$850.00$$

## 8.1.8.- Ejercicios con despeje de "n" para desarrollar en clase su verificación

**Colaboración especial de MARISOL DOMÍNGUEZ MARTÍNEZ (LAET)**

**1. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$200.00$

$i = 12\% \longrightarrow i = \frac{.12}{365} * 21 = 0.0069041$

$m = cada\ 21\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$30$

$crece\ geometricamente\ 3\%$

$n = 90\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (200.00 + \frac{30.00}{0.0069041})\left[(1 + 0.0069041)\frac{(1 + 0.0069041)^{90} - 1}{0.0069041}\right]\frac{-90 * 30.00}{0.0069041}$$

$$Mga = (200.00 + 4345.24413)\left[(1.0069041)\frac{(1.0069041)^{90} - 1}{0.0069041}\right]\frac{-2700.00}{0.0069041}$$

$$Mga = (4545.24413)\left[(1.0069041)\frac{1.8575043 - 1}{0.0069041}\right] - 391071.9717$$

$$Mga = (4545.24413)\left[(1.0069041)\frac{0.8575043}{0.0069041}\right] - 391071.9717$$

$$Mga = (4545.24413)[(1.0069041)124.2021842] - 391071.9717$$

$$Mga = (4545.24413)(125.0596885) - 391071.9717$$

$$Mga = 568426.8151 - 391071.9717$$

$$\boldsymbol{Mga = \$17,7354.84}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(200.00 + \frac{30.00}{0.0069041}\right)\left[\frac{(1+0.0069041)^{90}-1}{0.0069041}\right]\frac{-90*30.00}{0.0069041}$$

$$Mga = (200.00 + 4345.24413)\left[\frac{(1.0069041)^{90}-1}{0.0069041}\right]\frac{-2700.00}{0.0069041}$$

$$Mga = (4545.24413)\left[\frac{1.8575043-1}{0.0069041}\right] - 391071.9717$$

$$Mga = (4545.24413)\left[\frac{0.8575043}{0.0069041}\right] - 391071.9717$$

$$Mga = (4545.24413)(124.2021842) - 391071.9717$$

$$Mga = 564529.2487 - 391071.9717$$

$$\boldsymbol{Mga = \$17,3457.27}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(200.00 + \frac{30.00}{0.0069041}\right)\left[(1+0.0069041)\frac{(1+0.0069041)^{90}-1}{0.0069041}\right]\frac{-90*30.00}{0.0069041}\right](1 + 0.0069041)^{90}$$

$$VAga = \left[(200 + 4345.24413)\left[(1.0069041)\frac{(1.0069041)^{90}-1}{0.0069041}\right]\frac{-2700.00}{0.0069041}\right](1.0069041)^{90}$$

$$VAga = \left[(4545.24413)\left[(1.0069041)\frac{0.8575043}{0.0069041}\right] - 391071.9717\right]1.8575043$$

$$VAga = [(4545.24413)[(1.0069041)124.2021842] - 391071.9717]1.8575043$$

$$VAga = [(4545.24413)(125.0596885) - 391071.9717]1.8575043$$

$$VAga = (177354.8434)(1.8575043)$$

$$\boldsymbol{VAga = \$32,9437.38}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 200.00(1+0.0069041)\left[\frac{(1+0.0069041)^{90}-(1+0.03)^{90}}{0.0069041-0.03}\right]$$

$$Mgg = 200.00(1.0069041)\left[\frac{(1.0069041)^{90}-(1.03)^{90}}{-0.0230959}\right]$$

$$Mgg = 201.38082\left[\frac{1.8575043-14.3004671}{-0.0230959}\right]$$

$$Mgg = 201.38082\left[\frac{-12.4429628}{-0.0230959}\right]$$

$$Mgg = 201.38082(538.7520209)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$10,8494.32}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{(1+0.0069041)^{90}-(1+0.03)^{90}}{0.0069041-0.03}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{(1.0069041)^{90}-(1.03)^{90}}{0.0069041-0.03}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{1.8575043-14.3004671}{-0.0230959}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{-12.4429628}{-0.0230959}\right]$$

$$Mgg = 200.00(538.7520209)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$10,7750.40}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{(1+0.0069041)\left[\frac{(1+0.0069041)^{90}-(1+0.03)^{90}}{0.0069041-0.03}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{(1.0069041)\left[\frac{(1.0069041)^{90}-(1.03)^{90}}{-0.0230959}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{(1.0069041)\left[\frac{1.8575043-14.3004671}{-0.0230959}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{(1.0069041)(-12.4429628)}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{(1.0069041)(538.7520209)}$$

$$Rp1 = \frac{108494.3238}{542.4716187} \quad \boldsymbol{Rp1 = \$200.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

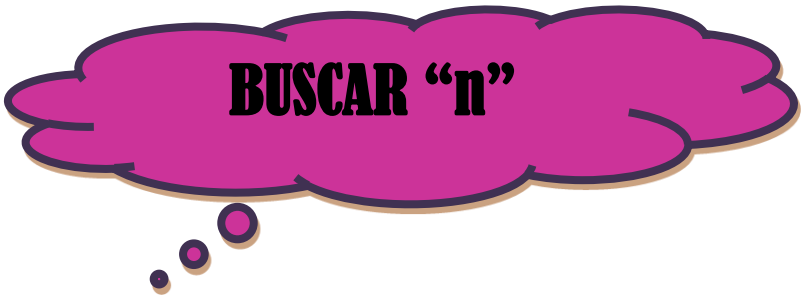
$$Rp1 = \frac{107750.4042}{\left[\frac{(1+0.0069041)^{90}-(1+0.03)^{90}}{0.069041-0.03}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{107750.4042}{\left[\frac{(1.0069041)^{90}-(1.03)^{90}}{-0.0230959}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{107750.4042}{\left[\frac{1.8575043-14.3004671}{-0.0230959}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{107750.4042}{\left[\frac{-12.4429628}{-0.0230959}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{107750.4042}{538.7520209} \qquad \boldsymbol{Rp1 = \$200.00}$$




$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{G_g})^{x}-(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^{x}-\left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})}*\left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}-\boldsymbol{G_g}\right)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1}+\mathbf{0.03})^{\mathbf{90}}-(\mathbf{1}+0.0069041)^{\mathbf{90}}-\left[\frac{\mathbf{108494.3238}}{\mathbf{200}(\mathbf{1}+0.0069041)}*(0.0069041-\mathbf{0.03})\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.03})^{\mathbf{90}}-(\mathbf{1}.0069041)^{\mathbf{90}}-\left[\frac{\mathbf{108494.3238}}{\mathbf{200}(\mathbf{1}.0069041)}*(-0.0230959)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{14.3004671})-(\mathbf{1.8575043})-\left[\frac{\mathbf{108494.3238}}{\mathbf{201.38082}}*(-0.0230959)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{12.4429628})-[\mathbf{538.7520212}*(-0.0230959)]=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{12.4429628-12.4429628=0}$$

**2. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$500.00$

$i = 15\% \longrightarrow$ $i = \frac{.15}{365} * 15 = 0.0061643$

$m = cada\ 15\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$10$

$crece\ geometricamente\ 1.5\%$

$n = 20\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (500.00 + \frac{10.00}{0.0061643})\left[(1 + 0.0061643)\frac{(1 + 0.0061643)^{20} - 1}{0.0061643}\right]\frac{-20 * 10.00}{0.0061643}$$

$$Mga = (500.00 + 1622.244213)\left[(1.0061643)\frac{(1.0061643)^{20} - 1}{0.0061643}\right]\frac{-200.00}{0.0061643}$$

$$Mga = (2122.244213)\left[(1.0061643)\frac{1.1307798 - 1}{0.0061643}\right] - 32444.88425$$

$$Mga = (2122.244213)\left[(1.0061643)\frac{0.1307798}{0.0061643}\right] - 32444.88425$$

$$Mga = (2122.244213)[(1.0061643)21.2115677] - 32444.88425$$

$$Mga = (2122.244213)(21.3423221) - 32444.88425$$

$$Mga = 45293.61957 - 32444.88425$$

$$\boldsymbol{Mga = \$12,848.73}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(500.00 + \frac{10.00}{0.0061643}\right)\left[\frac{(1+0.0061643)^{20}-1}{0.0061643}\right]\frac{-20*10.00}{0.0061643}$$

$$Mga = (500.00 + 1622.244213)\left[\frac{(1.0061643)^{20}-1}{0.0061643}\right]\frac{-200.00}{0.0061643}$$

$$Mga = (2122.244213)\left[\frac{1.1307798-1}{0.0061643}\right] - 32444.88425$$

$$Mga = (2122.244213)\left[\frac{0.1307798}{0.0061643}\right] - 32444.88425$$

$$Mga = (2122.244213)(21.2156773) - 32444.88425$$

$$Mga = 45024.84837 - 32444.88425$$

$$\boldsymbol{Mga = \$12,579.96}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(500.00 + \frac{10.00}{0.0061643}\right)\left[(1+0.0061643)\frac{(1+0.0061643)^{20}-1}{0.0069041}\right]\frac{-20*10.00}{0.0061643}\right](1 + 0.0061643)^{20}$$

$$VAga = \left[(500 + 1622.244213)\left[(1.0061643)\frac{1.1307798-1}{0.0061643}\right]\frac{-200.00}{0.0061643}\right](1.0061643)^{20}$$

$$VAga = \left[(2122.244213)\left[(1.0061643)\frac{0.1307798}{0.0061643}\right] - 32444.88425\right]1.1307798$$

$$VAga = [(2122.244213)[(1.0061643)21.2156773] - 32444.88425]1.1307798$$

$$VAga = [(2122.244213)(21.3464571) - 32444.88425]1.1307798$$

$$VAga = (45302.39505 - 32444.88425)(1.1307798)$$

$$VAga = (12857.5108)(1.1307798) \quad \boldsymbol{VAga = \$14,539.01}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 500.00(1+0.0061643)\left[\frac{(1+0.0061643)^{20}-(1+0.015)^{20}}{0.0061643-0.015}\right]$$

$$Mgg = 500.00(1.0061643)\left[\frac{(1.0061643)^{20}-(1.015)^{20}}{-0.0088357}\right]$$

$$Mgg = 503.08215\left[\frac{1.1307798-1.3468550}{-0.0088357}\right]$$

$$Mgg = 503.08215\left[\frac{-0.2160752}{-0.0088357}\right]$$

$$Mgg = 503.08215(24.4547913)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$12,302.76}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 500.00\left[\frac{(1+0.0061643)^{20}-(1+0.015)^{20}}{0.0061643-0.015}\right]$$

$$Mgg = 500.00\left[\frac{(1.0061643)^{20}-(1.015)^{20}}{0.0061643-0.015}\right]$$

$$Mgg = 500.00\left[\frac{1.1307798-1.3468550}{-0.0088357}\right]$$

$$Mgg = 500.00\left[\frac{-0.2157702}{-0.0088357}\right]$$

$$Mgg = 500.00(24.4547913)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$12,227.39}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12302.76899}{(1+0.0061643)\left[\frac{(1+0.0061643)^{20}-(1+0.015)^{20}}{0.0061643-0.015}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12302.76899}{(1.0061643)\left[\frac{(1.0061643)^{20}-(1.015)^{20}}{-0.0088357}\right]} \qquad Rp1 = \frac{12302.76899}{(1.0061643)\left[\frac{1.1307798-1.3468550}{-0.0088357}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12302.76899}{(1.0061643)(\frac{-0.2160752}{-0.0088357})} \qquad Rp1 = \frac{12302.76899}{(1.0061643)(24.4547913)} \qquad Rp1 = \frac{12302.76899}{24.6055379}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$500.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12227.39565}{\left[\frac{(1+0.0061643)^{20}-(1+0.015)^{20}}{0.0061643-0.015}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12227.39565}{\left[\frac{(1.0061643)^{20}-(1.015)^{20}}{-0.0088357}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12227.39565}{\left[\frac{1.1307798-1.3468550}{-0.0088357}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12227.39565}{\left[\frac{-0.2160752}{-0.0088357}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{12227.39565}{24.4547913}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$500.00}$$

# BUSCAR "n"

$$(1+G_g)^x-(1+\frac{i}{m})^x-\left[\frac{Mg_g}{Rp1(1+\frac{i}{m})}*\left(\frac{i}{m}-G_g\right)\right]=0$$

$$(1+0.015)^{20}-(1+0.0061643)^{20}-\left[\frac{12302.76899}{500(1+0.0061643)}*(0.0061643-0.015)\right]=0$$

$$(1.015)^{20}-(1.0061643)^{20}-\left[\frac{12302.76899}{500(1.0061643)}*(-0.0088357)\right]=0$$

$$(1.3468550)-(1.1307798)-\left[\frac{12302.76899}{503.08215}*(-0.0088357)\right]=0$$

$$(0.2160752)-[24.45479131*(-0.0088357)]=0$$

$$0.2160752-0.2160751=0.0000001$$

**3. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$300.00$

$i = 10\% \longrightarrow i = \frac{.10}{365} * 10 = 0.0027397$

$m = cada\ 10\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$15$

$crece\ geometricamente\ 2\%$

$n = 10\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (300.00 + \frac{15.00}{0.0027397})\left[(1 + 0.0027397)\frac{(1 + 0.0027397)^{10} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-10 * 15.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (300.00 + 5475.052013)\left[(1.0027397)\frac{(1.0027397)^{10} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-150.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (5775.052013)\left[(1.0027397)\frac{1.0277372 - 1}{0.0027397}\right] - 54750.52013$$

$$Mga = (5775.052013)\left[(1.0027397)\frac{0.0277372}{0.0027397}\right] - 54750.52013$$

$$Mga = (5775.052013)[(1.0027397)10.1241741] - 54750.52013$$

$$Mga = (5775.052013)(10.1519113) - 54750.52013$$

$$Mga = 58627.81579 - 54750.52013$$

$$\boldsymbol{Mga = \$3,877.29}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(300.00 + \frac{15.00}{0.0027397}\right)\left[\frac{(1+0.0027397)^{10}-1}{0.0027397}\right]\frac{-10*15.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (300.00 + 5475.052013)\left[\frac{(1.0027397)^{10}-1}{0.0027397}\right]\frac{-150.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (5775.052013)\left[\frac{1.0277372-1}{0.0027397}\right] - 54750.52013$$

$$Mga = (5775.052013)\left[\frac{0.0277372}{0.0027397}\right] - 54750.52013$$

$$Mga = (5775.052013)(10.1241741) - 54750.52013$$

$$Mga = 58467.63202 - 54750.52013$$

$$\boldsymbol{Mga = \$3,717.11}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(300.00 + \frac{15.00}{0.0027397}\right)\left[(1+0.0027397)\frac{(1+0.0027397)^{10}-1}{0.0027397}\right]\frac{-10*15.00}{0.0027397}\right](1 + 0.0027397)^{10}$$

$$VAga = \left[(300 + 5475.052013)\left[(1.0027397)\frac{1.0277372-1}{0.0027397}\right]\frac{-150.00}{0.0027397}\right](1.0027397)^{10}$$

$$VAga = \left[(5775.052013)\left[(1.0027397)\frac{0.0277372}{0.0027397}\right] - 54750.52013\right]1.0277372$$

$$VAga = [(5775.052013)[(1.0027397)10.1241741] - 54750.52013]1.0277372$$

$$VAga = [(5775.052013)(10.1519113) - 54750.52013]1.0277372$$

$$VAga = (58627.81579 - 54750.52013)(1.0277372)$$

$$VAga = (3877.295658)(1.0277372)$$

$$\boldsymbol{VAga = \$3,984.84}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 300.00(1+0.0027397)\left[\frac{(1+0.0027397)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0027397-0.02}\right]$$

$$Mgg = 300.00(1.0027397)\left[\frac{(1.0027397)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0172603}\right]$$

$$Mgg = 300.82191\left[\frac{1.0277372-1.2189944}{-0.0172603}\right]$$

$$Mgg = 300.82191\left[\frac{-0.1912572}{-0.0172603}\right]$$

$$Mgg = 300.82191(11.0807575)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$3,333.33}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 300.00\left[\frac{(1+0.0027397)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0027397-0.02}\right]$$

$$Mgg = 300.00\left[\frac{(1.0027397)^{10}-(1.02)^{10}}{0.0027397-0.02}\right]$$

$$Mgg = 300.00\left[\frac{1.0277372-1.2189944}{-0.0172603}\right]$$

$$Mgg = 300.00\left[\frac{-0.1912572}{-0.0172603}\right]$$

$$Mgg = 300.00(11.0807575)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$3,324.22}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{(1+0.0027397)\left[\frac{(1+0.0027397)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0027397-0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{(1.0027397)\left[\frac{(1.0027397)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0172603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{(1.0027397)\left[\frac{1.0277372-1.2189944}{-0.0172603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{(1.0027397)(\frac{-0.1912572}{-0.0172603})}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{(1.0027397)(11.0807575)}$$

$$Rp1 = \frac{3333.334635}{11.1111154}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$300.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3324.22725}{\left[\frac{(1+0.0027397)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0027397-0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3324.22725}{\left[\frac{(1.0027397)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0172603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3324.22725}{\left[\frac{1.0277372-1.2189944}{-0.0172603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3324.22725}{\left[\frac{-0.1912572}{-0.0172603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3324.22725}{11.0807575}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$300.00}$$




$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{G_g})^{x}-(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^{x}-\left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})}*\left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}-\boldsymbol{G_g}\right)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1}+\mathbf{0.02})^{\mathbf{10}}-(\mathbf{1}+0.0027397)^{\mathbf{10}}-\left[\frac{\mathbf{3333.334635}}{\mathbf{300}(\mathbf{1}+0.0027397)}*(0.0027397-\mathbf{0.02})\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.02})^{\mathbf{10}}-(\mathbf{1}.0027397)^{\mathbf{10}}-\left[\frac{\mathbf{3333.334635}}{\mathbf{300}(\mathbf{1}.0027397)}*(-0.0172603)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.2189944})-(\mathbf{1.0277372})-\left[\frac{\mathbf{3333.334635}}{\mathbf{300.82191}}*(-0.0172603)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{0.1912572})-[\mathbf{11.0807575}*(-0.0172603)]=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{0.2160752-0.1912571=0.0000001}$$

**4. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$400.00$

$i = 5\% \longrightarrow \quad i = \frac{.05}{365} * 21 = 0.0028767$

$m = cada\ 21\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$10$

$crece\ geometricamente\ 2.5\%$

$n = 25\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (400.00 + \frac{10.00}{0.0028767})\left[(1 + 0.0028767)\frac{(1 + 0.0028767)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-25 * 10.00}{0.0028767}$$

$$Mga = (400.00 + 3476.205374)\left[(1.0028767)\frac{(1.0715213)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-250.00}{0.0028767}$$

$$Mga = (3876.205374)\left[(1.0028767)\frac{1.0715213 - 1}{0.0028767}\right] - 86905.13436$$

$$Mga = (3876.205374)\left[(1.0028767)\frac{0.0715213}{0.0028767}\right] - 86905.13436$$

$$Mga = (3876.205374)[(1.0028767)24.8622944] - 86905.13436$$

$$Mga = (3876.205374)(24.9338157) - 86905.13436$$

$$Mga = 96648.59041 - 86905.13436$$

$$\boldsymbol{Mga = \$9,743.45}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(400.00 + \frac{10.00}{0.0028767}\right)\left[\frac{(1+0.0028767)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-25 * 10.00}{0.0028767}$$

$$Mga = (400.00 + 3476.205374)\left[\frac{(1.0028767)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-250.00}{0.0028767}$$

$$Mga = (3876.205374)\left[\frac{1.0744557 - 1}{0.0028767}\right] - 86905.13436$$

$$Mga = (3876.205374)\left[\frac{0.0744557}{0.0028767}\right] - 86905.13436$$

$$Mga = (3876.205374)(25.8823304) - 86905.13436$$

$$Mga = 100325.2282 - 86905.13436 \quad \boldsymbol{Mga = \$13,420.09}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^n$$

$$VAga = \left[\left(400.00 + \frac{10.00}{0.0028767}\right)\left[(1+0.0028767)\frac{(1+0.0028767)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-25 * 10.00}{0.0028767}\right](1 + 0.0028767)^{25}$$

$$VAga = \left[(400 + 3476.205374)\left[(1.0028767)\frac{(1.0028767)^{25} - 1}{0.0028767}\right]\frac{-250.00}{0.0028767}\right](1.0028767)^{25}$$

$$VAga = \left[(3876.205374)\left[(1.0028767)\frac{1.0744557 - 1}{0.0028767}\right] - 86905.13436\right]1.0744557$$

$$VAga = \left[(3876.205374)\left[(1.0028767)\frac{0.0744557}{0.0028767}\right] - 86905.13436\right]1.0744557$$

$$VAga = [(3876.205374)[(1.0028767)25.8823304] - 86905.13436]1.0744557$$

$$VAga = [(3876.205374)(25.9567596) - 86905.13436]1.0744557$$

$$VAga = (100613.7311 - 86905.13436)(1.8575043)$$

$$VAga = (13708.59669)(1.8575043) \quad \boldsymbol{VAga = \$25,463.77}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 400.00(1+0.0028767)\left[\frac{(1+0.0028767)^{25}-(1+0.025)^{25}}{0.0028767-0.025}\right]$$

$$Mgg = 400.00(1.0028767)\left[\frac{(1.0028767)^{25}-(1.025)^{25}}{-0.0221233}\right]$$

$$Mgg = 401.15068\left[\frac{1.0744557-1.8539440}{-0.0221233}\right]$$

$$Mgg = 401.15068\left[\frac{-0.7794883}{-0.0221233}\right]$$

$$Mgg = 401.15068(35.2338168)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$14,134.06}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 400.00\left[\frac{(1+0.0028767)^{25}-(1+0.025)^{25}}{0.0028767-0.025}\right]$$

$$Mgg = 400.00\left[\frac{(1.0028767)^{25}-(1.025)^{25}}{0.0028767-0.025}\right]$$

$$Mgg = 400.00\left[\frac{1.0744557-1.8539440}{-0.0221233}\right]$$

$$Mgg = 400.00\left[\frac{-0.7794883}{-0.0221233}\right]$$

$$Mgg = 400.00(35.2338168)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$14,093.52}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{(1+0.0028767)\left[\frac{(1+0.0028767)^{25}-(1+0.025)^{25}}{0.0028767-0.025}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{(1.0028767)\left[\frac{(1.0028767)^{25}-(1.025)^{25}}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{(1.0028767)\left[\frac{1.0744557-1.8539440}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{(1.0028767)\left[\frac{-0.7794883}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{(1.0028767)(35.2338168)}$$

$$Rp1 = \frac{14134.06957}{35.3351739}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$400.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14093.52672}{\left[\frac{(1+0.0028767)^{25}-(1+0.025)^{25}}{0.0028767-0.025}\right]}$$

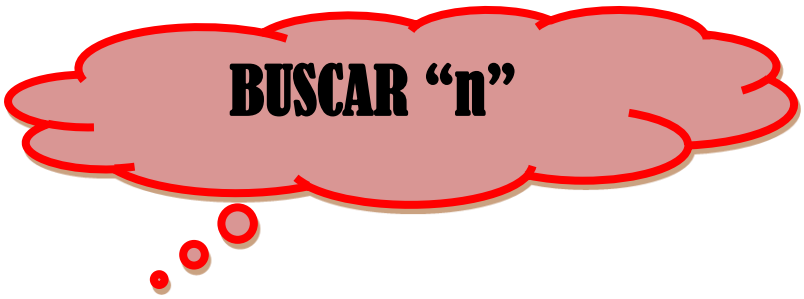
$$Rp1 = \frac{14093.52672}{\left[\frac{(1.0028767)^{25}-(1.025)^{25}}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14093.52672}{\left[\frac{1.0744557-1.8539440}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14093.52672}{\left[\frac{-0.7794883}{-0.0221233}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{14093.52672}{35.2338168}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$400}$$




$$(1+G_g)^x-(1+\frac{i}{m})^x-\left[\frac{Mg_g}{Rp1(1+\frac{i}{m})}*\left(\frac{i}{m}-G_g\right)\right]=0$$

$$(1+0.025)^{25}-(1+0.0028767)^{25}-\left[\frac{14134.06957}{400(1+0.0028767)}*(0.0028767-0.025)\right]=0$$

$$(1.025)^{25}-(1.0028767)^{25}-\left[\frac{14134.06957}{400(1.0028767)}*(-0.0221233)\right]=0$$

$$(1.8539440)-(1.0744557)-\left[\frac{14134.06957}{401.15068}*(-0.0221233)\right]=0$$

$$(0.7794883)-[35.2338168*(-0.0221233)]=0$$

$$0.7794883-0.7794882=0.0000001$$

**5. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$100.00$

$i = 3\% \longrightarrow \quad i = \frac{.03}{365} * 15 = 0.0012328$

$m = cada\ 15\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$40$

$crece\ geometricamente\ 4.5\%$

$n = 50\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (100.00 + \frac{40.00}{0.0012328})\left[(1 + 0.0012328)\frac{(1 + 0.0012328)^{50} - 1}{0.0012328}\right]\frac{-50 * 40.00}{0.0012328}$$

$$Mga = (100.00 + 32446.46334)\left[(1.0012328)\frac{(1.0012328)^{50} - 1}{0.0012328}\right]\frac{-2000.00}{0.0012328}$$

$$Mga = (32546.46334)\left[(1.0012328)\frac{1.0635390 - 1}{0.0012328}\right] - 1622323.167$$

$$Mga = (32546.46334)\left[(1.0012328)\frac{0.0635390}{0.0012328}\right] - 1622323.167$$

$$Mga = (32546.46334)[(1.0012328)51.5403958] - 1622323.167$$

$$Mga = (32546.46334)(51.6039348) - 1622323.167$$

$$Mga = 1679525.572 - 1622323.167$$

$$\boldsymbol{Mga = \$57,202.40}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(100.00 + \frac{40.00}{0.0012328}\right)\left[\frac{(1+0.0012328)^{50}-1}{0.0012328}\right]\frac{-50*40.00}{0.0012328}$$

$$Mga = (100.00 + 32446.46334)\left[\frac{(1.0012328)^{50}-1}{0.0012328}\right]\frac{-2000.00}{0.0012328}$$

$$Mga = (32546.46334)\left[\frac{1.0635390-1}{0.0012328}\right] - 1622323.167$$

$$Mga = (32546.46334)\left[\frac{0.0635390}{0.0012328}\right] - 1622323.167$$

$$Mga = (32546.46334)(51.5403958) - 1622323.167$$

$$Mga = 1677457.602 - 1622323.167 \qquad \boldsymbol{Mga = \$55,134.43}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(100.00 + \frac{40.00}{0.0012328}\right)\left[(1+0.0012328)\frac{(1+0.0012328)^{50}-1}{0.0012328}\right]\frac{-50*40.00}{0.0012328}\right](1 + 0.0012328)^{50}$$

$$VAga = \left[(100 + 32446.46334)\left[(1.0012328)\frac{(1.0012328)^{50}-1}{0.0012328}\right]\frac{-2000.00}{0.0012328}\right](1.0012328)^{50}$$

$$VAga = \left[(32546.46334)\left[(1.0012328)\frac{1.0635390-1}{0.0012328}\right] - 1622323.167\right]1.0635390$$

$$VAga = \left[(32546.46334)\left[(1.0012328)\frac{0.0635390}{0.0012328}\right] - 1622323.167\right]1.0635390$$

$$VAga = [(32546.46334)[(1.0012328)51.5403958] - 1622323.167]1.0635390$$

$$VAga = [(32546.46334)(51.6039348) - 1622323.167]1.0635390$$

$$VAga = (1679525.572 - 1622323.167)(1.0635390)$$

$$VAga = (57202.40517)(1.0635390) \qquad \boldsymbol{VAga = \$60,836.98}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1+0.0012328)\left[\frac{(1+0.0012328)^{50}-(1+0.045)^{50}}{0.0012328-0.045}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1.0012328)\left[\frac{(1.0012328)^{50}-(1.045)^{50}}{-0.0437672}\right]$$

$$Mgg = 100.12328\left[\frac{1.0635390-9.0326362}{-0.0437672}\right]$$

$$Mgg = 100.12328\left[\frac{-7.9690972}{-0.0437672}\right]$$

$$Mgg = 100.12328(182.07921)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$18,230.36}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1+0.0012328)^{50}-(1+0.045)^{50}}{0.0012328-0.045}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1.0012328)^{50}-(1.045)^{50}}{0.0012328-0.045}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{1.0635390-9.0326362}{-0.0437672}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{-7.9690972}{-0.0437672}\right]$$

$$Mgg = 100.00(182.07921)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$18,207.92}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{(1+0.0012328)\left[\frac{(1+0.0012328)^{50}-(1+0.045)^{50}}{0.0012328-0.045}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{(1.0012328)\left[\frac{(1.0012328)^{50}-(1.045)^{50}}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{(1.0012328)\left[\frac{1.0635390-9.0326362}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{(1.0012328)\left[\frac{-07.9690972}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{(1.0012328)(182.07921)}$$

$$Rp1 = \frac{18230.36773}{182.3036773}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18207.921}{\left[\frac{(1+0.0012328)^{50}-(1+0.045)^{50}}{0.0012328-0.045}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18207.921}{\left[\frac{(1.0012328)^{50}-(1.045)^{50}}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18207.921}{\left[\frac{1.0635390-9.0326362}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18207.921}{\left[\frac{-7.9690972}{-0.0437672}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{18207.921}{182.07921}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$




$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{G_g})^{x}-(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^{x}-\left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})}*\left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}-\boldsymbol{G_g}\right)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1}+\mathbf{0.045})^{\mathbf{50}}-(\mathbf{1}+0.0012328)^{\mathbf{50}}-\left[\frac{\mathbf{18230.36773}}{\mathbf{100}(\mathbf{1}+0.0012328)}*(0.0012328-\mathbf{0.045})\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.045})^{\mathbf{50}}-(\mathbf{1}.0012328)^{\mathbf{50}}-\left[\frac{\mathbf{18230.36773}}{\mathbf{100}(\mathbf{1}.0012328)}*(-0.0437672)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{9.0326362})-(\mathbf{1.0635390})-\left[\frac{\mathbf{18230.36773}}{\mathbf{100.12328}}*(-0.0437672)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{7.9690972})-[\mathbf{182.0792101}*(-0.0437672)]=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{7.9690972-7.9690972=0}$$

**6. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$600.00$

$i = 5\% \longrightarrow \quad i = \frac{.05}{365} * 20 = 0.0027397$

$m = cada\ 20\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$10$

$crece\ geometricamente\ 2.5\%$

$n = 30\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (600.00 + \frac{10.00}{0.0027397})\left[(1+0.0027397)\frac{(1+0.0027397)^{30}-1}{0.0027397}\right]\frac{-30*10.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (600.00 + 3650.34675)\left[(1.0027397)\frac{(1.0027397)^{30} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-300.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (4250.034675)\left[(1.0027397)\frac{1.0855411 - 1}{0.0027397}\right] - 109501.0403$$

$$Mga = (4250.034675)\left[(1.0027397)\frac{0.0855411}{0.0027397}\right] - 109501.0403$$

$$Mga = (4250.034675)[(1.0027397)31.2227981] - 109501.0403$$

$$Mga = (4250.034675)(31.3083392) - 109501.0403$$

$$Mga = 133061.5272 - 109501.0403$$

$$\boldsymbol{Mga = \$23,560.48}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^{n} - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(600.00 + \frac{10.00}{0.0027397}\right)\left[\frac{(1 + 0.0027397)^{30} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-30 * 10.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (600.00 + 3650.34675)\left[\frac{(1.0027397)^{30} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-300.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (4250.034675)\left[\frac{1.0855411 - 1}{0.0027397}\right] - 109501.0403$$

$$Mga = (4250.034675)\left[\frac{0.0855411}{0.0027397}\right] - 109501.0403$$

$$Mga = (4250.034675)(31.2227981) - 109501.0403$$

$$Mga = 132697.9746 - 109501.0403$$

$$\boldsymbol{Mga = \$23,196.93}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(600.00 + \frac{10.00}{0.0027397}\right)\left[(1+0.0027397)\frac{(1+0.0027397)^{30}-1}{0.0027397}\right]\frac{-30*10.00}{0.0027397}\right](1 + 0.0027397)^{30}$$

$$VAga = \left[(600 + 3650.034675)\left[(1.0027397)\frac{(1.0027397)^{30}-1}{0.0027397}\right]\frac{-300.00}{0.0027397}\right](1.0027397)^{30}$$

$$VAga = \left[(4250.034675)\left[(1.0027397)\frac{1.0855411-1}{0.0027397}\right] - 109501.0403\right]1.0855411$$

$$VAga = \left[(4250.034675)\left[(1.0027397)\frac{0.0855411}{0.0027397}\right] - 109501.0403\right]1.0855411$$

$$VAga = [(4250.034675)[(1.0027397)31.2227981] - 109501.0403]1.0855411$$

$$VAga = [(4250.034675)(31.3083391) - 109501.0403]1.0855411$$

$$VAga = (133061.5268 - 109501.0403)(1.0855411)$$

$$VAga = (23560.4865)(1.0855411)$$

$$\boldsymbol{VAga = \$25,575.87}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 600.00(1+0.0027397)\left[\frac{(1+0.0027397)^{30}-(1+0.025)^{30}}{0.0027397-0.025}\right]$$

$$Mgg = 600.00(1.0027397)\left[\frac{(1.0027397)^{30}-(1.025)^{30}}{-0.0222603}\right]$$

$$Mgg = 601.64382\left[\frac{1.0855411-2.0975675}{-0.0222603}\right]$$

$$Mgg = 601.64382\left[\frac{-1.0120264}{-0.0222603}\right]$$

$$Mgg = 601.64382(45.4632866) \quad \boldsymbol{Mgg = \$27,352.70}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 600.00\left[\frac{(1+0.0027397)^{30}-(1+0.025)^{30}}{0.0027397-0.025}\right]$$

$$Mgg = 600.00\left[\frac{(1.0027397)^{30}-(1.025)^{30}}{0.0027397-0.025}\right]$$

$$Mgg = 600.00\left[\frac{1.0855411-2.0975675}{-0.0222603}\right]$$

$$Mgg = 600.00\left[\frac{-1.0120264}{-0.0222603}\right]$$

$$Mgg = 600.00(45.4632866)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$27,277.97}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{(1+0.0027397)\left[\frac{(1+0.0027379)^{30}-(1+0.025)^{30}}{0.0027397-0.025}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{(1.0027397)\left[\frac{(1.0027379)^{30}-(1.025)^{30}}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{(1.0027397)\left[\frac{1.0855411-2.0975675}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{(1.0027397)\left[\frac{-1.0120264}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{(1.0027397)(45.4632866)}$$

$$Rp1 = \frac{27352.70542}{45.5878423} \quad \boldsymbol{Rp1 = \$600.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27277.97196}{\left[\frac{(1+0.0027397)^{30} - (1+0.025)^{30}}{0.0027397 - 0.025}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27277.97196}{\left[\frac{(1.0027397)^{30} - (1.025)^{30}}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27277.97196}{\left[\frac{1.0855411 - 2.0975675}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27277.97196}{\left[\frac{-1.0120264}{-0.0222603}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{27277.97196}{45.4632866}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$600.00}$$

**BUSCAR "n"**

$$\boldsymbol{(1+G_g)^x - (1+\frac{i}{m})^x - \left[\frac{Mg_g}{Rp1(1+\frac{i}{m})} * \left(\frac{i}{m} - G_g\right)\right] = 0}$$

$$\boldsymbol{(1+0.025)^{30}} - (1+0.0027397)^{30} - \left[\frac{\boldsymbol{27352.70542}}{\boldsymbol{600}(1+0.0027397)} * (0.0027397 - \boldsymbol{0.025})\right] = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{(1.025)^{30}} - (1.0027397)^{30} - \left[\frac{\boldsymbol{27397.70542}}{\boldsymbol{600}(1.0027397)} * (-0.0222603)\right] = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{(2.0975675)} - \boldsymbol{(1.0855411)} - \left[\frac{\boldsymbol{27397.70542}}{\boldsymbol{601.64382}} * (-0.0222603)\right] = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{(1.0120264)} - [\boldsymbol{45.5380816} * (-0.0222603)] = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{1.0120264 - 1.0136913 = 0.0016649}$$

**7. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$200.00$

$i = 12\% \longrightarrow i = \frac{.12}{365} * 15 = 0.0049315$

$m = cada\ 15\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$20$

$crece\ geometricamente\ 3.5\%$

$n = 15\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (200.00 + \frac{20.00}{0.0049315})\left[(1 + 0.0049315)\frac{(1 + 0.0049315)^{15} - 1}{0.0049315}\right]\frac{-15 * 20.00}{0.0049315}$$

$$Mga = (200.00 + 4055.561188)\left[(1.0049315)\frac{(1.0049315)^{15} - 1}{0.0049315}\right]\frac{-300.00}{0.0049315}$$

$$Mga = (4255.561188)\left[(1.0049315)\frac{1.0765814 - 1}{0.0049315}\right] - 60833.41782$$

$$Mga = (4255.561188)\left[(1.0049315)\frac{0.0765814}{0.0049315}\right] - 60833.41782$$

$$Mga = (4255.561188)[(1.0049315)15.5290276] - 60833.41782$$

$$Mga = (4255.561188)(15.605609) - 60833.41782$$

$$Mga = 66410.62398 - 60833.41782$$

$$\boldsymbol{Mga = \$5,577.20}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(200.00 + \frac{20.00}{0.0049315}\right)\left[\frac{(1+0.0049315)^{15}-1}{0.0049315}\right]\frac{-15*20.00}{0.0049315}$$

$$Mga = (200.00 + 4055.561188)\left[\frac{(1.0049315)^{15}-1}{0.0049315}\right]\frac{-300.00}{0.0049315}$$

$$Mga = (4255.561188)\left[\frac{1.0765814-1}{0.0049315}\right] - 60833.41782$$

$$Mga = (4255.561188)\left[\frac{0.0765814}{0.0049315}\right] - 60833.41782$$

$$Mga = (4255.561188)(15.5290276) - 60833.41782$$

$$Mga = 66084.72714 - 60833.41782 \quad \boldsymbol{Mga = \$5,251.30}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(200.00 + \frac{20.00}{0.0049315}\right)\left[(1+0.0049315)\frac{(1+0.0049315)^{15}-1}{0.0049315}\right]\frac{-15*20.00}{0.0049315}\right](1 + 0.0049315)^{15}$$

$$VAga = \left[(200 + 4055.561188)\left[(1.0049315)\frac{(1.0049315)^{15}-1}{0.0049315}\right]\frac{-300.00}{0.0049315}\right](1.0049315)^{15}$$

$$VAga = \left[(4255.561188)\left[(1.0049315)\frac{1.0765814-1}{0.0049315}\right] - 60833.41782\right]1.0765814$$

$$VAga = \left[(4255.561188)\left[(1.0049315)\frac{0.0765814}{0.0049315}\right] - 60833.41782\right]1.0765814$$

$$VAga = [(4255.561188)[(1.0049315)15.5290276] - 60833.41782]1.0765814$$

$$VAga = [(4255.561188)(15.605609) - 60833.41782]1.0765814$$

$$VAga = (66410.62398 - 60833.41782)(1.0765814)$$

$$VAga = (5577.206156)(1.0765814) \quad \boldsymbol{VAga = \$6,004.31}$$

**PREPAGABLE**

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 200.00(1+0.0049315)\left[\frac{(1+0.0049315)^{15}-(1+0.035)^{15}}{0.0049315-0.035}\right]$$

$$Mgg = 200.00(1.0049315)\left[\frac{(1.0049315)^{15}-(1.035)^{15}}{-0.0300685}\right]$$

$$Mgg = 200.9863\left[\frac{1.0765814-1.6753488}{-0.0300685}\right]$$

$$Mgg = 200.9863\left[\frac{-0.5987674}{-0.0300685}\right]$$

$$Mgg = 200.9863(19.9134443)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$4,002.32}$$

**POSPAGABLE**

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{(1+0.0049315)^{15}-(1+0.035)^{15}}{0.0049315-0.035}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{(1.0049315)^{15}-(1.035)^{15}}{0.0049315-0.035}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{1.0765814-1.6753488}{-0.0300685}\right]$$

$$Mgg = 200.00\left[\frac{-0.5987674}{-0.0300685}\right]$$

$$Mgg = 200.00(19.9134443)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$3,982.68}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left(1+\frac{i}{m}\right)\left[\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{(1+0.0049315)\left[\frac{(1+0.0049315)^{15}-(1+0.035)^{15}}{0.0049315-0.035}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{(1.0049315)\left[\frac{(1.0049315)^{15}-(1.035)^{15}}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{(1.0049315)\left[\frac{1.0765814-1.6753488}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{(1.0049315)\left[\frac{-0.5987674}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{(1.0049315)(19.9134443)}$$

$$Rp1 = \frac{4002.329491}{20.0116474}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$200.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3982.68886}{\left[\frac{(1+0.0049315)^{15}-(1+0.035)^{15}}{0.0049315-0.035}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3982.68886}{\left[\frac{(1.0049315)^{15}-(1.035)^{15}}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3982.68886}{\left[\frac{1.0765814-1.6753488}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3982.68886}{\left[\frac{-0.5987674}{-0.0300685}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{3982.68886}{19.9134443}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$200.00}$$

# BUSCAR "n"

$$(\mathbf{1}+\boldsymbol{G_g})^{x}-(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^{x}-\left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})}*\left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}-\boldsymbol{G_g}\right)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1}+\mathbf{0.035})^{\mathbf{15}}-(\mathbf{1}+0.0049315)^{\mathbf{15}}-\left[\frac{\mathbf{4002.329491}}{\mathbf{200}(\mathbf{1}+0.0049315)}*(0.0049315-\mathbf{0.035})\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.035})^{\mathbf{15}}-(\mathbf{1}.0049315)^{\mathbf{15}}-\left[\frac{\mathbf{4002.329491}}{\mathbf{200}(\mathbf{1}.0049315)}*(-0.0300685)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.6753488})-(\mathbf{1.0765814})-\left[\frac{\mathbf{4002.329491}}{\mathbf{200.9863}}*(-0.0300685)\right]=\mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.8036493})-[\mathbf{19.9134443}*(-0.0300685)]=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{0.5987674-0.5987673=0.0000001}$$

8. Con los siguientes datos:

$Rp1 = \$150.00$

$i = 1\% \longrightarrow \quad i = \frac{.01}{365} * 14 = 0.0003835$

$m = cada\ 14\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$25.00$

$crece\ geometricamente\ 1\%$

$n = 8\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1+\frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (150.00 + \frac{25.00}{0.0003835})\left[(1 + 0.0003835)\frac{(1 + 0.0003835)^8 - 1}{0.0003835}\right]\frac{-8 * 25.00}{0.0003835}$$

$$Mga = (150.00 + 65189.04824)\left[(1.0003835)\frac{(1.0003835)^8 - 1}{0.0003835}\right]\frac{-200.00}{0.0003835}$$

$$Mga = (65339.04824)\left[(1.0003835)\frac{1.0030721 - 1}{0.0003835}\right] - 521512.3859$$

$$Mga = (65339.04824)\left[(1.0003835)\frac{0.0030721}{0.0003835}\right] - 521512.3859$$

$$Mga = (65339.04824)[(1.0003835)8.0106910] - 521512.3859$$

$$Mga = (65339.04824)(8.0137631) - 521512.3859$$

$$Mga = 523611.6538 - 521512.3859$$

$$\boldsymbol{Mga = \$2,099.26}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(150.00 + \frac{25.00}{0.0003835}\right)\left[\frac{(1 + 0.0003835)^8 - 1}{0.0003835}\right]\frac{-8 * 25.00}{0.0003835}$$

$$Mga = (150.00 + 65189.04824)\left[\frac{(1.0003835)^8 - 1}{0.0003835}\right]\frac{-200.00}{0.0003835}$$

$$Mga = (65339.04824)\left[\frac{1.0030721 - 1}{0.0003835}\right] - 521512.3859$$

$$Mga = (65339.04824)\left[\frac{0.0030721}{0.0003835}\right] - 521512.3859$$

$$Mga = (65339.04824)(8.0106910) - 521512.3859$$

$$Mga = 523410.9257 - 521512.3859$$

$$\boldsymbol{Mga = \$1,898.53}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(150.00 + \frac{25.00}{0.0003835}\right)\left[(1+0.0003835)\frac{(1+0.0003835)^{8}-1}{0.0003835}\right]\frac{-8*25.00}{0.0003835}\right](1 + 0.0003835)^{8}$$

$$VAga = \left[(150 + 65189.04824)\left[(1.0003835)\frac{(1.0003835)^{8}-1}{0.0003835}\right]\frac{-200.00}{0.0003835}\right](1.0003835)^{8}$$

$$VAga = \left[(65339.04824)\left[(1.0003835)\frac{1.0030721-1}{0.0003835}\right] - 521512.3859\right]1.0030721$$

$$VAga = \left[(65339.04825)\left[(1.0003835)\frac{0.0030721}{0.0003835}\right] - 521512.3859\right]1.0030721$$

$$VAga = [(65339.04825)[(1.0003835)8.0106910] - 521512.3859]1.0030721$$

$$VAga = [(65339.04825)(8.0137631) - 521512.3859]1.0030721$$

$$VAga = (523611.6538 - 521512.3859)(1.0765814)$$

$$VAga = (2099.267874)(1.0765814)$$

$$\boldsymbol{VAga = \$2,260.03}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 150.00(1+0.0003835)\left[\frac{(1+0.0003835)^{8}-(1+0.01)^{8}}{0.0003835-0.01}\right]$$

$$Mgg = 150.00(1.0003835)\left[\frac{(1.0003835)^{8}-(1.01)^{8}}{-0.0096165}\right]$$

$$Mgg = 150.057525\left[\frac{1.0030721-1.0828567}{-0.0096165}\right]$$

$$Mgg = 150.057525\left[\frac{-0.0797846}{-0.0096165}\right]$$

$$Mgg = 150.057525(8.2966359) \quad \boldsymbol{Mgg = \$1,244.97}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]$$

$$Mgg = 150.00\left[\frac{(1+0.0003835)^8 - (1+0.01)^8}{0.0003835 - 0.01}\right]$$

$$Mgg = 150.00\left[\frac{(1.0003835)^8 - (1.01)^8}{0.0003835 - 0.01}\right]$$

$$Mgg = 150.00\left[\frac{1.0030721 - 1.0828567}{-0.0096165}\right]$$

$$Mgg = 150.00\left[\frac{-0.0797846}{-0.0096165}\right]$$

$$Mgg = 150.00(8.2966359)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$1,244.49}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{(1+0.0003835)\left[\frac{(1+0.0003835)^8 - (1+0.01)^8}{0.0003835 - 0.01}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{(1.0003835)\left[\frac{(1.0003835)^8 - (1.01)^8}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{(1.0003835)\left[\frac{1.0030721 - 1.0828567}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{(1.0003835)\left[\frac{-0.0797846}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{(1.0003835)(8.2966359)}$$

$$Rp1 = \frac{1244.972649}{8.2998176}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$150.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.495399}{\left[\frac{(1+0.0003835)^8 - (1+0.01)^8}{0.0003835 - 0.01}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.495399}{\left[\frac{(1.0003835)^8 - (1.01)^8}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.495399}{\left[\frac{1.0030721 - 1.0828567}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.495399}{\left[\frac{-0.0797846}{-0.0096165}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1244.495399}{8.2966359}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$150.00}$$




$$(\mathbf{1} + \boldsymbol{G_g})^x - (\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^x - \left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})} * \left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{G_g}\right)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1} + \mathbf{0.01})^{\mathbf{8}} - (\mathbf{1} + 0.0003835)^{\mathbf{8}} - \left[\frac{\mathbf{1244.972649}}{\mathbf{150}(\mathbf{1} + 0.0003835)} * (0.0003835 - \mathbf{0.01})\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.01})^{\mathbf{8}} - (\mathbf{1}.0003835)^{\mathbf{8}} - \left[\frac{\mathbf{1244.972649}}{\mathbf{150}(\mathbf{1}.0003835)} * (-0.0096165)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.0828567}) - (\mathbf{1.0030721}) - \left[\frac{\mathbf{1244.972649}}{\mathbf{150.057525}} * (-0.0096165)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{0.0797846}) - [\mathbf{8.2966359} * (-0.0096165)] = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{0.0797846 - 0.0797845 = 0.0000001}$$

**9. Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$100.00$

$i = 2\% \longrightarrow \quad i = \frac{.02}{365} * 15 = 0.0008219$

$m = cada\ 15\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$15.00$

$crece\ geometricamente\ 2\%$

$n = 10\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga = (Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1 + \frac{i}{m})\frac{(1 + \frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (100.00 + \frac{15.00}{0.0008219})\left[(1 + 0.0008219)\frac{(1 + 0.0008219)^{10} - 1}{0.0008219}\right]\frac{-10 * 15.00}{0.0008219}$$

$$Mga = (100.00 + 18250.39543)\left[(1.0008219)\frac{(1.0008219)^{10} - 1}{0.0008219}\right]\frac{-150.00}{0.0008219}$$

$$Mga = (18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{1.0082494 - 1}{0.0008219}\right] - 182503.9543$$

$$Mga = (18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{0.0082494}{0.0008219}\right] - 182503.9543$$

$$Mga = (18350.39543)[(1.0008219)10.0369874] - 182503.9543$$

$$Mga = (18350.39543)(10.0452368) - 182503.9543$$

$$Mga = 184334.0675 - 182503.9543$$

$$\boldsymbol{Mga = \$1,830.11}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(100.00 + \frac{15.00}{0.0008219}\right)\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-10*15.00}{0.0008219}$$

$$Mga = (100.00 + 18250.39543)\left[\frac{(1.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-150.00}{0.0008219}$$

$$Mga = (18350.39543)\left[\frac{1.0082494-1}{0.0008219}\right] - 182503.9543$$

$$Mga = (18350.39543)\left[\frac{0.0082494}{0.0008219}\right] - 182503.9543$$

$$Mga = (18350.39543)(10.0369874) - 182503.9543$$

$$Mga = 184182.6877 - 182503.9543 \quad \boldsymbol{Mga = \$1,678.73}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(100.00 + \frac{15.00}{0.0008219}\right)\left[(1+0.0008219)\frac{(1+0.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-10*15.00}{0.0008219}\right](1 + 0.0008219)^{10}$$

$$VAga = \left[(100 + 18250.39543)\left[(1.0008219)\frac{(1.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-150.00}{0.0008219}\right](1.0008219)^{10}$$

$$VAga = \left[(18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{1.0082489-1}{0.0008219}\right] - 182503.9543\right]1.0082494$$

$$VAga = \left[(18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{0.0082489}{0.0008219}\right] - 18250.9543\right]1.0082494$$

$$VAga = [(18350.39543)[(1.0008219)10.0363791] - 18250.9543]1.0082494$$

$$VAga = [(18350.39543)(10.044628) - 18250.9543]1.0082494$$

$$VAga = (184322.8957 - 18250.9543)(1.0082494)$$

$$VAga = (166071.9414)(1.0082494) \quad \boldsymbol{VAga = \$167,441.93}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1+0.0008219)\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1.0008219)\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.08219\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.08219\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.08219(10.9888362)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$1,099.78}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.00(10.9888362)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$1,098.88}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1+0.0008219)\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)(10.9888362)}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{10.99786792}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]}$$

$$\text{Rp1} = \frac{1098.88362}{\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]} \quad \text{Rp1} = \frac{1098.88362}{10.9888362} \quad \boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$




$$(1+G_g)^x-(1+\frac{i}{m})^x-\left[\frac{Mg_g}{Rp1(1+\frac{i}{m})}*\left(\frac{i}{m}-G_g\right)\right]=0$$

$$(1+0.02)^{10}-(1+0.0008219)^{10}-\left[\frac{1099.786792}{100(1+0.0008219)}*(0.0008219-0.02)\right]=0$$

$$(1.02)^{10}-(1.0008219)^{10}-\left[\frac{1099.786792}{100(1.0008219)}*(-0.0191781)\right]=0$$

$$(1.2189944)-(1.0082494)-\left[\frac{1099.786792}{100.08219}*(-0.0191781)\right]=0$$

$$(0.210745)-[10.988832*(-0.0191781)]=0$$

$$0.0210745-0.0210744=0.0000001$$

**10.Con los siguientes datos:**

$Rp1 = \$800.00$

$i = 4\% \longrightarrow i = \frac{.04}{365} * 25 = 0.0027397$

$m = cada\ 25\ días$

$crece\ aritmeticamente\ \$40.00$

$crece\ geometricamente\ 5\%$

$n = 18\ cuotas$

**PREPAGABLE**

$$Mga=(Rp1+\frac{ga}{\frac{i}{m}})\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^n-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = (800.00 + \frac{40.00}{0.0027397})\left[(1 + 0.0027397)\frac{(1 + 0.0027397)^{18} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-18 * 40.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (800.00 + 14600.1387)\left[(1.0027397)\frac{(1.0027397)^{18} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-720.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (15400.1387)\left[(1.0027397)\frac{1.0504799 - 1}{0.0027397}\right] - 262802.4966$$

$$Mga = (15400.1387)\left[(1.0027397)\frac{0.0504799}{0.0027397}\right] - 262802.4966$$

$$Mga = (15400.1387)[(1.0027397)18.4253385] - 262802.4966$$

$$Mga = (15400.1387)(18.4758184) - 262802.4966$$

$$Mga = 284530.166 - 262802.4966$$

$$\boldsymbol{Mga = \$21,727.66}$$

## POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1 + \frac{i}{m})^{n} - 1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n * ga}{\frac{i}{m}}$$

$$Mga = \left(800.00 + \frac{40.00}{0.0027397}\right)\left[\frac{(1 + 0.0027397)^{18} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-18 * 40.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (800.00 + 14600.1387)\left[\frac{(1.0027397)^{18} - 1}{0.0027397}\right]\frac{-720.00}{0.0027397}$$

$$Mga = (15400.1387)\left[\frac{1.0504799 - 1}{0.0027397}\right] - 262802.4966$$

$$Mga = (15400.1387)\left[\frac{0.0504799}{0.0027397}\right] - 262802.4966$$

$$Mga = (15400.1387)(18.4253385) - 262802.4966$$

$$Mga = 283752.7685 - 262802.4966$$

$$\boldsymbol{Mga = \$20,950.27}$$

## VALOR ACTUAL

$$VAga = \left[\left(Rp1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]\frac{-n*ga}{\frac{i}{m}}\right](1+\frac{i}{m})^{n}$$

$$VAga = \left[\left(800.00 + \frac{15.00}{0.0008219}\right)\left[(1+0.0008219)\frac{(1+0.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-10*15.00}{0.0008219}\right](1 + 0.0008219)^{10}$$

$$VAga = \left[(100 + 18250.39543)\left[(1.0008219)\frac{(1.0008219)^{10}-1}{0.0008219}\right]\frac{-150.00}{0.0008219}\right](1.0008219)^{10}$$

$$VAga = \left[(18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{1.0082489-1}{0.0008219}\right] - 182503.9543\right]1.0082494$$

$$VAga = \left[(18350.39543)\left[(1.0008219)\frac{0.0082489}{0.0008219}\right] - 18250.9543\right]1.0082494$$

$$VAga = [(18350.39543)[(1.0008219)10.0363791] - 18250.9543]1.0082494$$

$$VAga = [(18350.39543)(10.044628) - 18250.9543]1.0082494$$

$$VAga = (184322.8957 - 18250.9543)(1.0082494)$$

$$VAga = (166071.9414)(1.0082494) \quad \boldsymbol{VAga = \$167,441.93}$$

## PREPAGABLE

$$Mgg = Rp1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-(1+gg)^{n}}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1+0.0008219)\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00(1.0008219)\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.08219\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.08219\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right] \quad Mgg = 100.08219(10.9888362) \quad \boldsymbol{Mgg = \$1,099.78}$$

## POSPAGABLE

$$Mgg = Rp1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.00\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]$$

$$Mgg = 100.00(10.9888362)$$

$$\boldsymbol{Mgg = \$1,098.88}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n-(1+gg)^n}{\frac{i}{m}-gg}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1+0.0008219)\left[\frac{(1+0.0008219)^{10}-(1+0.02)^{10}}{0.0008219-0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{(1.0008219)^{10}-(1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{1.0082494-1.2189944}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{(1.0008219)(10.9888362)}$$

$$Rp1 = \frac{1099.786792}{10.99786792}$$

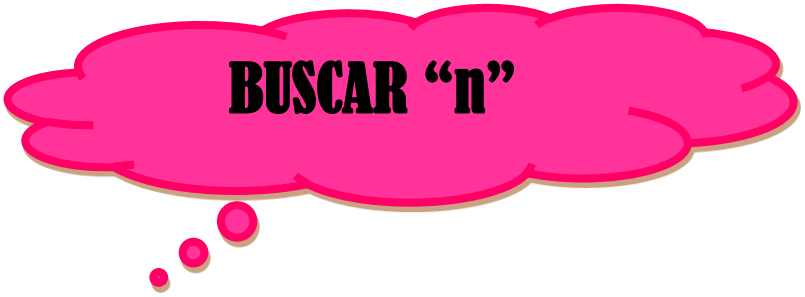
$$\boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$

$$Rp1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n} - (1+gg)^{n}}{\frac{i}{m} - gg}\right]} \qquad Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{(1+0.0008219)^{10} - (1+0.02)^{10}}{0.0008219 - 0.02}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{(1.0008219)^{10} - (1.02)^{10}}{-0.0191781}\right]} \qquad Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{1.0082494 - 1.2189944}{-0.0191781}\right]}$$

$$Rp1 = \frac{1098.88362}{\left[\frac{-0.210745}{-0.0191781}\right]} \qquad Rp1 = \frac{1098.88362}{10.9888362}$$

$$\boldsymbol{Rp1 = \$100.00}$$




$$(\mathbf{1} + \boldsymbol{G_g})^{x} - (\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})^{x} - \left[\frac{\boldsymbol{Mg_g}}{\boldsymbol{Rp1}(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}})} * \left(\frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{G_g}\right)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1} + \mathbf{0.02})^{\mathbf{10}} - (\mathbf{1} + 0.0008219)^{\mathbf{10}} - \left[\frac{\mathbf{1099.786792}}{\mathbf{100}(\mathbf{1} + 0.0008219)} * (0.0008219 - \mathbf{0.02})\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.02})^{\mathbf{10}} - (\mathbf{1}.0008219)^{\mathbf{10}} - \left[\frac{\mathbf{1099.786792}}{\mathbf{100}(\mathbf{1}.0008219)} * (-0.0191781)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{1.2189944}) - (\mathbf{1.0082494}) - \left[\frac{\mathbf{1099.786792}}{\mathbf{100.08219}} * (-0.0191781)\right] = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{0.210745}) - [\mathbf{10.988832} * (-0.0191781)] = \mathbf{0}$$

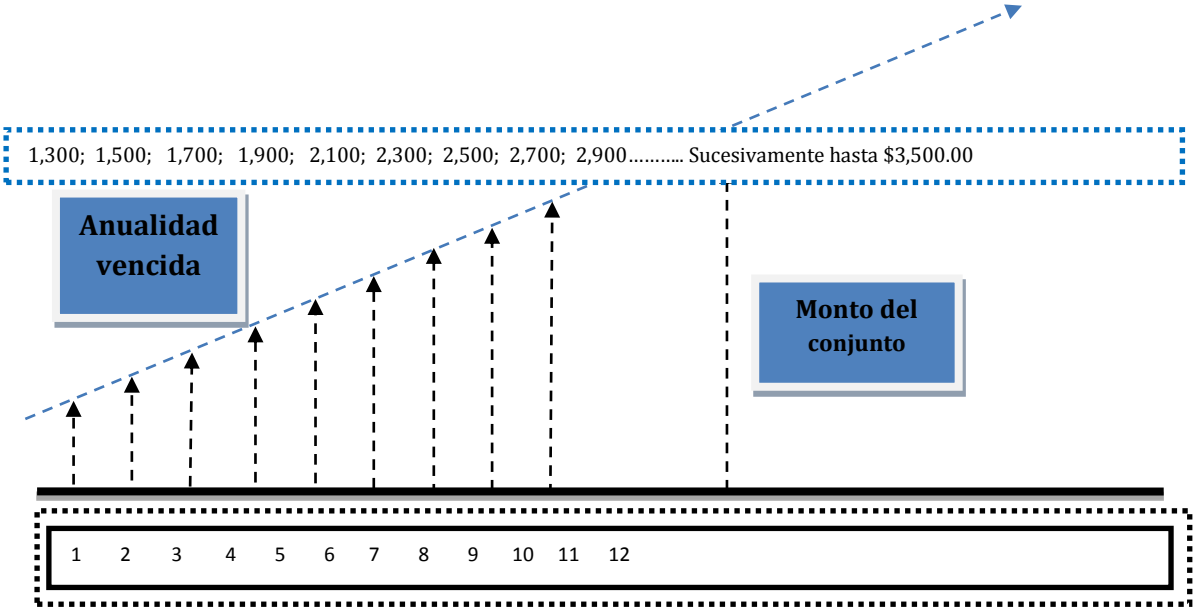
$$\mathbf{0.0210745 - 0.0210744 = 0.0000001}$$

## 8.1.9. EJERCICIOS PARA RESOLVER

### GRADIENTES ARITMETICOS

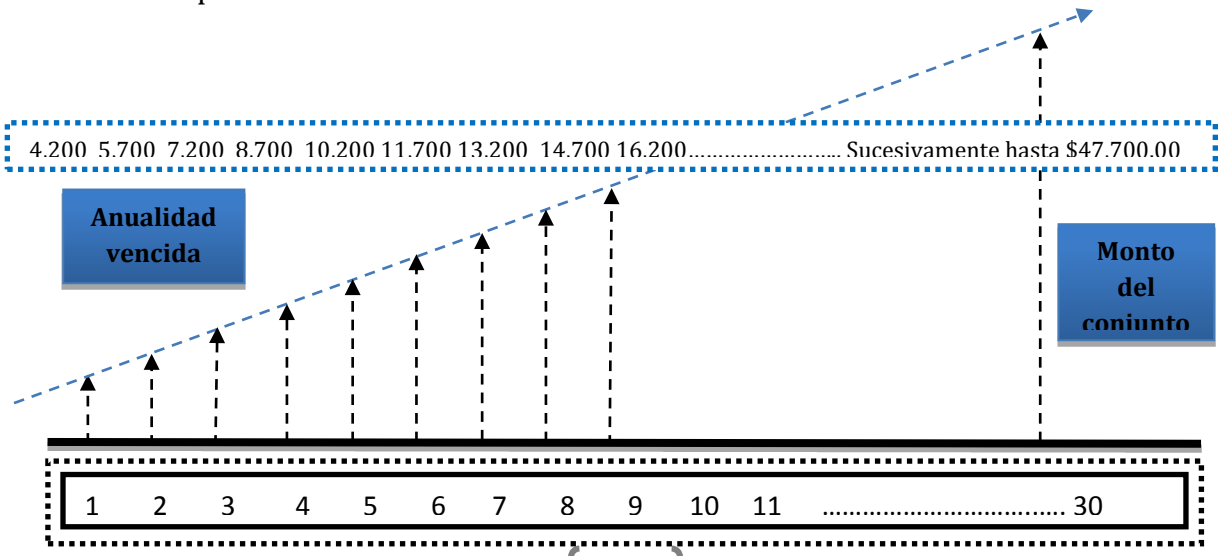
**PROBLEMA 1.-**

Juan Carlos pide prestada cierta cantidad de dinero y firma un contrato-pagaré en el que se estipula la obligación de pagar en un año con pagos mensuales vencidos y una tasa del interés del 30% anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es por $1,300.00 y los pagos sucesivos aumentaran $200.00 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que Juan Carlos pidió prestada.



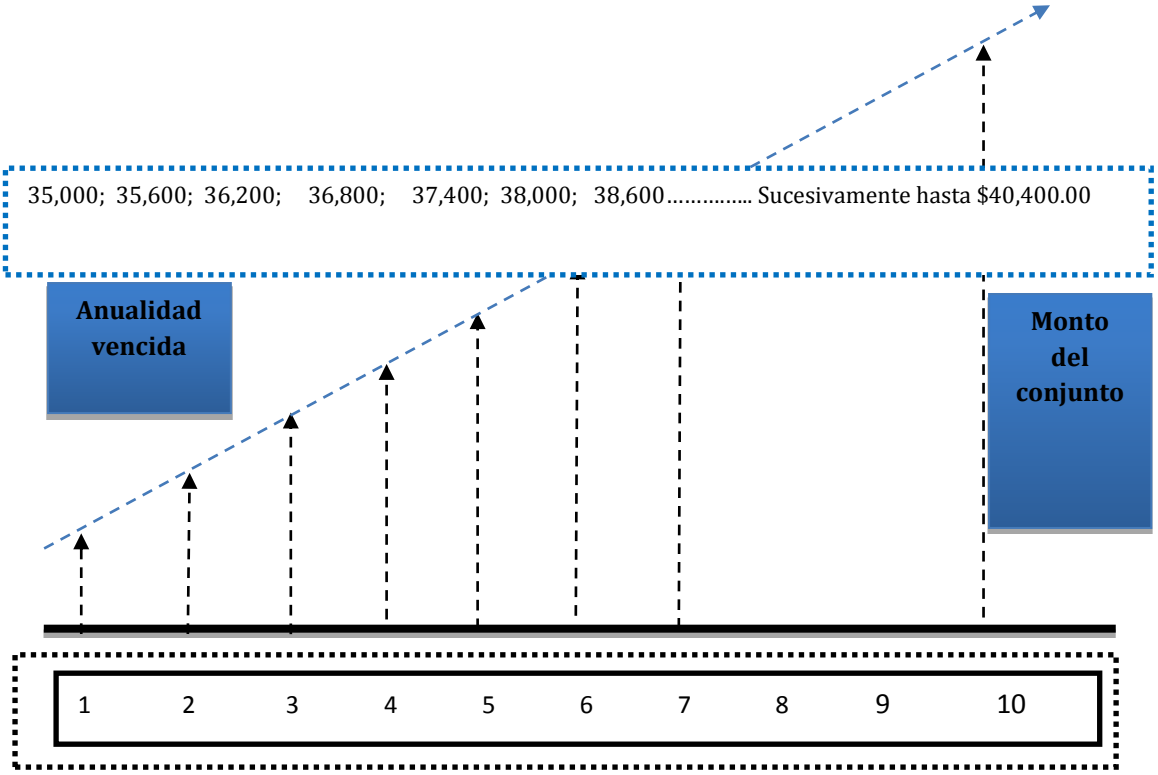

**PROBLEMA 2.-**

El señor García desea conocer el monto de 30 cuotas vencidas, las que crecen en forma aritmética a razón Ga=$1,500.00; con una tasa nominal del 35% capitalizable mensualmente, con pagos de $4,200.00. ¿Cuál sería el monto de esas cuotas al terminar el plazo?



**PROBLEMA 3.-**

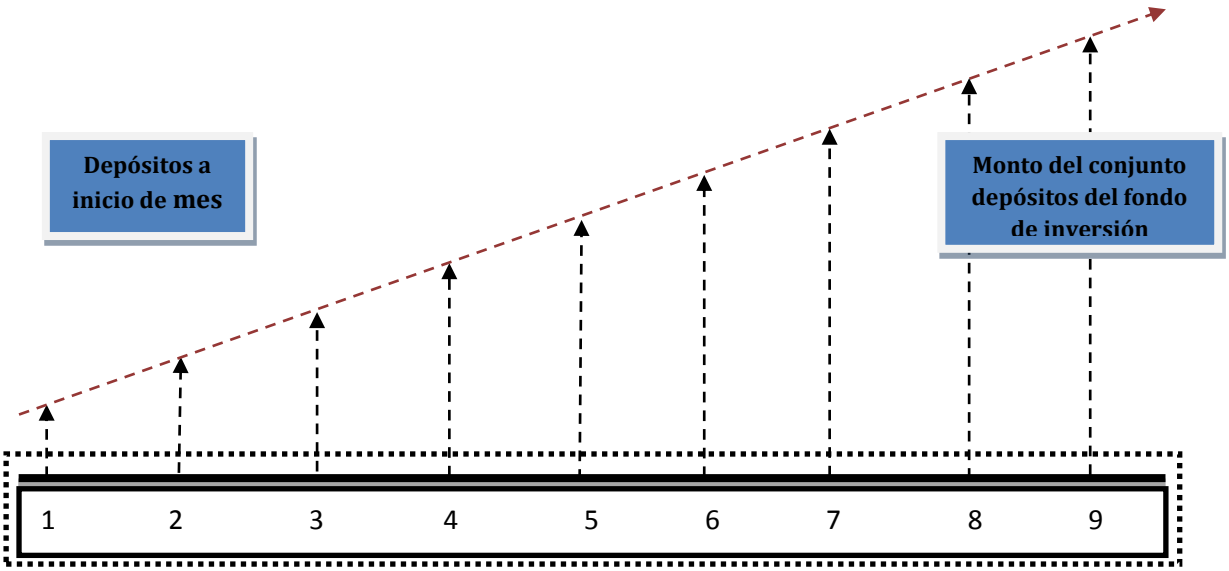
La compañía Alfa & Omega, S.A. pide prestado cierta cantidad de dinero y firma un contrato -pagare en el que se estipula la obligación de pagar en 10 meses con pagos mensuales vencidos y una tasa de interés del 20% anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es de $35,000 y los pagos sucesivos aumentaran $600.00 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que la compañía Alfa &Omega pidió prestada.




## GRADIENTES GEOMETRICOS

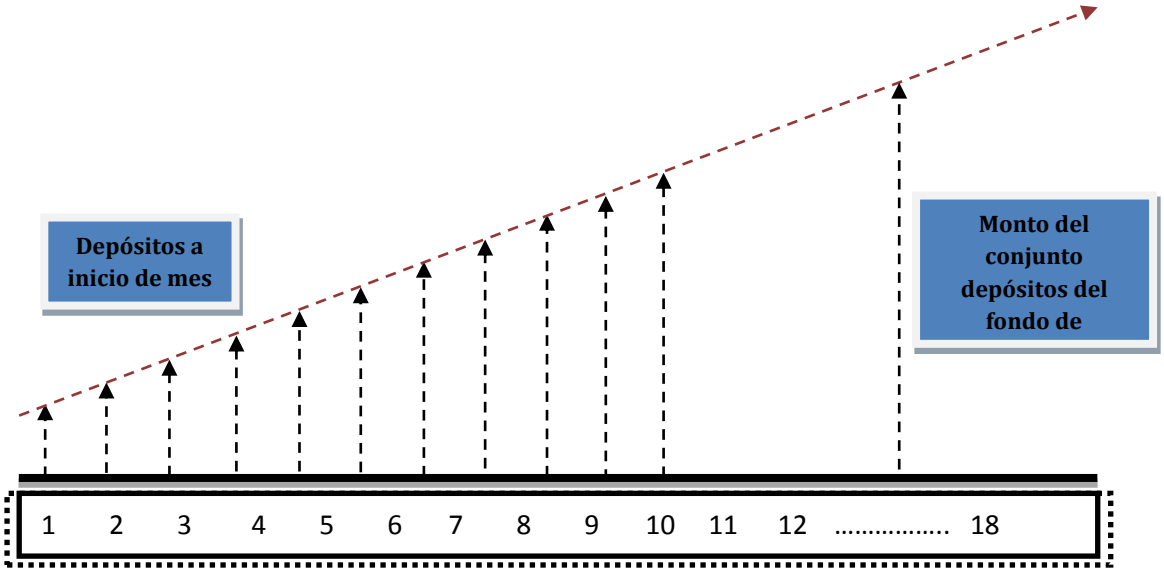
## PROBLEMA 1.-

Un padre de familia ha destinado cierta cantidad de dinero para que su hijo estudie una carrera universitaria que dura 9 semestres y debido a la inflación, la colegiatura aumenta el 3.5% semestral. Si el padre deposita el dinero en una cuenta bancaria que paga el 10% capitalizable cada semestre, ¿qué cantidad de dinero tendrá que depositar en la cuenta, si la colegiatura correspondiente al primer semestre es de $24,870.00?




**PROBLEMA 2.-**

La señora Laura, desea conocer el monto acumulado de una inversión de 18 mensualidades (**cuotas anticipadas**), las que crecen en forma aritmética a razón Gg=4.3%; con una tasa nominal del 27% capitalizable mensualmente, siendo su primer depósito de $2,700.00 ¿Cuál sería el monto de la inversión al terminar el plazo?



**GRADIENTES ARITMETICO-GEOMETRICO**

**PROBLEMA 1.-**

La familia López se ha propuesto construir una casa, por lo que consideró realizar un fondo con 8 depósitos mensuales con aumentos crecientes de $170,000.00 para cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 15% con capitalización mensual y el importe del primer depósito asciende a $1'500,000.00. La pregunta es: ¿Cuánto acumulara al final de la última cuota?

**PROBLEMA 2.-**

La Nucleoeléctrica Laguna Verde, desea ampliar las instalaciones de su planta en Veracruz y para ello se ha propuesto construir un fondo con 40 depósitos mensuales con aumentos crecientes de $850,000.00 dls., para cada una de las cuotas. La tasa de interés que le ofrecen es del 19.65% con capitalización mensual y el importe del primer depósito asciende a $5'500,000.00 de dls. La pregunta es: ¿Cuánto acumulara al final de la última cuota?

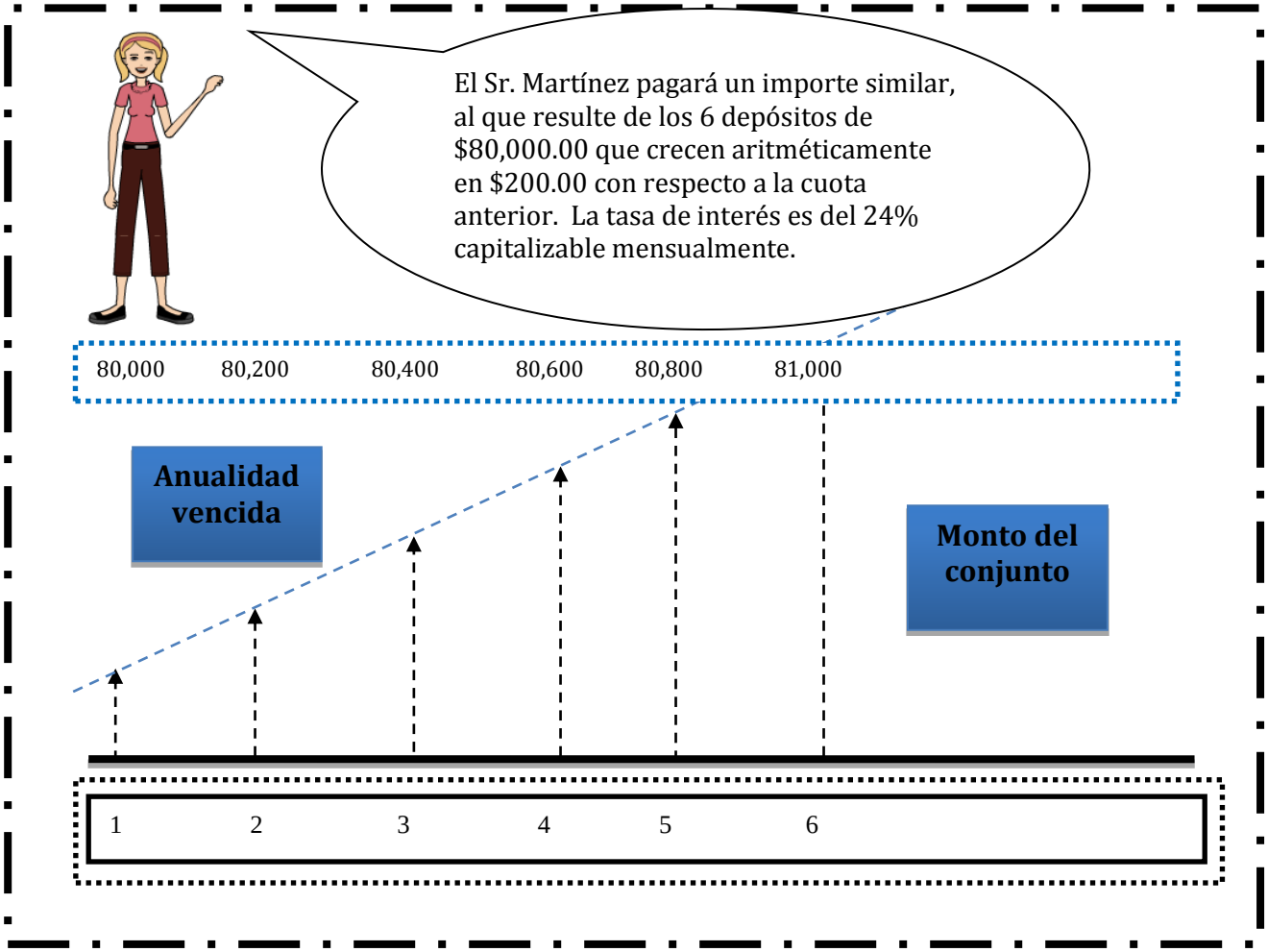
La respuesta, en la sección de Anexos

# 8.1.10.- A manera de repaso general

**GRADIENTES ARITMETICOS**

**PROBLEMA 1.-**





**Para calcular el Valor futuro, utilizaremos los siguientes datos:**

**Datos:**
$Rp_1 = \$80{,}000.00$
$G_a = \$200.00$
$n = 6$
i/m = .24/12 = 0.02( tasa de interés capitalizable en $m$ periodos por año)

Para resolverlo se ocupa la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético, la cual es la siguiente:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$



Así tenemos:

$$M_{ga} = \left(\$80{,}000.00 + \frac{200.00}{.24/12}\right)\left[\frac{(1 + .24/12)^6 - 1}{.24/12}\right] - \frac{6 * 200.00}{.24/12}$$

$$M_{ga} = \left(\$80{,}000.00 + \frac{200.00}{0.02}\right)\left[\frac{(1 + 0.02)^6 - 1}{0.02}\right] - \frac{6 * 200.00}{0.02}$$

$$M_{ga} = (\$80{,}000.00 + 10{,}000)\left[\frac{(1.126162419) - 1}{0.02}\right] - 60{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$90{,}000.00)[6.30812095] - \$60{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$507{,}730.89$$



Para calcular el Valor Actual lo haremos de la siguiente manera:

**Datos:**
$Rp_1 = \$80{,}000.00$
$G_a = \$200.00$
$n = 6$
i/m $= .24/12 = 0.02$(tasa de interés capitalizable en *m* periodos por año)

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1 + i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(80{,}000.00 + \frac{200.00}{.24/12}\right)\left[\frac{(1 + .24/12)^6 - 1}{.24/12}\right] - \frac{6 * 200.00}{.24/12}\right](1 + .24/12)^{-6}$$

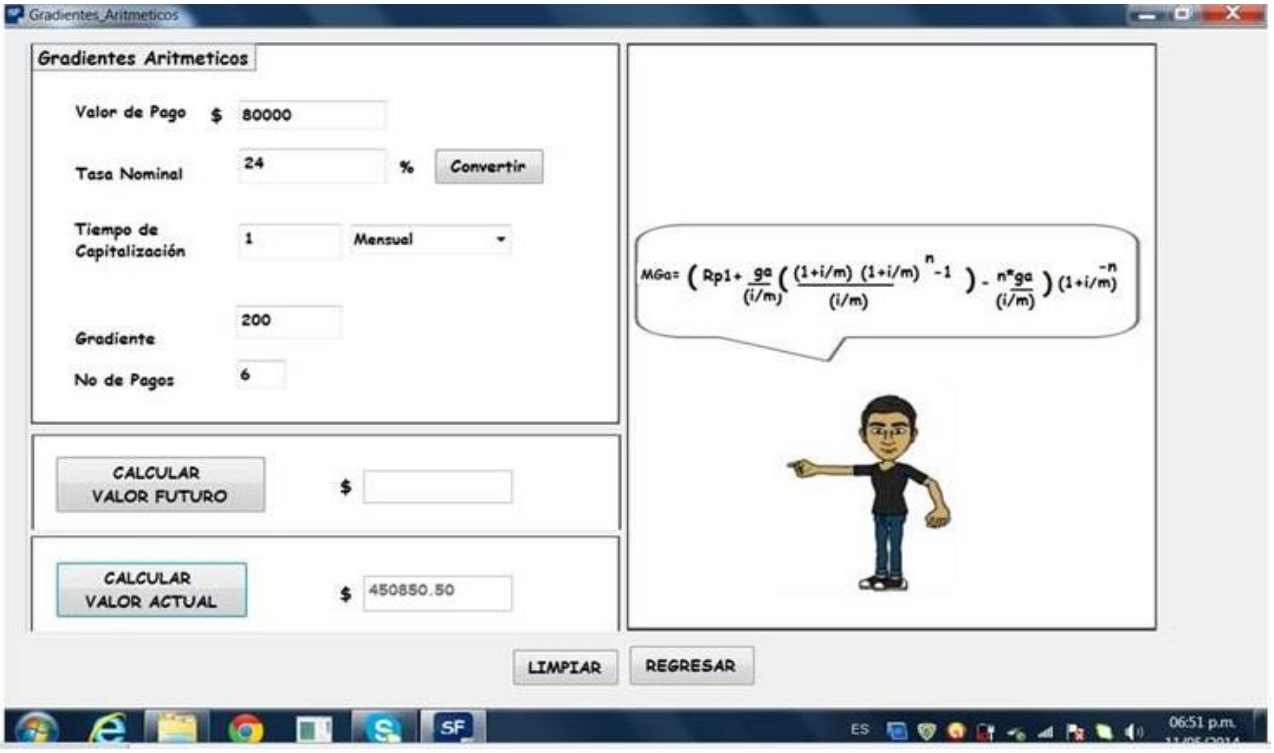
$$VA_{ga} = \left[\left(80{,}000.00 + \frac{200.00}{0.02}\right)\left[\frac{(1 + 0.02)^6 - 1}{0.02}\right] - \frac{6 * 200.00}{0.02}\right](1.02)^{-6}$$

$$VA_{ga} = \left[(80{,}000.00 + 10{,}000.00)\left[\frac{(1.126162419) - 1}{0.02}\right] - 60{,}000.00\right](0.887971382)$$

$$VA_{ga} = [(90{,}000.00)[6.30812095] - 60{,}000.00](0.887971382)$$

$$VA_{ga} = [507{,}730.89](0.887971382)$$

$$VA_{ga} = \$450{,}850.50$$




## Solo como comprobación en Excel:

En formato anticipado y vencido:

**GRADIENTES ARITMÉTICOS. (Valor futuro y fondos de ahorro)**

INICIO

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 80,000.00 |
| Ga = | 200.00 |
| n = | 6.00 |
| i= | 2.00% |
| **Mga (anualidad vencida)=** | **507,730.89** |
| **Mga (anualidad anticipada)=** | **517,885.50** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mga= | 507,730.89 |
| Ga = | 200.00 |
| n = | 6.00 |
| i= | 2.00% |
| **Rp1 =** | **80,000.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mga= | 517,885.50 |
| Ga = | 200.00 |
| n = | 6.00 |
| i= | 2.00% |
| **Rp1 =** | **80,000.00** |

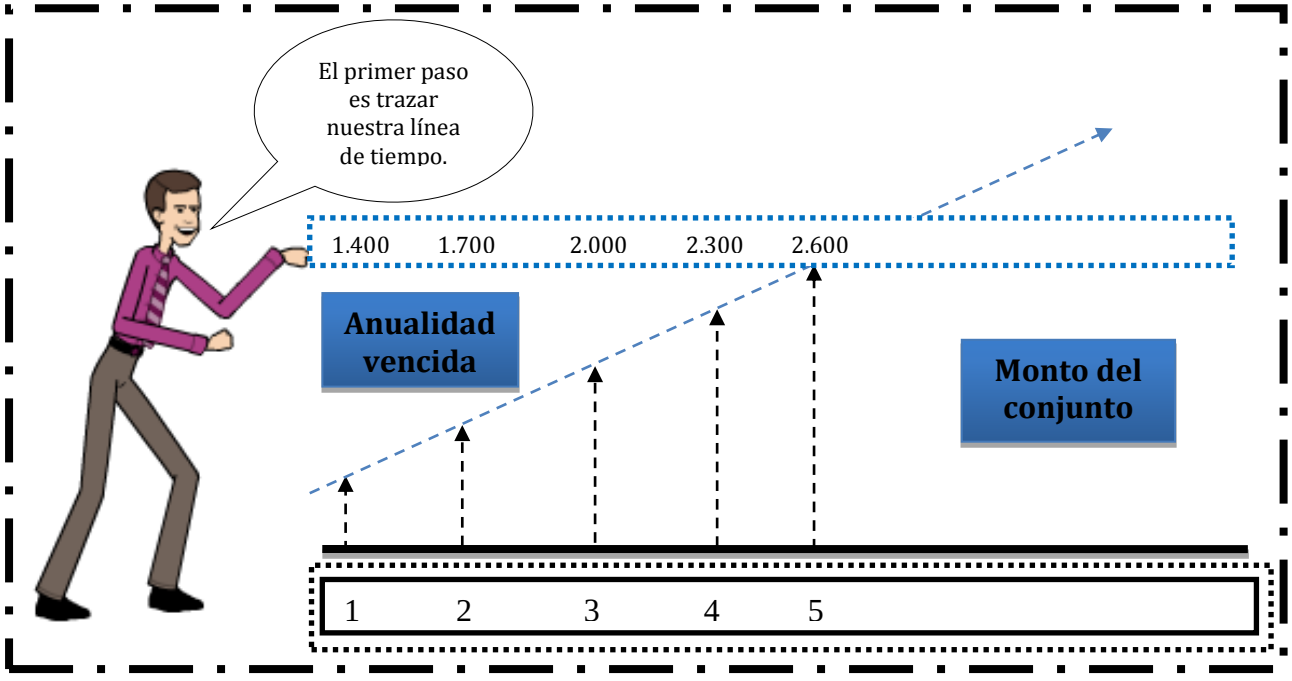
| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 80,000.00 | | 80,000.00 | |
| 2 | 80,200.00 | 1,600.00 | 161,800.00 | |
| 3 | 80,400.00 | 3,236.00 | 245,436.00 | |
| 4 | 80,600.00 | 4,908.72 | 330,944.72 | |
| 5 | 80,800.00 | 6,618.89 | 418,363.61 | |
| 6 | 81,000.00 | 8,367.27 | **507,730.89** | Comprobación |

| Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 80,000.00 | 1,600.00 | 81,600.00 | |
| 2 | 80,200.00 | 3,236.00 | 165,036.00 | |
| 3 | 80,400.00 | 4,908.72 | 250,344.72 | |
| 4 | 80,600.00 | 6,618.89 | 337,563.61 | |
| 5 | 80,800.00 | 8,367.27 | 426,730.89 | |
| 6 | 81,000.00 | 10,154.62 | **517,885.50** | Comprobación |

**PROBLEMA 2.-**

Después de clases…





Para resolverlo primero conoceremos el valor futuro, ocupando la siguiente fórmula del monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético.

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

En donde:
$Rp_1 = \$1{,}400.00$
$G_a = \$300.00$
$n = 5$
i/m = .10/12 = 0.008333333( tasa de interés capitalizable en *m* periodos por año)



Al sustituir los datos en la fórmula quedaría de la siguiente

$$M_{ga} = \left(\$1{,}400.00 + \frac{300.00}{.10/12}\right)\left[\frac{(1 + .10/12)^5 - 1}{.10/12}\right] - \frac{5 * 300.00}{.10/12}$$

$$M_{ga} = \left(\$1{,}400.00 + \frac{300.00}{0.008333333}\right)\left[\frac{(1 + 0.008333333)^5 - 1}{0.008333333}\right] - \frac{5 * 300.00}{0.008333333}$$

$$M_{ga} = (\$1{,}400.00 + 36{,}000)\left[\frac{(1.042366922) - 1}{0.008333333}\right] - 180{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$37{,}400.00)[5.084030843] - \$180{,}000.00$$

$$\boldsymbol{M_{ga} = \$10{,}142.75}$$









**Identificando los Datos:**

$Rp_1 = \$1{,}400.00$

$G_a = \$300.00$

$n = 5$

i/m = .10/12 =0.008333333(tasa de interés capitalizable en $m$ periodos por año)

$VA_{ga}$ = ¿?

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(1{,}400.00 + \frac{300.00}{.10/12}\right)\left[\frac{(1+.10/12)^5 - 1}{.10/12}\right] - \frac{5 * 300.00}{.10/12}\right](1+.10/12)^{-5}$$

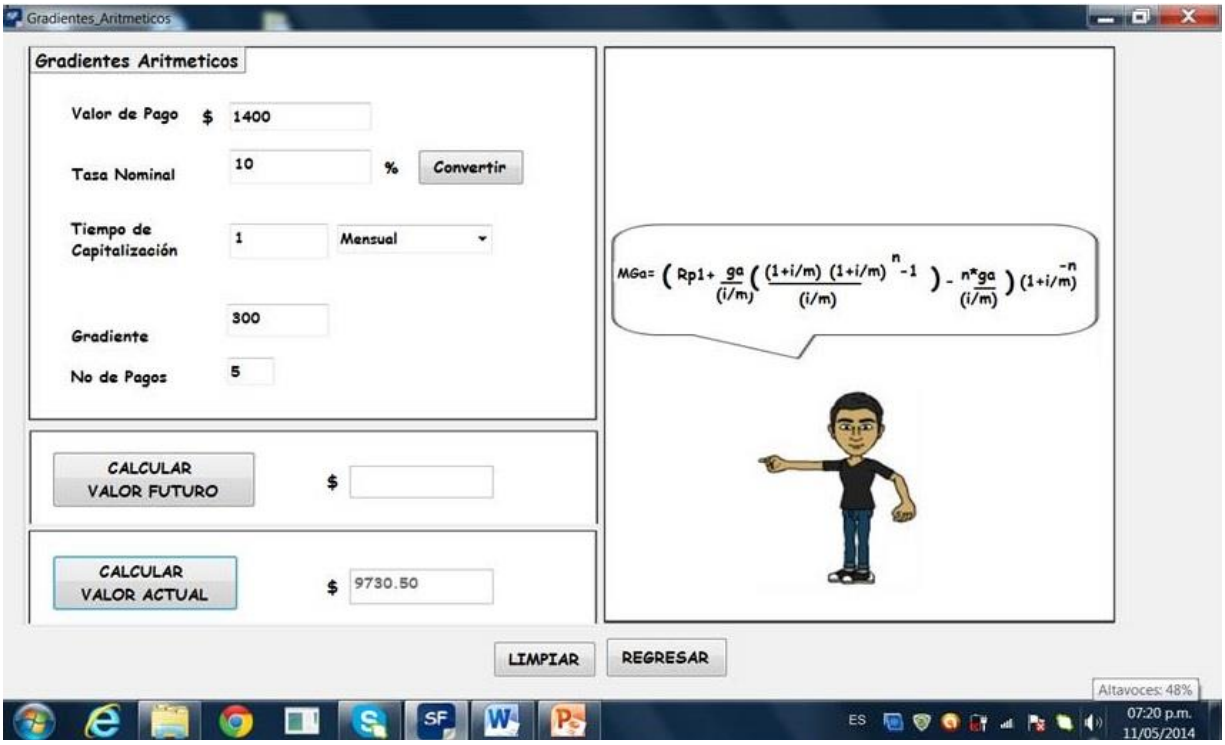
$$VA_{ga} = \left[\left(1{,}400.00 + \frac{300.00}{0.008333333}\right)\left[\frac{(1+0.008333333)^5 - 1}{0.008333333}\right] - \frac{5 * 300.00}{0.008333333}\right](1.008333333)^{-5}$$

$$VA_{ga} = \left[(1{,}400.00 + 36{,}000.00)\left[\frac{(1.042366922) - 1}{0.008333333}\right] - 180{,}000.00\right](0.959355079)$$

$$VA_{ga} = [(37{,}400.00)[5.084030843] - 180{,}000.00](0.959355079)$$

$$VA_{ga} = [10{,}142.75353](0.959355079)$$

$$\boldsymbol{VA_{ga} = \$9{,}730.50}$$



# GRADIENTES ARITMÉTICOS. (Valor futuro y fondos de ahorro)

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 1,400.00 |
| Ga = | 300.00 |
| n = | 5.00 |
| i= | 0.83% |
| **Mga (anualidad vencida)=** | **10,142.75** |
| **Mga (anualidad anticipada)=** | **10,227.27** |

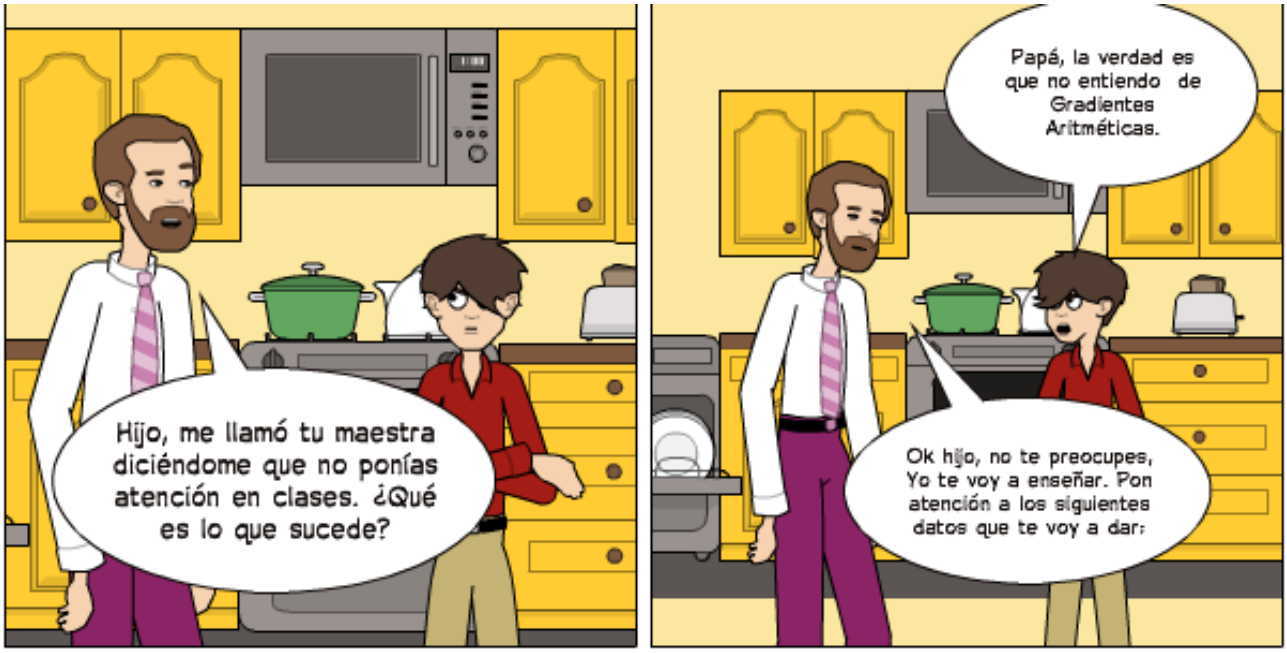
| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mga= | 10,142.75 |
| Ga = | 300.00 |
| n = | 5.00 |
| i= | 0.83% |
| **Rp1 =** | **1,400.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mga= | 10,227.27 |
| Ga = | 300.00 |
| n = | 5.00 |
| i= | 0.83% |
| **Rp1 =** | **1,400.00** |

| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 1,400.00 | | 1,400.00 | |
| 2 | 1,700.00 | 11.67 | 3,111.67 | |
| 3 | 2,000.00 | 25.93 | 5,137.60 | |
| 4 | 2,300.00 | 42.81 | 7,480.41 | |
| 5 | 2,600.00 | 62.34 | 10,142.75 | Comprobación |

| Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 1,400.00 | 11.67 | 1,411.67 | |
| 2 | 1,700.00 | 25.93 | 3,137.60 | |
| 3 | 2,000.00 | 42.81 | 5,180.41 | |
| 4 | 2,300.00 | 62.34 | 7,542.75 | |
| 5 | 2,600.00 | 84.52 | 10,227.27 | Comprobación |

**PROBLEMA 3.-**






Primero lo resolveremos en Valor Futuro, utilizando esta fórmula:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

**Identificando los Datos:**

$R_P$=\$2,100.00
$G_a$=\$500.00
n=12
i=34.8% anual =34.8/12=2.9% mensual
Se desea conocer su monto $M_{ga}$



Sustitución de Valores en la Formula:

$$M_{ga} = \left(2{,}100 + \frac{500}{0.029}\right)\left[\frac{(1+0.029)^{12}-1}{0.029}\right] - \frac{12 * 500}{0.029}$$

$$M_{ga} = (2{,}100 + 17{,}241.38)\left[\frac{(1.029)^{12}-1}{0.029}\right] - \frac{6{,}000}{0.029}$$

$$M_{ga} = (19{,}341.38)\left[\frac{1.409238492-1}{0.029}\right] - 206{,}896.55$$

$$M_{ga} = (19{,}341.38)\left[\frac{0.409238492}{0.029}\right] - 206{,}896.55$$

$$M_{ga} = (19{,}341.38)[14.11167215] - 206{,}896.55$$

$$M_{ga} = 272{,}939.21 - 206{,}896.55$$

$$M_{ga} = \$66{,}042.66$$



Para resolverlo por Valor Actual, ahora utilizamos la siguiente fórmula:

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

**Sustituiremos estos Datos:**
$R_P$=$2,100.00
$G_a$=$500.00
n=12
i=34.8% anual =34.8/12=2.9% mensual
$VA_{ga}$



$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(2{,}100 + \frac{500}{0.029}\right)\left[\frac{(1+0.029)^{12} - 1}{0.029}\right] - \frac{12 * 500}{0.029}\right](1 + 0.029)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(2{,}100 + 17{,}241.38)\left[\frac{(1.029)^{12} - 1}{0.029}\right] - \frac{6{,}000}{0.029}\right](1.029)^{-12}$$

$$A_{ga} = \left[(19{,}341.38)\left[\frac{1.409238492 - 1}{0.029}\right] - 206{,}896.55\right](0.709603098)$$

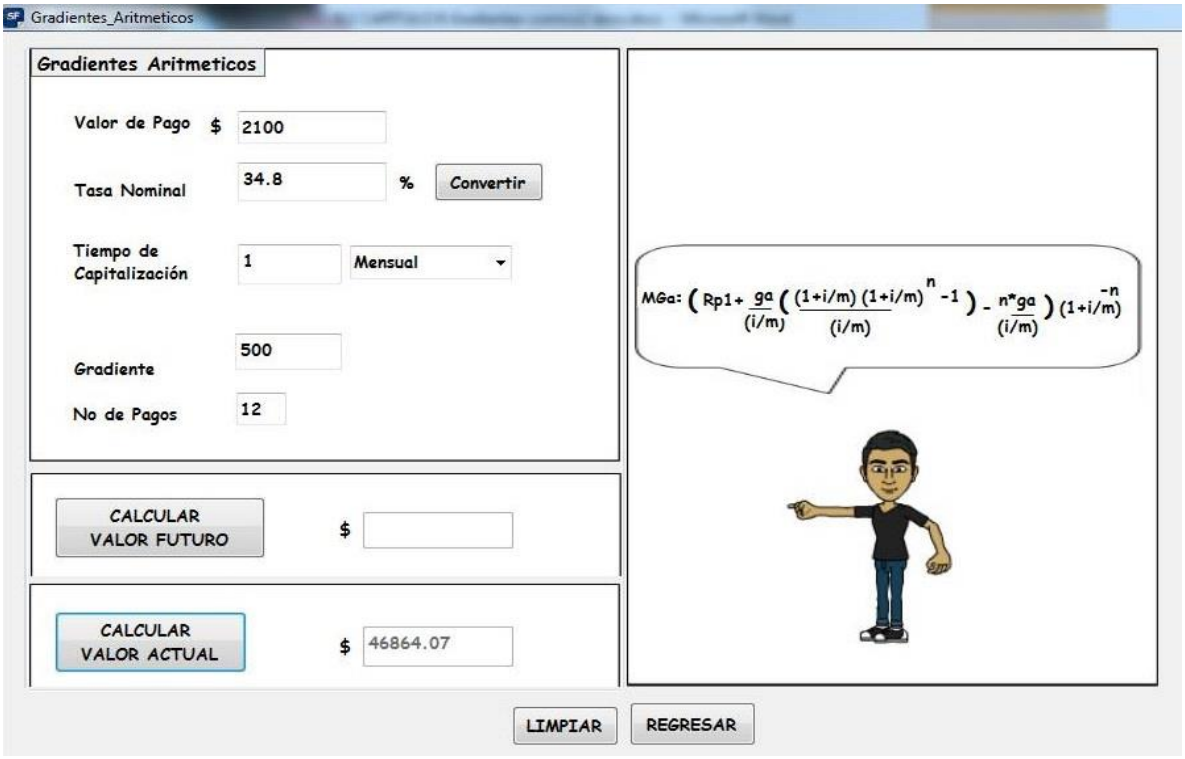
$$VA_{ga} = \left[(19{,}341.38)\left[\frac{0.40923849}{0.029}\right] - 206{,}896.55\right](0.709603098)$$

$$VA_{ga} = [(19{,}341.38)[14.11167215] - 206{,}896.55](0.709603098)$$

$$VA_{ga} = [272{,}939.21 - 206{,}896.55](0.709603098)$$

$$VA_{ga} = (66{,}042.6635)(0.709603098)$$

$$VA_{ga} = \$46{,}864.078$$




# Solo como comprobación en Excel:

En formato anticipado y vencido:

**GRADIENTES ARITMÉTICOS. (Valor futuro y fondos de ahorro)**

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 2,100.00 |
| Ga = | 500.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 2.90% |
| **Mga (anualidad vencida)=** | **66,042.65** |
| **Mga (anualidad anticipada)=** | **67,957.89** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mga= | 66,042.65 |
| Ga = | 500.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 2.90% |
| **Rp1 =** | **2,100.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mga= | 67,957.89 |
| Ga = | 500.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 2.90% |
| **Rp1 =** | **2,100.00** |

| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 2,100.00 | | 2,100.00 | |
| 2 | 2,600.00 | 60.90 | 4,760.90 | |
| 3 | 3,100.00 | 138.07 | 7,998.97 | |
| 4 | 3,600.00 | 231.97 | 11,830.94 | |
| 5 | 4,100.00 | 343.10 | 16,274.03 | |
| 6 | 4,600.00 | 471.95 | 21,345.98 | |
| 7 | 5,100.00 | 619.03 | 27,065.01 | |
| 8 | 5,600.00 | 784.89 | 33,449.90 | |
| 9 | 6,100.00 | 970.05 | 40,519.95 | |
| 10 | 6,600.00 | 1,175.08 | 48,295.02 | |
| 11 | 7,100.00 | 1,400.56 | 56,795.58 | |
| 12 | 7,600.00 | 1,647.07 | 66,042.65 | Comprobación |

| Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 2,100.00 | 60.90 | 2,160.90 | |
| 2 | 2,600.00 | 138.07 | 4,898.97 | |
| 3 | 3,100.00 | 231.97 | 8,230.94 | |
| 4 | 3,600.00 | 343.10 | 12,174.03 | |
| 5 | 4,100.00 | 471.95 | 16,745.98 | |
| 6 | 4,600.00 | 619.03 | 21,965.01 | |
| 7 | 5,100.00 | 784.89 | 27,849.90 | |
| 8 | 5,600.00 | 970.05 | 34,419.95 | |
| 9 | 6,100.00 | 1,175.08 | 41,695.02 | |
| 10 | 6,600.00 | 1,400.56 | 49,695.58 | |
| 11 | 7,100.00 | 1,647.07 | 58,442.65 | |
| 12 | 7,600.00 | 1,915.24 | 67,957.89 | Comprobación |

**PROBLEMA 4.-**









De acuerdo a los datos que me proporcionó Andrés, me dice que pagará $3,500.00 mensuales con incrementos de $150.00 durante un año en modalidad vencida. Y la tasa de interés que le cargarán es del 18% con capitalización mensual…… mmmm veamos cómo se resuelve este problema, utilizando la fórmula del monto de un gradiente aritmético.

Primero lo resolveremos en Valor Futuro, utilizando esta fórmula:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

**Identificando los Datos:**

$R_P$=$3,500.00
$G_a$=$150.00
n=12
i=18% anual =18/12=1.5% mensual
$M_{ga}$ = ¿?

Sustitución de Valores en la Formula:



$$M_{ga} = \left(3{,}500 + \frac{1500}{0.015}\right)\left[\frac{(1+0.015)^{12}-1}{0.015}\right] - \frac{12 * 150}{0.015}$$

$$M_{ga} = (3{,}500 + 10{,}000.00)\left[\frac{(1.015)^{12}-1}{0.015}\right] - \frac{1{,}800}{0.015}$$

$$M_{ga} = (13{,}500.0)\left[\frac{1.195618171-1}{0.015}\right] - 120{,}000.00$$

$$M_{ga} = (13{,}500.0)\left[\frac{0.195618171}{0.015}\right] - 120{,}000.00$$

$$M_{ga} = (13{,}500.0)[13.0412114] - 120{,}000.00$$

$$M_{ga} = 176056.3539 - 120{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$56{,}056.35$$



Para resolverlo por Valor Actual, utilizando esta fórmula:

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

**Identificando los Datos:**

$R_P$=\$3,500.00
$G_a$=\$150.00
n=12
i=18% anual =18/12=1.5% mensual
$VA_{ga}$= ¿?



$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(3{,}500 + \frac{150}{0.015}\right)\left[\frac{(1+0.015)^{12} - 1}{0.015}\right] - \frac{12 * 150}{0.015}\right](1+0.015)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(3{,}500 + 10{,}000.00)\left[\frac{(1.015)^{12} - 1}{0.015}\right] - \frac{1{,}800}{0.015}\right](1.015)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(13{,}500.00)\left[\frac{1.195618171 - 1}{0.015}\right] - 120{,}000.00\right](0.836387421)$$

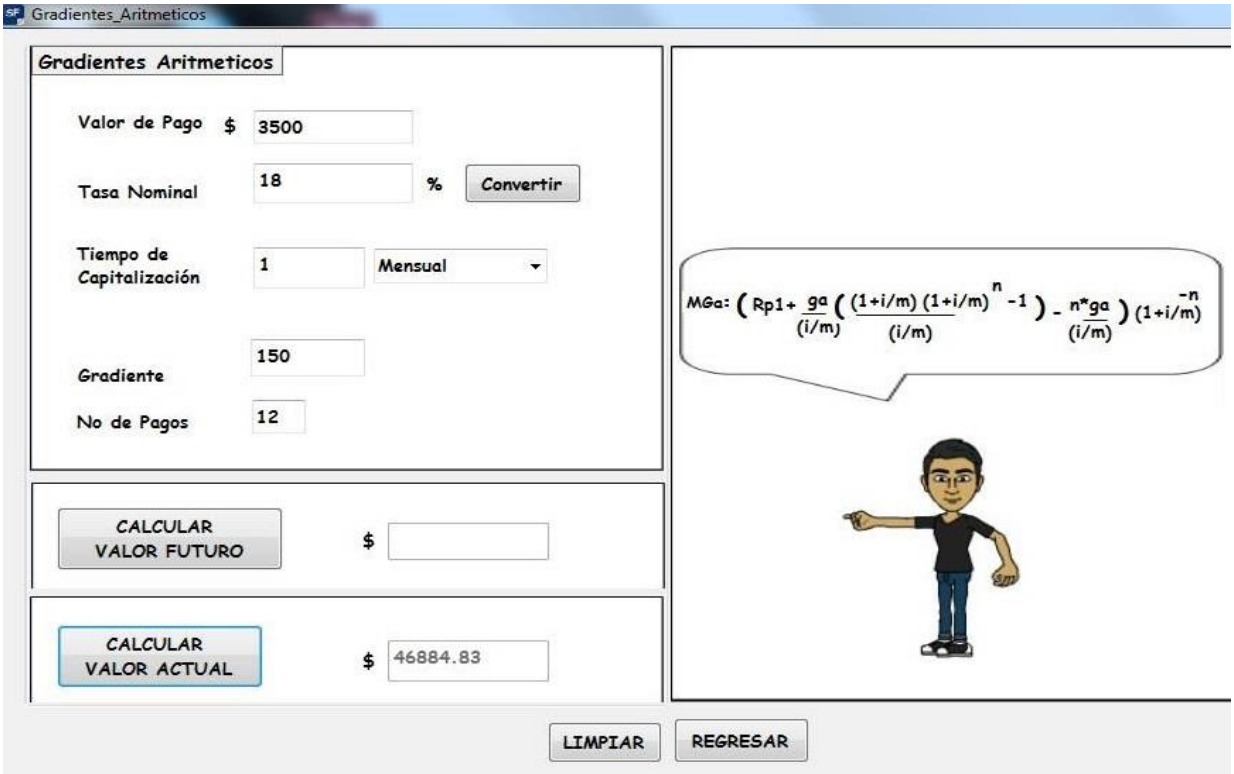
$$VA_{ga} = \left[(13{,}500.00)\left[\frac{0.195618171}{0.015}\right] - 120{,}000.00\right](0.836387421)$$

$$VA_{ga} = [(13{,}500)[13.0412114] - 120{,}000.00](00.836387421)$$

$$VA_{ga} = [176{,}056.353 - 120{,}000.00](0.836387421)$$

$$VA_{ga} = (656{,}056.3539)(0.836387421)$$

$$VA_{ga} = \$46{,}884.83$$



## Solo como comprobación en Excel:

En formato anticipado y vencido:

**GRADIENTES ARITMÉTICOS. (Valor futuro y fondos de ahorro)**

INICIO

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 3,500.00 |
| Ga = | 150.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 1.50% |
| **Mga (anualidad vencida)=** | **56,056.35** |
| **Mga (anualidad anticipada)=** | **56,897.20** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mga= | 56,056.35 |
| Ga = | 150.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 1.50% |
| **Rp1 =** | **3,500.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mga= | 56,897.20 |
| Ga = | 150.00 |
| n = | 12.00 |
| i= | 1.50% |
| **Rp1 =** | **3,500.00** |

**Fondo de ahorro (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,500.00 | | 3,500.00 | |
| 2 | 3,650.00 | 52.50 | 7,202.50 | |
| 3 | 3,800.00 | 108.04 | 11,110.54 | |
| 4 | 3,950.00 | 166.66 | 15,227.20 | |
| 5 | 4,100.00 | 228.41 | 19,555.60 | |
| 6 | 4,250.00 | 293.33 | 24,098.94 | |
| 7 | 4,400.00 | 361.48 | 28,860.42 | |
| 8 | 4,550.00 | 432.91 | 33,843.33 | |
| 9 | 4,700.00 | 507.65 | 39,050.98 | |
| 10 | 4,850.00 | 585.76 | 44,486.74 | |
| 11 | 5,000.00 | 667.30 | 50,154.04 | |
| 12 | 5,150.00 | 752.31 | 56,056.35 | Comprobación |

**Fondo de ahorro (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,500.00 | 52.50 | 3,552.50 | |
| 2 | 3,650.00 | 108.04 | 7,310.54 | |
| 3 | 3,800.00 | 166.66 | 11,277.20 | |
| 4 | 3,950.00 | 228.41 | 15,455.60 | |
| 5 | 4,100.00 | 293.33 | 19,848.94 | |
| 6 | 4,250.00 | 361.48 | 24,460.42 | |
| 7 | 4,400.00 | 432.91 | 29,293.33 | |
| 8 | 4,550.00 | 507.65 | 34,350.98 | |
| 9 | 4,700.00 | 585.76 | 39,636.74 | |
| 10 | 4,850.00 | 667.30 | 45,154.04 | |
| 11 | 5,000.00 | 752.31 | 50,906.35 | |
| 12 | 5,150.00 | 840.85 | 56,897.20 | Comprobación |

Entonces si realiza pagos de la siguiente forma: $3,500.00 mensuales con incrementos gradiente de $150.00 a partir de la segunda cuota y con respecto de la anterior y así suscesivamente, entonces el abona capital por $51,900.00 y la diferencia es el interes que pago por el préstamo, de ahí que si el total que paga al banco es de $56,056.35 menos $51,900.00 entonces pago la cantidad de$4,156.35 por concepto de interéses.

| Pago No. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| abonos | $ 3,500.00 | $ 3,650.00 | $ 3,800.00 | $ 3,950.00 | $ 4,100.00 | $ 4,250.00 | $ 4,400.00 | $ 4,550.00 | $ 4,700.00 | $ 4,850.00 | $ 5,000.00 | $ 5,150.00 | $51,900.00 |

| | |
|---|---|
| Total depósi | $51,900.00 |
| calculado | -56,056.35 |
| interés paga | -$ 4,156.35 |

**PROBLEMA 5.-**

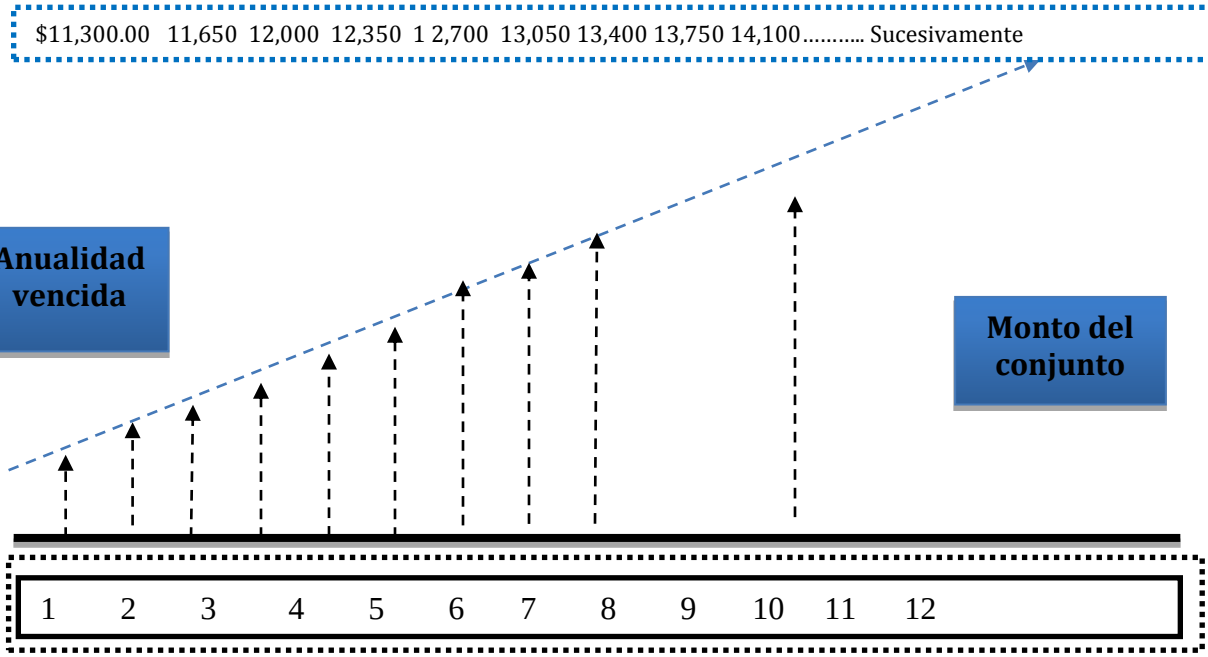





Carolina tramito su crédito para comprar una casa; en el que se estipula la obligación de pagar durante 10 años las mensualidades a fin de mes; y una tasa del interés del 12.30% anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es por $11,300.00 y los pagos sucesivos aumentaran $350.00 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que pagará Carolina.



Dibujaremos nuestra línea del tiempo, para ayudarnos a entender el crédito de Carolina



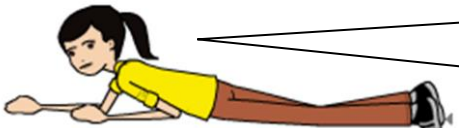



Realizaremos el cálculo de un conjunto de anualidad vencida con gradientes aritméticos, con los siguientes datos:

$R_P$=$11,300.00
$G_a$=$350.00
n=120
i=12.30% anual =12.30/12=1.025% mensual

Para la cual Utilizaremos la fórmula:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$




Sustitución de Valores en la Fórmula:

$$M_{ga} = \left(11{,}300 + \frac{350}{0.01025}\right)\left[\frac{(1+0.01025)^{120}-1}{0.01025}\right] - \frac{120 * 350}{0.01025}$$

$$M_{ga} = (11{,}300 + 34{,}146.3414)\left[\frac{(1.01025)^{120}-1}{0.01025}\right] - \frac{42{,}000}{0.01025}$$

$$M_{ga} = (45{,}446.3114)\left[\frac{3.399876125-1}{0.01025}\right] - 4{,}097{,}560.9756$$

$$M_{ga} = (45{,}446.3114)\left[\frac{2.399876125}{0.01025}\right] - 4{,}097{,}560.9756$$

$$M_{ga} = (45{,}446.3114)[234.1342561] - 4{,}097{,}560.9756$$

$$M_{ga} = 10{,}640{,}538.31 - 4{,}097{,}560.9756$$

$$M_{ga} = \$6{,}542{,}997.34$$



## Su comprobación en Excel

**GRADIENTES ARITMÉTICOS. (Valor futuro y fondos de ahorro)**

INICIO

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 11,300.00 |
| Ga = | 350.00 |
| n = | 120.00 |
| i= | 1.03% |
| **Mga (anualidad vencida)=** | **6,542,984.38** |
| **Mga (anualidad anticipada)=** | **6,610,049.97** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mga= | 6,542,984.38 |
| Ga = | 350.00 |
| n = | 120.00 |
| i= | 1.03% |
| **Rp1 =** | **11,300.00** |

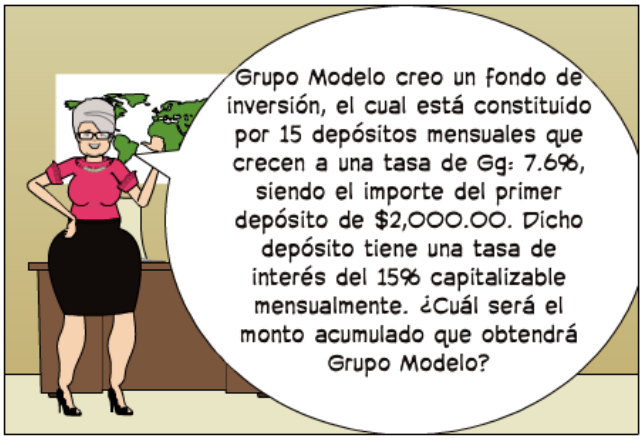
| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mga= | 6,610,049.97 |
| Ga = | 350.00 |
| n = | 120.00 |
| i= | 1.03% |
| **Rp1 =** | **11,300.00** |

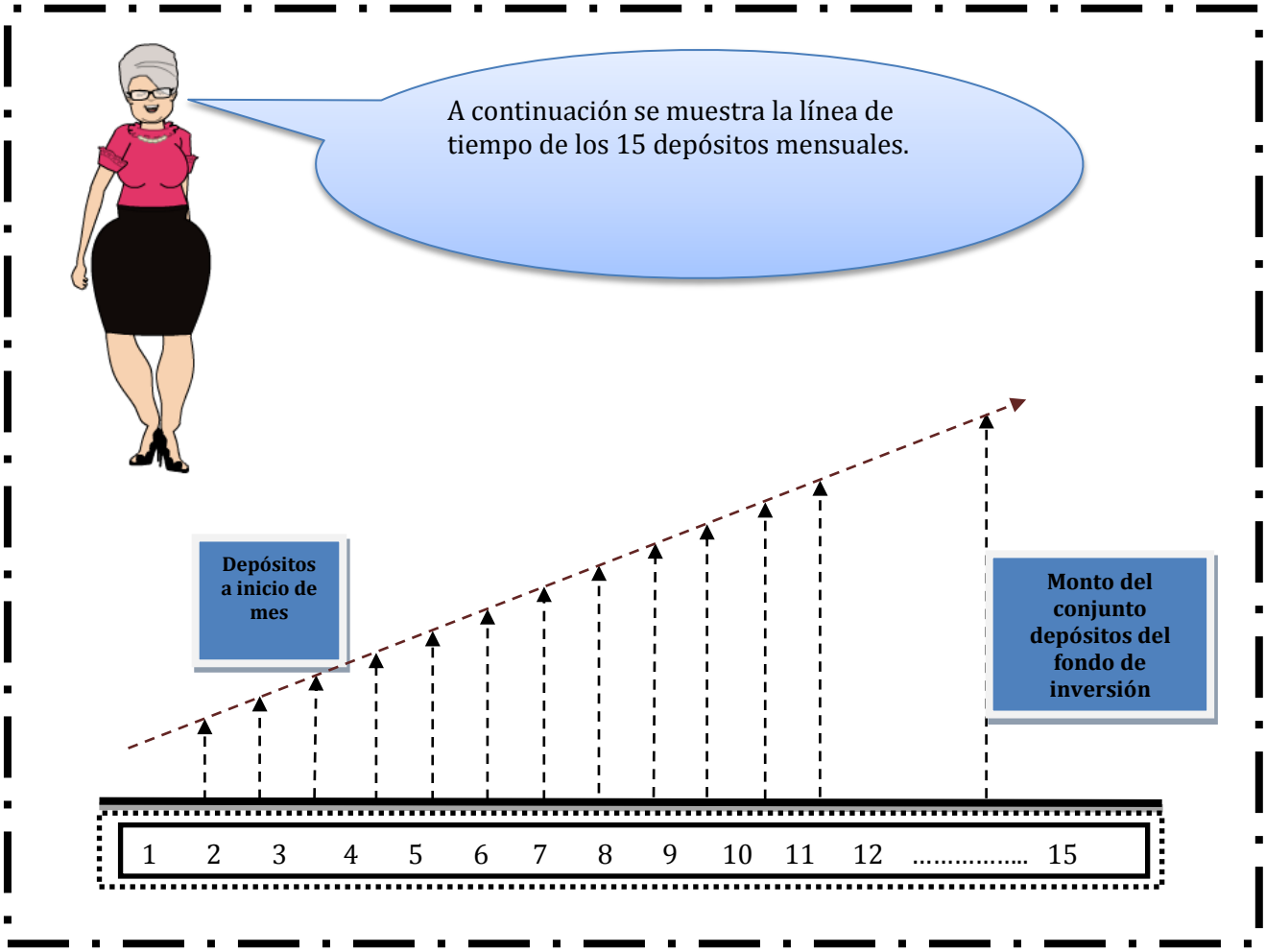
| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | | | Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | | | Abono | Anualidad | Interés | Saldo |
| 1 | 11,300.00 | | 11,300.00 | | | 1 | 11,300.00 | 115.83 | 11,415.83 |
| 2 | 11,650.00 | 115.83 | 23,065.83 | | | 2 | 11,650.00 | 236.42 | 23,302.25 |
| 3 | 12,000.00 | 236.42 | 35,302.25 | | | 3 | 12,000.00 | 361.85 | 35,664.10 |
| 4 | 12,350.00 | 361.85 | 48,014.10 | | | 4 | 12,350.00 | 492.14 | 48,506.24 |
| 5 | 12,700.00 | 492.14 | 61,206.24 | | | 5 | 12,700.00 | 627.36 | 61,833.61 |
| 6 | 13,050.00 | 627.36 | 74,883.61 | | | 6 | 13,050.00 | 767.56 | 75,651.16 |
| 7 | 13,400.00 | 767.56 | 89,051.16 | | | 7 | 13,400.00 | 912.77 | 89,963.94 |
| 8 | 13,750.00 | 912.77 | 103,713.94 | | | 8 | 13,750.00 | 1,063.07 | 104,777.01 |
| 9 | 14,100.00 | 1,063.07 | 118,877.01 | | | 9 | 14,100.00 | 1,218.49 | 120,095.49 |
| 10 | 14,450.00 | 1,218.49 | 134,545.49 | | | 10 | 14,450.00 | 1,379.09 | 135,924.59 |
| 11 | 14,800.00 | 1,379.09 | 150,724.59 | | | 11 | 14,800.00 | 1,544.93 | 152,269.51 |
| 12 | 15,150.00 | 1,544.93 | 167,419.51 | | | 12 | 15,150.00 | 1,716.05 | 169,135.56 |
| 13 | 15,500.00 | 1,716.05 | 184,635.56 | | | 13 | 15,500.00 | 1,892.51 | 186,528.08 |
| 14 | 15,850.00 | 1,892.51 | 202,378.08 | | | 14 | 15,850.00 | 2,074.38 | 204,452.45 |
| 15 | 16,200.00 | 2,074.38 | 220,652.45 | | | 15 | 16,200.00 | 2,261.69 | 222,914.14 |
| 16 | 16,550.00 | 2,261.69 | 239,464.14 | | | 16 | 16,550.00 | 2,454.51 | 241,918.65 |
| 17 | 16,900.00 | 2,454.51 | 258,818.65 | | | 17 | 16,900.00 | 2,652.89 | 261,471.54 |
| 18 | 17,250.00 | 2,652.89 | 278,721.54 | | | 18 | 17,250.00 | 2,856.90 | 281,578.43 |
| 19 | 17,600.00 | 2,856.90 | 299,178.43 | | | 19 | 17,600.00 | 3,066.58 | 302,245.01 |
| 20 | 17,950.00 | 3,066.58 | 320,195.01 | | | 20 | 17,950.00 | 3,282.00 | 323,477.01 |
| 21 | 18,300.00 | 3,282.00 | 341,777.01 | | | 21 | 18,300.00 | 3,503.21 | 345,280.23 |
| 22 | 18,650.00 | 3,503.21 | 363,930.23 | | | 22 | 18,650.00 | 3,730.28 | 367,660.51 |
| 23 | 19,000.00 | 3,730.28 | 386,660.51 | | | 23 | 19,000.00 | 3,963.27 | 390,623.78 |
| 24 | 19,350.00 | 3,963.27 | 409,973.78 | | | 24 | 19,350.00 | 4,202.23 | 414,176.01 |
| 25 | 19,700.00 | 4,202.23 | 433,876.01 | | | 25 | 19,700.00 | 4,447.23 | 438,323.24 |
| 26 | 20,050.00 | 4,447.23 | 458,373.24 | | | 26 | 20,050.00 | 4,698.33 | 463,071.57 |
| 27 | 20,400.00 | 4,698.33 | 483,471.57 | | | 27 | 20,400.00 | 4,955.58 | 488,427.15 |
| 28 | 20,750.00 | 4,955.58 | 509,177.15 | | | 28 | 20,750.00 | 5,219.07 | 514,396.22 |
| 29 | 21,100.00 | 5,219.07 | 535,496.22 | | | 29 | 21,100.00 | 5,488.84 | 540,985.05 |
| 30 | 21,450.00 | 5,488.84 | 562,435.05 | | | 30 | 21,450.00 | 5,764.96 | 568,200.01 |
| 31 | 21,800.00 | 5,764.96 | 590,000.01 | | | 31 | 21,800.00 | 6,047.50 | 596,047.51 |
| 32 | 22,150.00 | 6,047.50 | 618,197.51 | | | 32 | 22,150.00 | 6,336.52 | 624,534.04 |
| 33 | 22,500.00 | 6,336.52 | 647,034.04 | | | 33 | 22,500.00 | 6,632.10 | 653,666.14 |
| 34 | 22,850.00 | 6,632.10 | 676,516.14 | | | 34 | 22,850.00 | 6,934.29 | 683,450.43 |
| 35 | 23,200.00 | 6,934.29 | 706,650.43 | | | 35 | 23,200.00 | 7,243.17 | 713,893.59 |
| 104 | 47,350.00 | 48,422.28 | 4,819,897.52 | | | 104 | 47,350.00 | 49,403.95 | 4,869,301.47 |
| 105 | 47,700.00 | 49,403.95 | 4,917,001.47 | | | 105 | 47,700.00 | 50,399.27 | 4,967,400.74 |
| 106 | 48,050.00 | 50,399.27 | 5,015,450.74 | | | 106 | 48,050.00 | 51,408.37 | 5,066,859.11 |
| 107 | 48,400.00 | 51,408.37 | 5,115,259.11 | | | 107 | 48,400.00 | 52,431.41 | 5,167,690.51 |
| 108 | 48,750.00 | 52,431.41 | 5,216,440.51 | | | 108 | 48,750.00 | 53,468.52 | 5,269,909.03 |
| 109 | 49,100.00 | 53,468.52 | 5,319,009.03 | | | 109 | 49,100.00 | 54,519.84 | 5,373,528.87 |
| 110 | 49,450.00 | 54,519.84 | 5,422,978.87 | | | 110 | 49,450.00 | 55,585.53 | 5,478,564.40 |
| 111 | 49,800.00 | 55,585.53 | 5,528,364.40 | | | 111 | 49,800.00 | 56,665.74 | 5,585,030.14 |
| 112 | 50,150.00 | 56,665.74 | 5,635,180.14 | | | 112 | 50,150.00 | 57,760.60 | 5,692,940.74 |
| 113 | 50,500.00 | 57,760.60 | 5,743,440.74 | | | 113 | 50,500.00 | 58,870.27 | 5,802,311.00 |
| 114 | 50,850.00 | 58,870.27 | 5,853,161.00 | | | 114 | 50,850.00 | 59,994.90 | 5,913,155.90 |
| 115 | 51,200.00 | 59,994.90 | 5,964,355.90 | | | 115 | 51,200.00 | 61,134.65 | 6,025,490.55 |
| 116 | 51,550.00 | 61,134.65 | 6,077,040.55 | | | 116 | 51,550.00 | 62,289.67 | 6,139,330.22 |
| 117 | 51,900.00 | 62,289.67 | 6,191,230.22 | | | 117 | 51,900.00 | 63,460.11 | 6,254,690.33 |
| 118 | 52,250.00 | 63,460.11 | 6,306,940.33 | | | 118 | 52,250.00 | 64,646.14 | 6,371,586.46 |
| 119 | 52,600.00 | 64,646.14 | 6,424,186.46 | | | 119 | 52,600.00 | 65,847.91 | 6,490,034.38 |
| 120 | 52,950.00 | 65,847.91 | 6,542,984.38 | Comprobación | | 120 | 52,950.00 | 67,065.59 | 6,610,049.97 |

## GRADIENTES GEOMETRICOS

**PROBLEMA 1.-**





**Para calcular el Monto de un conjunto de Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gradiente geométrico (*Gg*), utilizaremos los siguientes datos:**

**Datos:**

n = 15 depósitos

Mgg=?

i/m= $\cdot^{15}/_{12} = 0.0125$ (Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)

$R_p$=$2,000.00

$G_g$ = 7.6%



$$Si(1+i/m) \neq Gg$$

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(1+\cdot^{15}/_{12})\left[\frac{(1+\cdot^{15}/_{12})^{15}-(1+0.076)^{15}}{\cdot^{15}/_{12}-0.076}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]$$

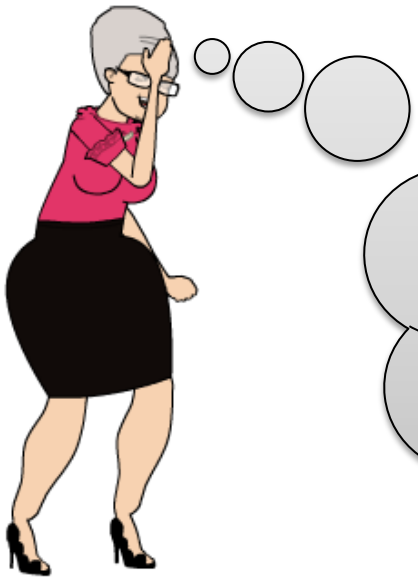
$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{(1.20482918)-3.00043394}{.0125-0.076}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{-1.79560476}{-0.0635}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)[28.27724032]$$

$$\text{Mg}_g = \$2{,}000.00(28.63070582)$$

$$\text{Mg}_g = \$57{,}261.41$$



Para calcular el Monto de un conjunto de Cuotas Vencidas (Pospagables) con Gradiente geométrico (*Gg*), utilizaremos los siguientes datos:

Datos:

n = 15 depósitos

Mgg=?

i/m= $\cdot^{15}/_{12} = 0.0125$ (Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)

$R_p$=$2,000.00

$G_g$ = 7.6%



$$Si(1+i/m) \neq Gg$$

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica bajo el mismo criterio si: $Si(1+i/m) \neq Gg$

$$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1+\cdot^{15}/_{12})^{15}-(1+0.076)^{15}}{\cdot^{15}/_{12}-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1.20482918)-3.00043394}{.0125-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{-1.79560476}{-0.0635}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00[28.27724032]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$56{,}554.48$$

## Solución en Excel

| GRADIENTES GEOMÉTRICOS (Valor futuro y fondos de ahorro) |
|---|

INIC

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 2,000.00 |
| Gg = | 7.60% |
| n = | 15.00 |
| i= | 1.25% |
| **Mgg (anualidad vencida)=** | **56,554.48** |
| **Mgg (anualidad anticipada)=** | **57,261.41** |

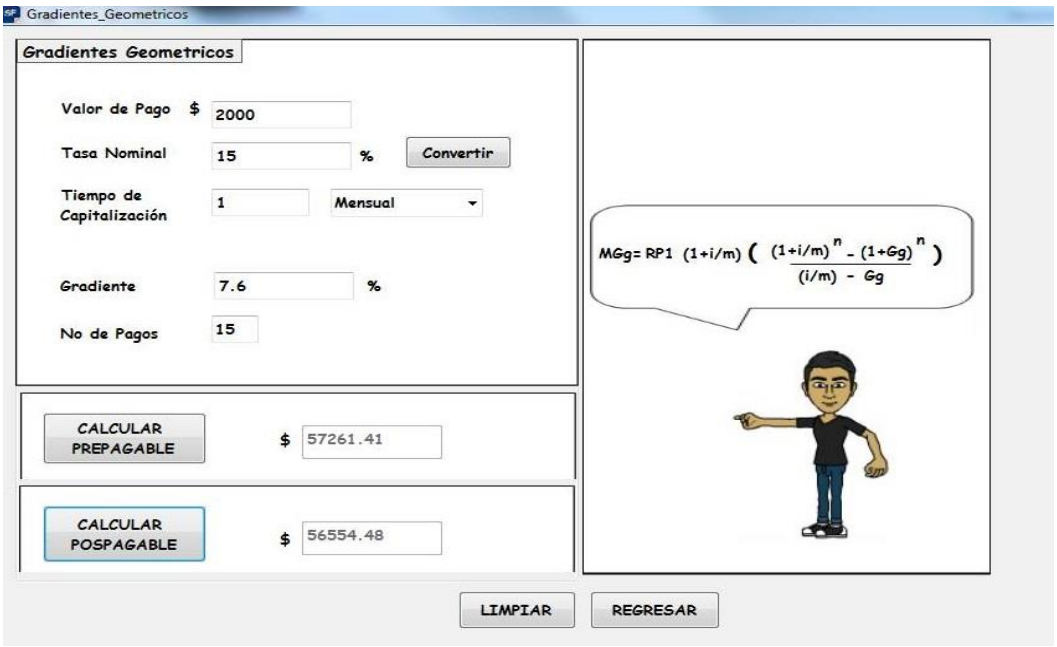
| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mgg= | 56,554.48 |
| Gg = | 0.08 |
| n = | 15.00 |
| i= | 1.25% |
| **Rp1 =** | **2,000.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mgg= | 57,261.41 |
| Gg = | 0.08 |
| n = | 15.00 |
| i= | 1.25% |
| **Rp1 =** | **2,000.00** |

| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 2,000.00 | | 2,000.00 | |
| 2 | 2,152.00 | 25.00 | 4,177.00 | |
| 3 | 2,315.55 | 52.21 | 6,544.76 | |
| 4 | 2,491.53 | 81.81 | 9,118.11 | |
| 5 | 2,680.89 | 113.98 | 11,912.97 | |
| 6 | 2,884.64 | 148.91 | 14,946.53 | |
| 7 | 3,103.87 | 186.83 | 18,237.23 | |
| 8 | 3,339.76 | 227.97 | 21,804.96 | |
| 9 | 3,593.59 | 272.56 | 25,671.11 | |
| 10 | 3,866.70 | 320.89 | 29,858.70 | |
| 11 | 4,160.57 | 373.23 | 34,392.50 | |
| 12 | 4,476.77 | 429.91 | 39,299.18 | |
| 13 | 4,817.01 | 491.24 | 44,607.42 | |
| 14 | 5,183.10 | 557.59 | 50,348.11 | |
| 15 | 5,577.01 | 629.35 | 56,554.48 | Comprobación |

| Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 2,000.00 | 25.00 | 2,025.00 | |
| 2 | 2,152.00 | 52.21 | 4,229.21 | |
| 3 | 2,315.55 | 81.81 | 6,626.57 | |
| 4 | 2,491.53 | 113.98 | 9,232.08 | |
| 5 | 2,680.89 | 148.91 | 12,061.89 | |
| 6 | 2,884.64 | 186.83 | 15,133.36 | |
| 7 | 3,103.87 | 227.97 | 18,465.19 | |
| 8 | 3,339.76 | 272.56 | 22,077.52 | |
| 9 | 3,593.59 | 320.89 | 25,992.00 | |
| 10 | 3,866.70 | 373.23 | 30,231.93 | |
| 11 | 4,160.57 | 429.91 | 34,822.40 | |
| 12 | 4,476.77 | 491.24 | 39,790.42 | |
| 13 | 4,817.01 | 557.59 | 45,165.02 | |
| 14 | 5,183.10 | 629.35 | 50,977.47 | |
| 15 | 5,577.01 | 706.93 | 57,261.41 | Comprobación |

### En el simulador de Visual Basic

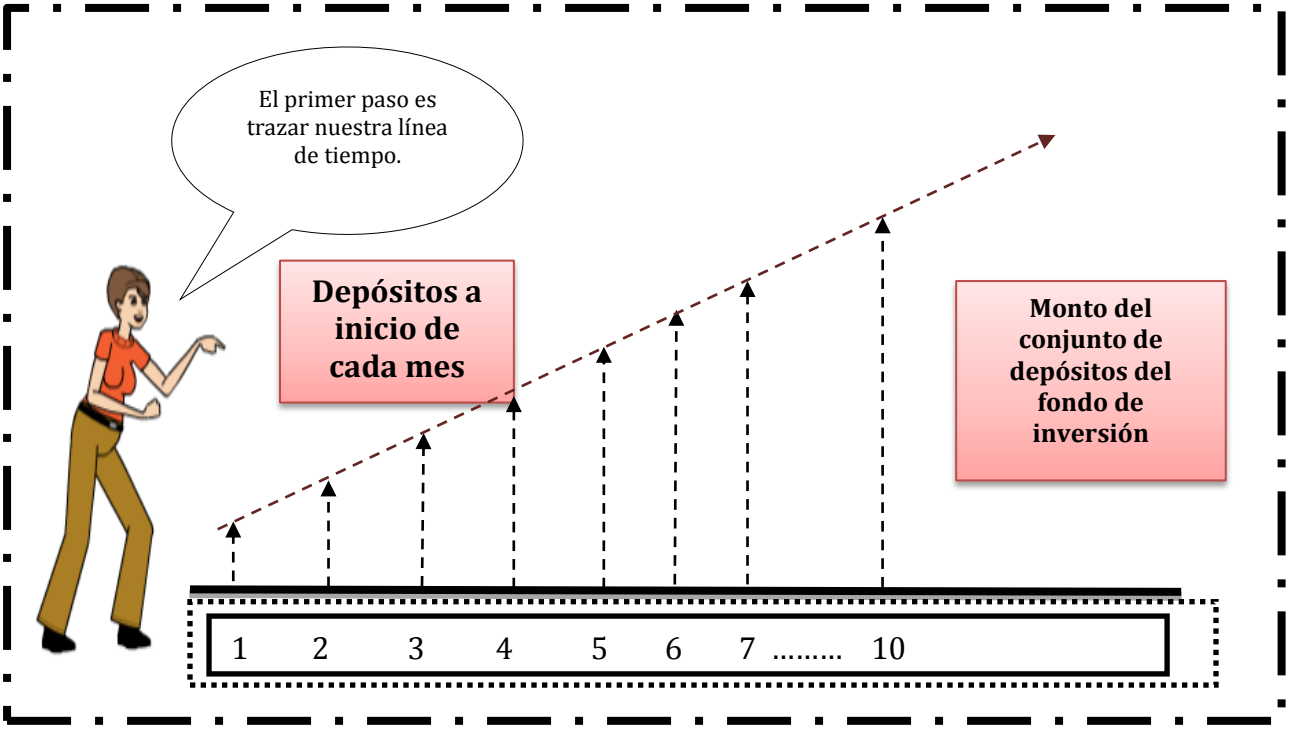



**Ambos simuladores (Excel y Visual Basic) están disponibles para compartirlos con los lectores de esta obra (solicitarlos a los correos descritos al final de cada capítulo)**

**PROBLEMA 2.-**

Durante el receso…






**Calcularemos las cuotas anticipadas (prepagables) utilizando gradientes geométricos, de ahí que utilizamos la siguiente fórmula:**

$$Si(1+i/m) \neq Gg$$

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

En donde:
n = 10 depósitos
i/m= $\cdot^{30}/_{12} = 0.025$ (Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)
$R_p$=$6,000.00
$G_g$ = 6.5%




$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(1+\cdot^{30}/_{12})\left[\frac{(1+\cdot^{30}/_{12})^{10}-(1+0.065)^{10}}{\cdot^{30}/_{12}-0.065}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(1.025)\left[\frac{(1.025)^{10}-(1+0.065)^{10}}{0.025-0.065}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(1.025)\left[\frac{(1.280084544)-1.877137465}{0.025-0.065}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(1.025)\left[\frac{-0.597052921}{-0.04}\right]$$

$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(1.025)[14.92632303]$$

$$\text{Mg}_g = \$6{,}000.00(15.2994811)$$

$$\mathbf{Mg_g = \$91,796.87}$$



**Ahora para comprobar que el resultado que nos dio anteriormente es el correcto debemos realizar una tabla de despejes en donde se calculara el valor de "Rp" y de "n", así como su correspondiente cotejo con el simulador de Excel.**

## TABLA DE DESPEJES

| Valor Actual del Rp | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| Fórmula original:<br>$Si(1+i/m) \neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br>Despeje:<br>$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br>Datos:<br>$\boldsymbol{Mg_g = \$91,796.87}$<br>$\boldsymbol{Rp_1}$ =?<br>$\boldsymbol{G_g = 6.5\%}$<br>$\boldsymbol{n}$ = **número de depósitos 10**<br>$\boldsymbol{i/_m = {}^{\cdot}30/_{12} = 0.025}$ (Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)<br>$\frac{\$91,796.87}{(1+{}^{\cdot}30/_{12})\left[\frac{(1+{}^{\cdot}30/_{12})^{10}-(1+0.065)^{10}}{{}^{\cdot}30/_{12}-0.065}\right]} = \boldsymbol{R_{p1}}$<br>$\frac{\$91,796.87}{(1.025)\left[\frac{(1.025)^{10}-(1+0.065)^{10}}{.025-0.065}\right]} = \boldsymbol{R_{p1}}$<br>$\frac{\$91,796.87}{(1.025)\left[\frac{(1.280084544)-1.877137465}{.025-0.065}\right]} = \boldsymbol{R_{p1}}$<br>$\frac{\$91,796.87}{(1.025)\left[\frac{-0.597052921}{-0.04}\right]} = \boldsymbol{R_{p1}}$<br>$\frac{\$91,796.87}{(1.025)[14.92632303]} = \boldsymbol{Rp_1}$<br>$\boldsymbol{Rp_1 = \frac{\$91,796.87}{15.2994811}}$<br>$\boldsymbol{Rp_1 = 5,999.998915 = \$6,000.00}$ | **Formula Original:**<br>$(1+Gg)^x - (1+{}^{i}/_{m})^x - \left[\frac{Mgg}{Rp1\,(1+{}^{i}/_{m})} * ({}^{i}/_{m} - Gg)\right] = 0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+0.065)^x - (1+.025)^x - \left[\frac{\$91,796.87}{\$6,000\,(1+.025)} * (.025-0.065)\right] = 0$<br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 9, 11 respectivamente y obtenemos:**<br>$(1+0.065)^9 - (1+.025)^9 - \left[\frac{\$91,796.87}{\$6,000\,(1+.025)} * (.025-0.065)\right] = 0$<br>$(1.76257039) - (1.24886297) - [14.92632033 * (-0.04)] = 0$<br>$(1.76257039) - (1.24886297) - 0.597052813 = 0.083345393$<br>***No es exacto***<br>$(1+0.065)^{11} - (1+.025)^{11} - \left[\frac{\$91,796.87}{\$6,000\,(1+.025)} * (.025-0.065)\right] = 0$<br>$(1.999151401) - (1.312086658) - [14.92632033 * (-0.04)] = 0$<br>$(1.999151401) - (1.312086658) - 0.597052813 = -0.09001193$<br>***No es exacto***<br>$(1+0.065)^{10} - (1+.025)^{10} - \left[\frac{\$91,796.87}{\$6,000\,(1+.025)} * (.025-0.065)\right] = 0$<br>$(1.87713747) - (1.28008454\,) - [14.92632033 * (-0.04)] = 0$<br>$(1.87713747) - (1.28008454\,) - [0.597052813] = -0.0079238$<br>*n= 10* se comprueba el ejercicio |

## En Excel

**GRADIENTES GEOMÉTRICOS (Valor futuro y fondos de ahorro)**

INIC

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 6,000.00 |
| Gg = | 6.50% |
| n = | 10.00 |
| i= | 2.50% |
| **Mgg (anualidad vencida)=** | **89,557.94** |
| **Mgg (anualidad anticipada)=** | **91,796.89** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mgg= | 89,557.94 |
| Gg = | 0.07 |
| n = | 10.00 |
| i= | 2.50% |
| **Rp1 =** | **6,000.00** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mgg= | 91,796.89 |
| Gg = | 0.07 |
| n = | 10.00 |
| i= | 2.50% |
| **Rp1 =** | **6,000.00** |

**Fondo de ahorro (anualidad vencida)**

| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6,000.00 | | 6,000.00 | |
| 2 | 6,390.00 | 150.00 | 12,540.00 | |
| 3 | 6,805.35 | 313.50 | 19,658.85 | |
| 4 | 7,247.70 | 491.47 | 27,398.02 | |
| 5 | 7,718.80 | 684.95 | 35,801.77 | |
| 6 | 8,220.52 | 895.04 | 44,917.33 | |
| 7 | 8,754.85 | 1,122.93 | 54,795.12 | |
| 8 | 9,323.92 | 1,369.88 | 65,488.92 | |
| 9 | 9,929.97 | 1,637.22 | 77,056.11 | |
| 10 | 10,575.42 | 1,926.40 | 89,557.94 | Comprobación |

**Fondo de ahorro (anualidad anticipada)**

| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 6,000.00 | 150.00 | 6,150.00 | |
| 2 | 6,390.00 | 313.50 | 12,853.50 | |
| 3 | 6,805.35 | 491.47 | 20,150.32 | |
| 4 | 7,247.70 | 684.95 | 28,082.97 | |
| 5 | 7,718.80 | 895.04 | 36,696.81 | |
| 6 | 8,220.52 | 1,122.93 | 46,040.27 | |
| 7 | 8,754.85 | 1,369.88 | 56,165.00 | |
| 8 | 9,323.92 | 1,637.22 | 67,126.14 | |
| 9 | 9,929.97 | 1,926.40 | 78,982.52 | |
| 10 | 10,575.42 | 2,238.95 | 91,796.89 | Comprobación |





Ahora

**Calcularemos las cuotas pospagables (vencidas) utilizando gradientes geométricos, a partir de la siguiente fórmula:**

$Si(1+i/m) \neq Gg$

$$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

En donde:
$Rp_1 = \$6{,}000.00$
$G_g = 6.5\%$
$n =$ número de depositos 10
$i/_m = {}^{.30}/_{12} = 0.025$ (Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)



Al sustituir los datos en la fórmula, queda de la siguiente manera:

$$Mg_g = \$6{,}000.00\left[\frac{\left(1+{}^{.30}/_{12}\right)^{10}-(1+0.065)^{10}}{{}^{.30}/_{12}-0.065}\right]$$

$$Mg_g = \$6{,}000.00\left[\frac{(1.025)^{10}-(1+0.065)^{10}}{.025-0.065}\right]$$

$$Mg_g = \$6{,}000.00\left[\frac{(1.280084544)-1.877137465}{.025-0.065}\right]$$

$$Mg_g = \$6{,}000.00\left[\frac{-0.597052921}{-0.04}\right]$$

$$\boldsymbol{Mg_g = \$89{,}557.94}$$



Ahora para comprobar el resultado mostrado anteriormente, debemos realizar una tabla de despejes en donde se calculará el valor de "*Rp*" y de "*n*".

## TABLA DE DESPEJES

### Valor Actual Rp1

Fórmula original:

$$Si(1+i/m)\neq Gg$$

$$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Despeje:

$$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$$

Datos:

$\boldsymbol{Mg_g = \$89,557.94}$
$\boldsymbol{Rp_1 = ?}$
$\boldsymbol{G_g = 6.5\%}$
$\boldsymbol{n}$ = **número de depósitos 10**
$\boldsymbol{i/_m = {}^{.30}/_{12} = 0.025}$ **(Tasa de interés nominal capitalizable en *m* periodos por año)**

$$\$89,557.94 = Rp_1\left[\frac{(1+{}^{.30}/_{12})^{10}-(1+0.065)^{10}}{{}^{.30}/_{12}-0.065}\right]$$

$$\$89,557.94 = Rp_1\left[\frac{(1.025)^{10}-(1+0.065)^{10}}{.025-0.065}\right]$$

$$\$89,557.94 = Rp_1\left[\frac{(1.280084544)-1.877137465}{.025-0.065}\right]$$

$$\$89,557.94 = Rp_1\left[\frac{-0.597052921}{-0.04}\right]$$

$$\$89,557.94 = Rp_1[14.92632303]$$

$$Rp_1 g = \frac{\$89,557.94}{14.92632303}$$

$$Rp_1 = \$6,000.00$$

### Valor de "n" plazo

**Fórmula Original**

$$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$$

**Se tiene que satisfacer la fórmula:**

$$(1+0.065)^x-(1+.025)^x-\left[\frac{=\$89,557.94}{\$6,000.00}*(.025-0.065)\right]=0$$

**A prueba y error utilizamos para "x"= 9, 11 respectivamente y obtenemos:**

$$(1+0.065)^9-(1+.025)^9-\left[\frac{\$89,557.94}{\$6,000.00}*(.025-0.065)\right]=0$$

$$(1.76257039)-(1.24886297)-[14.9263223*(-0.04)]=0$$

$$(1.76257039)-(1.24886297)-(-0.59705293)=0.08334551$$

$$(1+0.065)^{11}-(1+.025)^{11}-\left[\frac{\$89,557.94}{\$6,000.00}*(.025-0.065)\right]=0$$

$$(1.999151401)-(1.312086658)-[14.9263223*(-0.04)]=0$$

$$(1.999151401)-(1.312086658)-0.59705293=0.09001181$$

El resultado oscila entre 9 y 11

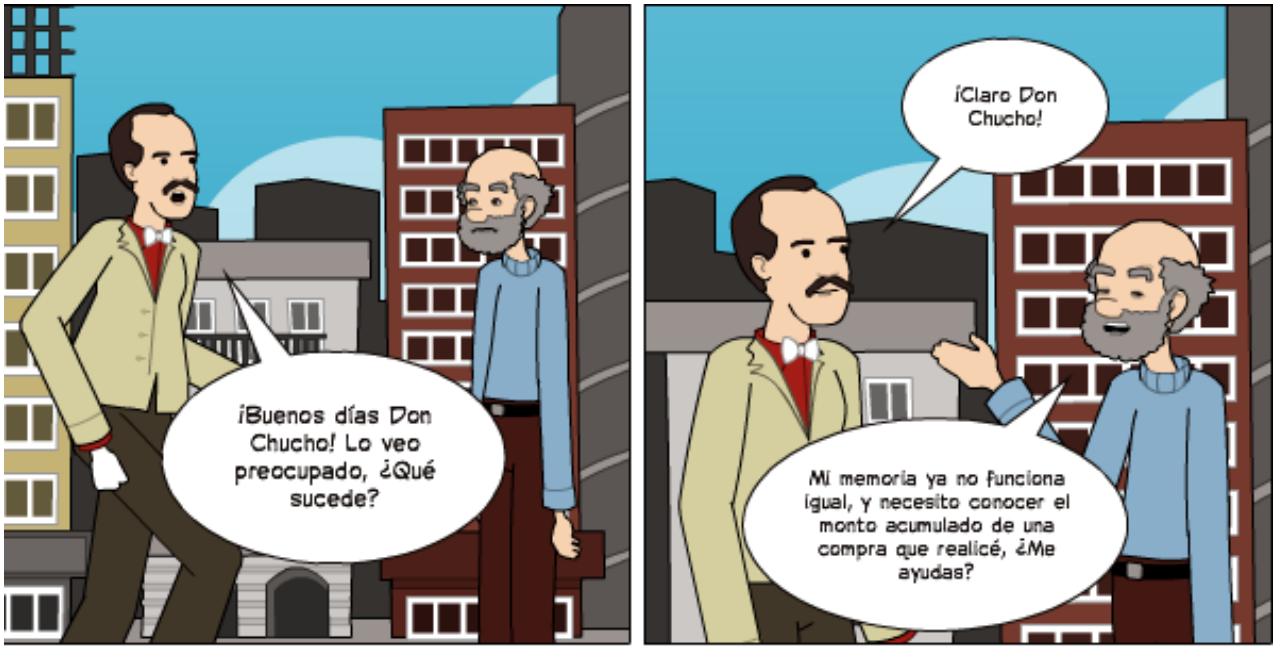
Con "n"=10 obtenemos

$$(1+0.065)^{10}-(1+.025)^{10}-\left[\frac{\$91,796.87}{\$6,000.00}*(.025-0.065)\right]=0$$

$$(1.87713747)-(1.28008454)-[15.29947833*(-0.04)]=0$$

$$(1.87713747)-(1.28008454)-0.59705293=0.00000$$

**PROBLEMA 3.-**






Primero identificamos el monto en el formato de cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg y lo resolveremos, utilizando esta fórmula:

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

**Para desarrollar el ejercicio, consideramos los siguientes Datos:**

n = 24 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 20% cap. mensual
$R_p$=$4,200.00
$G_g$ = 3.7%



$$Mg_g = \$4,200.00(1+.20/12)\left[\frac{(1+.20/12)^{24}-(1+.037)^{24}}{(.20/12)-.037}\right]$$

$$Mg_g = \$4,200.00(1+.016666)\left[\frac{(1+.016666)^{24}-(1.037)^{24}}{(.016666)-.037}\right]$$

$$Mg_g = \$4,270.00\left[\frac{(1.486891217)-(2.391608858)}{(-0.020334)}\right]$$

$$Mg_g = \$4,270.00\left[\frac{-0.904717641}{(-0.020334)}\right]$$

$$Mg_g = \$4,270.00\left[44.49285143\right]$$

$$Mg_g = \$189,984.47$$



Para despejar Rp, utilizamos la siguiente fórmula:

$$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$$

**Identificando los siguientes datos:**

n = 24 mensualidades

$Mg_g$=\$189,984.4756

i= 20% cap. mensual

$R_p$=?

$G_g$ = 3.7%



$$\frac{\$189,984.4756}{(1+.20/12)\left[\frac{(1+.20/12)^{24}-(1+.037)^{24}}{(.20/12)-.037}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$189,984.4756}{(1+.016666)\left[\frac{(1.016666)^{24}-(1.037)^{24}}{(.016666)-.037}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$189,984.4756}{(1.016666)\left[\frac{(1.486891217)-(2.391608858)}{(-0.020334)}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$189,984.4756}{(1.016666)\left[\frac{(-0.90471764)}{(-0-020334)}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$189,984.4756}{(1.016666)\left[44.49285141\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$189,984.4756}{(45.23436927)} = Rp_1$$

$$\$4,200.00 = Rp_1$$

**PROBLEMA 4.-**









Las características de la operación: primero son cuotas Anticipadas (Prepagables) con crecimiento Gg por lo que debemos resolverlo utilizando la fórmula:

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

**Los datos de la operación son los siguientes**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 17% cap. mensual
$R_p$=$1,300.00
$G_g$ = 2.6%



$$Mg_g = \$1{,}300.00(1+.17/12)\left[\frac{(1+.17/12)^{18}-(1+.026)^{18}}{(.17/12)-.026}\right]$$

$$Mg_g = \$1{,}300.00(1+.01416667)\left[\frac{(1+.01416667)^{18}-(1.026)^{18}}{(.01416667)-.026}\right]$$

$$Mg_g = \$1{,}300.00(1.01416667)\left[\frac{(1.28815465)-(1.587276162)}{(.01416667)-.026}\right]$$

$$Mg_g = \$1{,}318.42\left[\frac{(-0.29912151)}{(-.01183333)}\right]$$

$$Mg_g = \$1{,}318.42\left[25.2778814\right]$$

$$Mg_g = \$33{,}326.86$$



Para despejar Rp, utilizamos la siguiente fórmula:

$$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$$

**Identificando los siguientes datos:**

n = 18 mensualidades

$Mg_g$=$33,324.76665

i= 17% cap. mensual

$R_p$=?

$G_g$ = 2.6%



$$\frac{\$33{,}326.86}{(1+.17/12)\left[\frac{(1+.17/12)^{18}-(1+.026)^{18}}{(.17/12)-.026}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$33{,}326.86}{(1.01416667)\left[\frac{(1.01416667)^{18}-(1.026)^{18}}{(.01416667)-.026}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$33{,}326.86}{(1.01416667)\left[\frac{(1.28815465)-(1.58727616)}{(-0.01183333)}\right]}=Rp_1$$

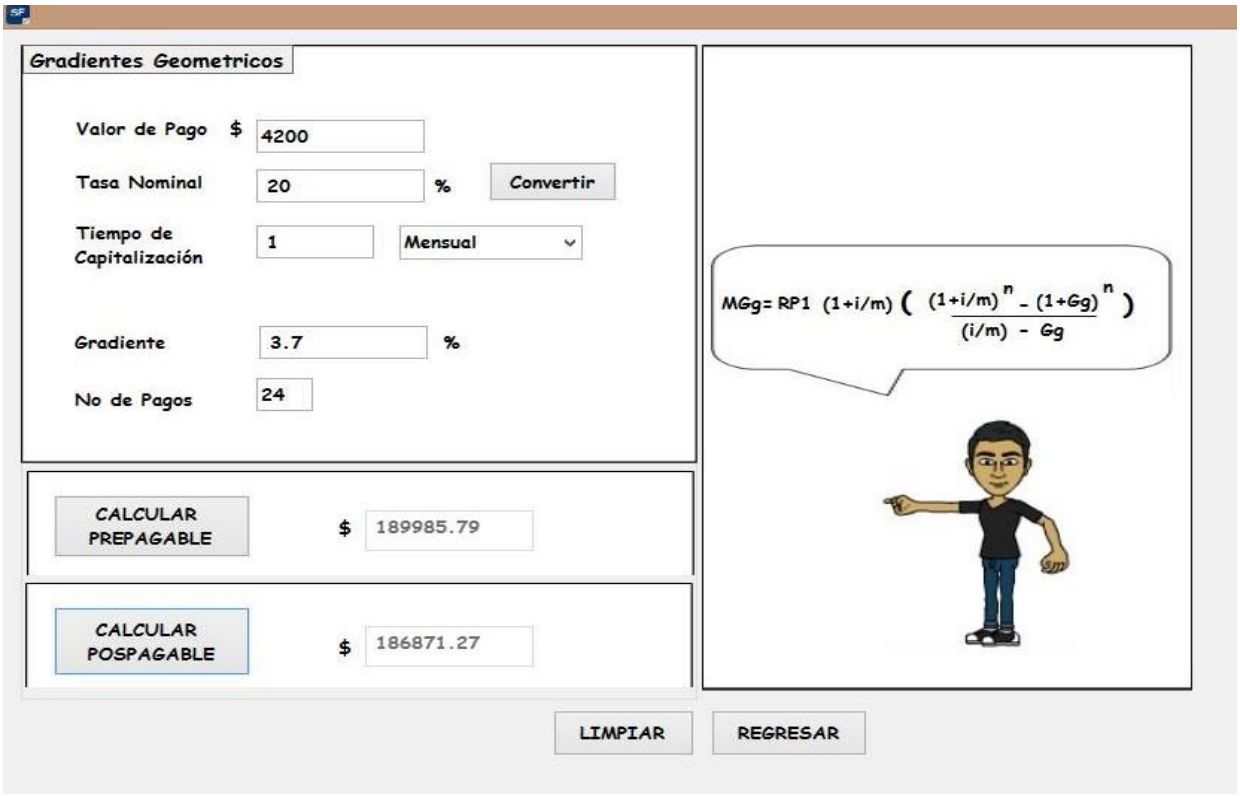
$$\frac{\$33{,}326.86}{(1.01416667)\left[\frac{(-0.29912159)}{(-0.01183333)}\right]}=Rp_1$$

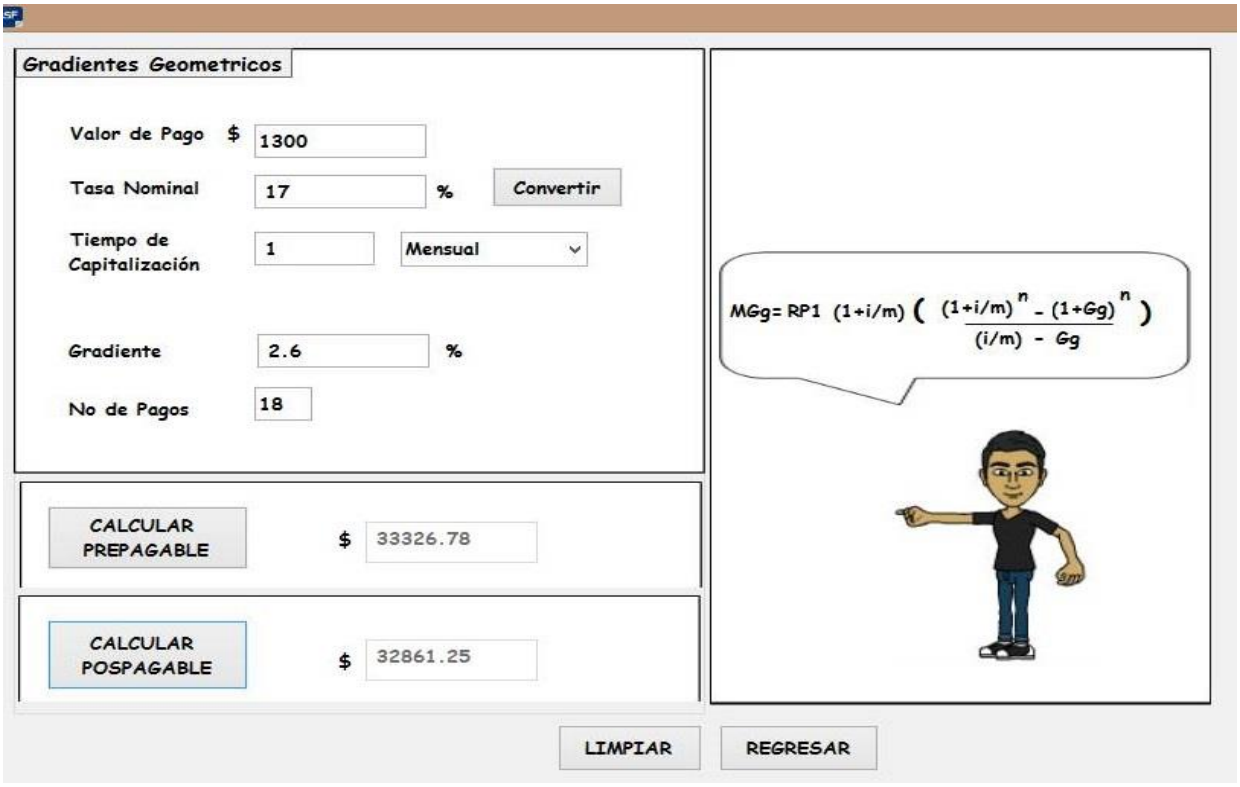
$$\frac{\$33{,}326.86}{(1.01416667)[25.2778814]}=Rp_1$$

$$\frac{\$33{,}326.86}{(25.6359915)}=Rp_1$$

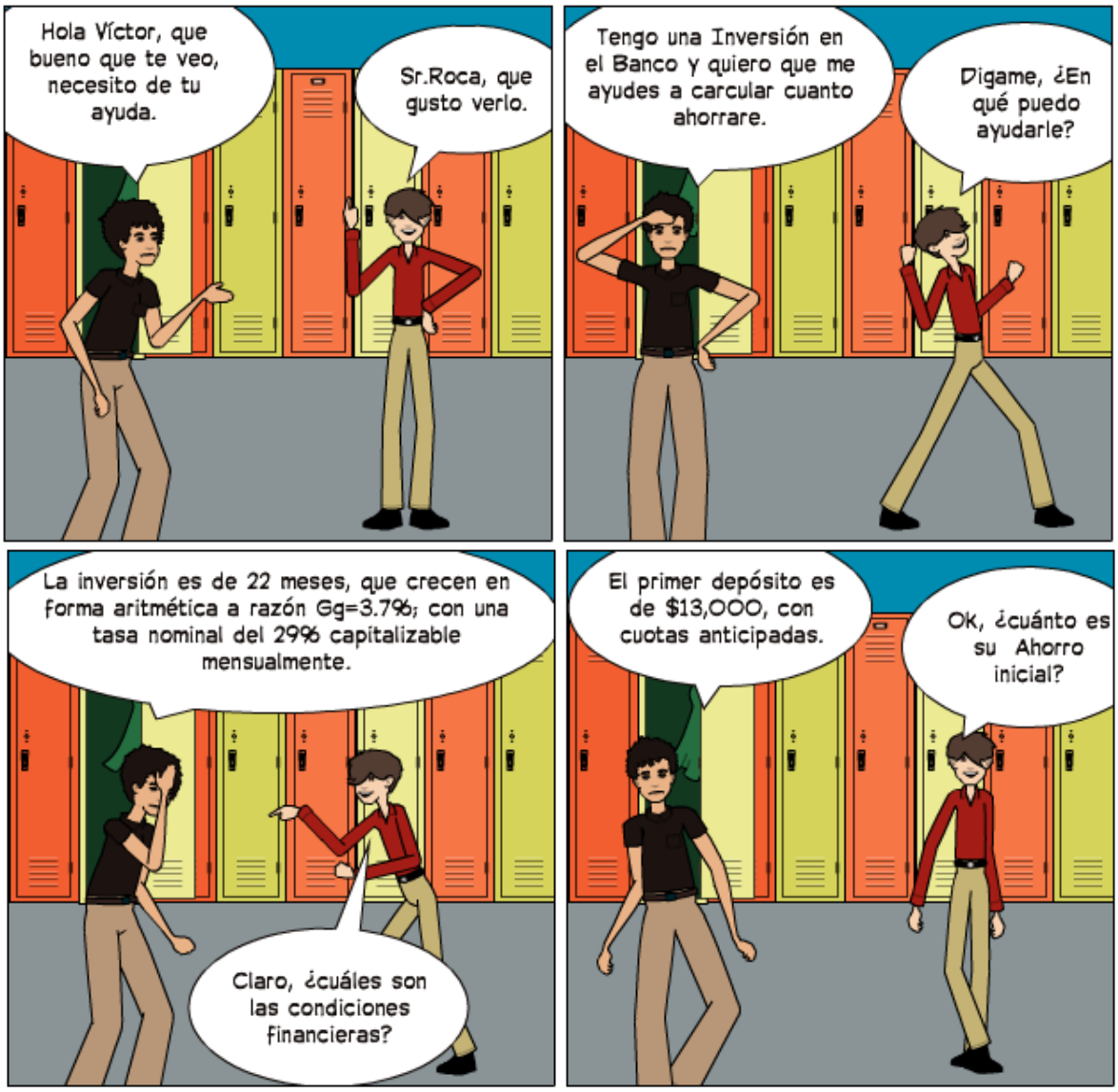
$$\$1{,}300.00=Rp_1$$

**La comprobación de los ejercicios de las págs. 475 y 477, con el simulador de Visual Basic**



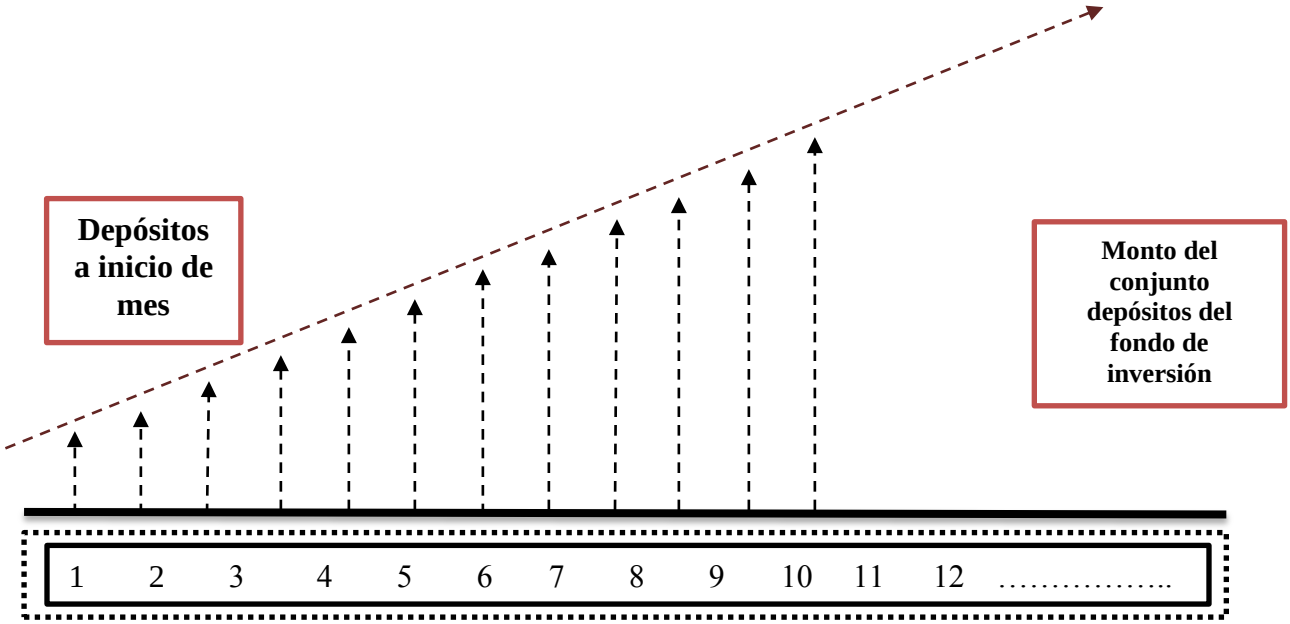



**PROBLEMA 5.-**






Iniciaremos dibujando nuestra línea del tiempo, para entender más fácil este ejercicio matemático.




Ya que trazamos nuestra línea del tiempo, veamos la fórmula que requerimos para el cálculo y los datos que tenemos tal fín.



Utilizaremos la fórmula para gradientes geométricos, para cuotas anticipadas:

$Si(1+i/m) \neq Gg$

$$Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

**Datos:**

n = 22 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 29% cap. mensual
$R_p$=$13,000.00
$G_g$ = 3.7%

$$Mg_g = \$13,00.00(1+.29/12)\left[\frac{(1+.29/12)^{22}-(1+.037)^{22}}{(.29/12)-.037}\right]$$

$$Mg_g = \$13,000.00(1.02416667)\left[\frac{(1.02416667)^{22}-(1.037)^{22}}{(.02416667)-.037}\right]$$

$$Mg_g = \$13,314.17\left[\frac{1.69104051-2.22398903}{-.01283333}\right]$$

$$Mg_g = \$13,314.17\left[\frac{-.53294852}{-.01283333}\right]$$

$$Mg_g = \$13,314.17\left[41.5284564\right]$$

$$Mg_g = \$552,916.79$$

$$\frac{\$552,916.79}{(1+.29/12)\left[\frac{(1+.29/12)^{22}-(1+.037)^{22}}{(.29/12)-.037}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$552,916.79}{(1.02416667)\left[\frac{(1.02416667)^{22}-(1.037)^{22}}{(.02416667)-.037}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$552,916.79}{(1.02416667)\left[\frac{1.69104051-2.22398903}{-.01283333}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$552,916.79}{(1.02416667)\left[\frac{-.53294852}{-.01283333}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$552,916.79}{42.53203027} = Rp_1$$

$$\$12,999.99 = \$13,000.00 = Rp_1$$



**De la fórmula original haremos un despeje, para realizar la comprobación, ahora buscaremos Rp.**

$$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$$

Posterior sustituimos los datos.

## Cuotas Pos-pagables (vencidas) con Gg:

Cuando se trata de Pagos o Abonos en la modalidad vencidos o pos-pagable, utilizamos la siguiente formula:

$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$

Se Modifica: $Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$



**Datos:**
n = 22 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 29% cap. mensual
$R^p$=$13,000.00
$G^g$ = 3.7%

$$Mg_g = \$13{,}000.00\left[\frac{(1+.29/12)^{22}-(1+.037)^{22}}{(.29/12)-.037}\right]$$

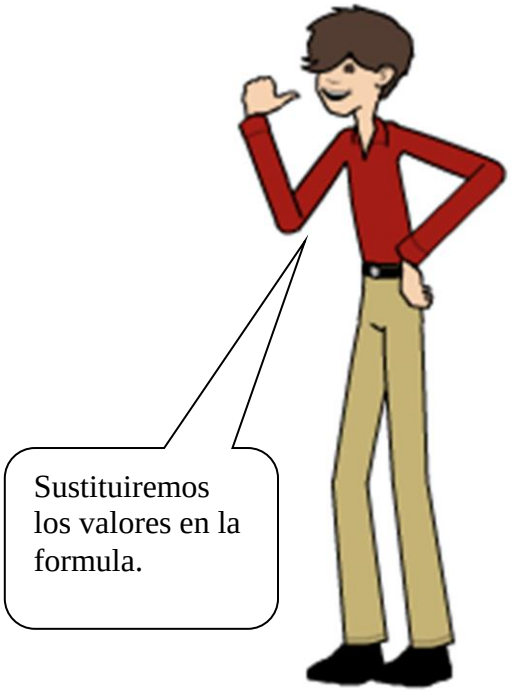
$$Mg_g = \$13{,}000.00\left[\frac{(1.02416667)^{22}-(1.037)^{22}}{(.02416667)-.037}\right]$$

$$Mg_g = \$13{,}000.00\left[\frac{(1.69104051-2.22398903}{-.01283333}\right]$$

$$Mg_g = \$13{,}000.00\left[\frac{-.53294582}{-.01283333}\right]$$

$$Mg_g = \$13{,}000.00\left[41.5284669\right]$$

$$Mg_g = \$539{,}870.07$$



Sustituiremos los valores en la formula.

Realizaremos un despeje a la formula inicial, como comprobación.
Aquí encontraremos Rp que es el dato de donde partimos.



**Fórmula original:**

$$Si(1+i/m) \neq Gg$$

$$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

**Despeje:**

$$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$539{,}870.07}{\left[\frac{(1+.29/12)^{22}-(1+.037)^{22}}{(.29/12)-.037}\right]} = Rp_1$$

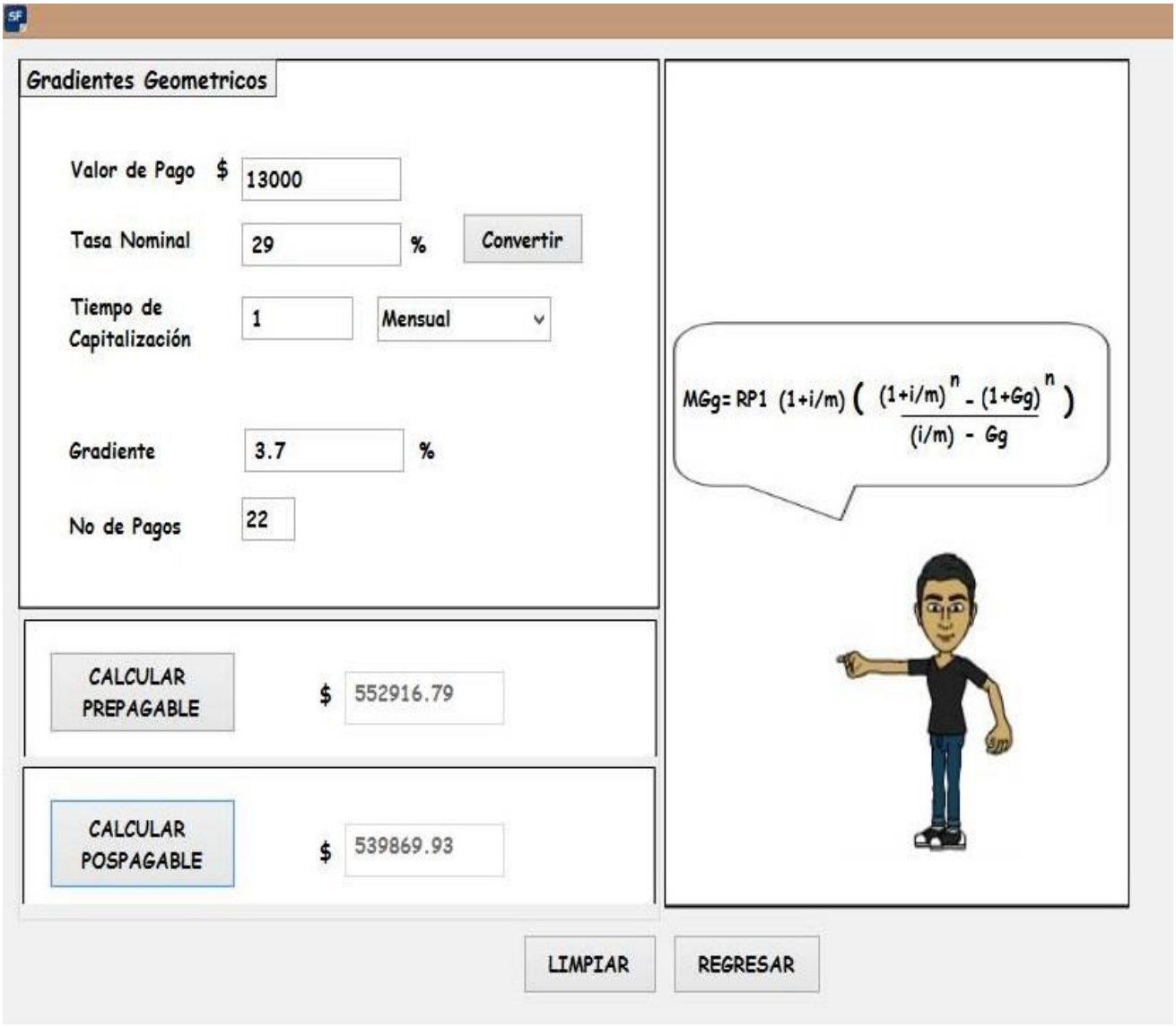
$$\frac{\$539{,}870.07}{\left[\frac{(1.02416667)^{22}-(1.037)^{22}}{(.02416667)-.037}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$539{,}870.07}{\left[\frac{1.69104051-2.22398903}{-.01283333}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$539{,}870.07}{\left[\frac{-.53294852}{-.01283333}\right]} = Rp_1$$

$$\frac{\$539{,}870.07}{[41.5284564]} = Rp_1$$

$$\$13{,}000.00 = Rp_1$$


Gradientes Geometricos
Valor de Pago $ 13000
Tasa Nominal 29 %
Convertir
Tiempo de Capitalización 1 Mensual
Gradiente 3.7 %
No de Pagos 22
MGg= RP1 (1+i/m) ( (1+i/m)^n - (1+Gg)^n ) / (i/m) - Gg
CALCULAR PREPAGABLE
$ 552916.79
CALCULAR POSPAGABLE
$ 539869.93
LIMPIAR
REGRESAR

# Fin del Capitulo

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com,
arturogarciasantillan@yahoo.com.mx

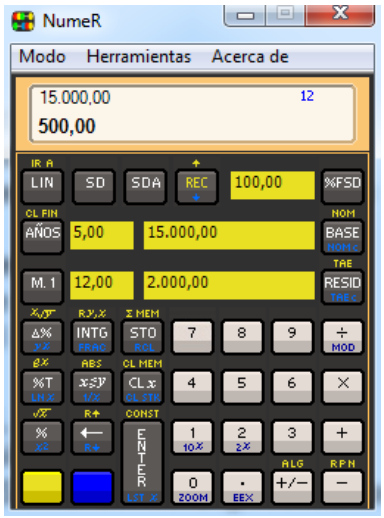





# CAPÍTULO IX
# DEPRECIACIONES

# 9.1.- DEPRECIACIONES

Desde el momento en que se adquiere un bien (a excepción de los terrenos y algunos metales), éste empieza a perder valor por el transcurso del tiempo o por el uso que se le da. La pérdida de valor que sufre un activo físico como consecuencia de su uso recibe el nombre de depreciación.




Ciertamente la mayoría de los activos, tienen una vida útil en un periodo determinado o finito de tiempo, de tal forma que en el transcurso de ese lapso se da ésta pérdida de valor.

Esta pérdida es conocida como depreciación y debe reflejarse contablemente con el fin de:

- Determinar el costo contable del bien a un momento determinado de su vida útil (valor en libros).

- Establecer un fondo de reserva que permita reemplazar el bien al final de su vida útil, considerando el valor de reposición.

De manera contable se realiza un cargo periódico a los resultados del ejercicio fiscal por concepto de la depreciación del bien y, en contrapartida, se crea un fondo para contar con los recursos necesarios para reemplazarlo al concluir su vida útil, aunque ciertamente en algunas empresas esta práctica contable financiera, no necesariamente se lleva a cabo.

**Los cargos periódicos que se realizan son llamados *cargos por depreciación.* La diferencia entre el valor original y la depreciación acumulada a una fecha determinada se conoce como *valor en libros.* El valor en libros de un activo no corresponde necesariamente a su valor en el mercado.**

Imaginemos en tiempos de alta inflación, el valor de este activo puede llegar a ser por mucho, varias veces superior su valor de mercado versus el valor en libros o de reposición, pues aquél refleja únicamente la parte del costo original que está pendiente de ser cargada a resultados.

Al valor que tiene un activo al final de su vida útil se le conoce como *valor de salvamento* o *valor de desecho* y debe ser igual al valor en libros a esa fecha.

La ***base de depreciación*** de un activo es igual a su costo original menos su valor calculado de salvamento y es la cantidad que debe ser cargada a resultados en el transcurso de su vida activa.

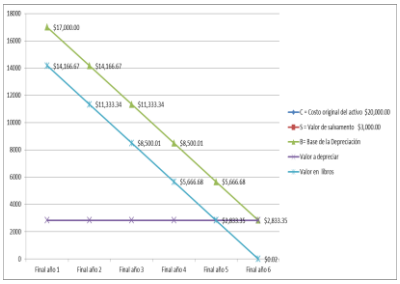
En el caso de los activos que no pueden reemplazarse se utiliza el concepto de *agotamiento* que no es más que la pérdida progresiva de valor por la reducción de su cantidad aprovechable como por ejemplo el caso de las minas.

Así pues podemos resumir los dos puntos importantes que son objetos de la depreciación:

- Reflejar los resultados en la pérdida de valor del activo
- Crear un fondo para financiar la adquisición de un nuevo activo al finalizar la vida útil del otro.

En la depreciación se utilizará la siguiente notación:

**C** = Costo original del activo
**S** = Valor de salvamento
**n** = Vida útil en años
**B = C-S** = Base de depreciación por el año
$\mathbf{D_k}$ = Cargo por depreciación por el año k(1<k<n)
$\mathbf{A_k}$ = Depreciación acumulada al final de año K
$\mathbf{V_k}$ = Valor en libros al final de año
$\mathbf{d_k}$ = Tasa de depreciación por el año



# 9.1.1.- Depreciaciones línea recta

## EL MÉTODO DE LÍNEA RECTA

Probablemente el método más sencillo para ser utilizado para calcular la depreciación de un activo. Por medio de este método la depreciación se reparte de una manera uniforme a través de la vida útil del activo. El cargo de depreciación periódico se obtiene simplemente dividiendo el valor depreciable del activo entre su vida útil a partir de la siguiente fórmula.

$$D = \frac{B = (C - VS)}{n}$$

**Ejemplo:**

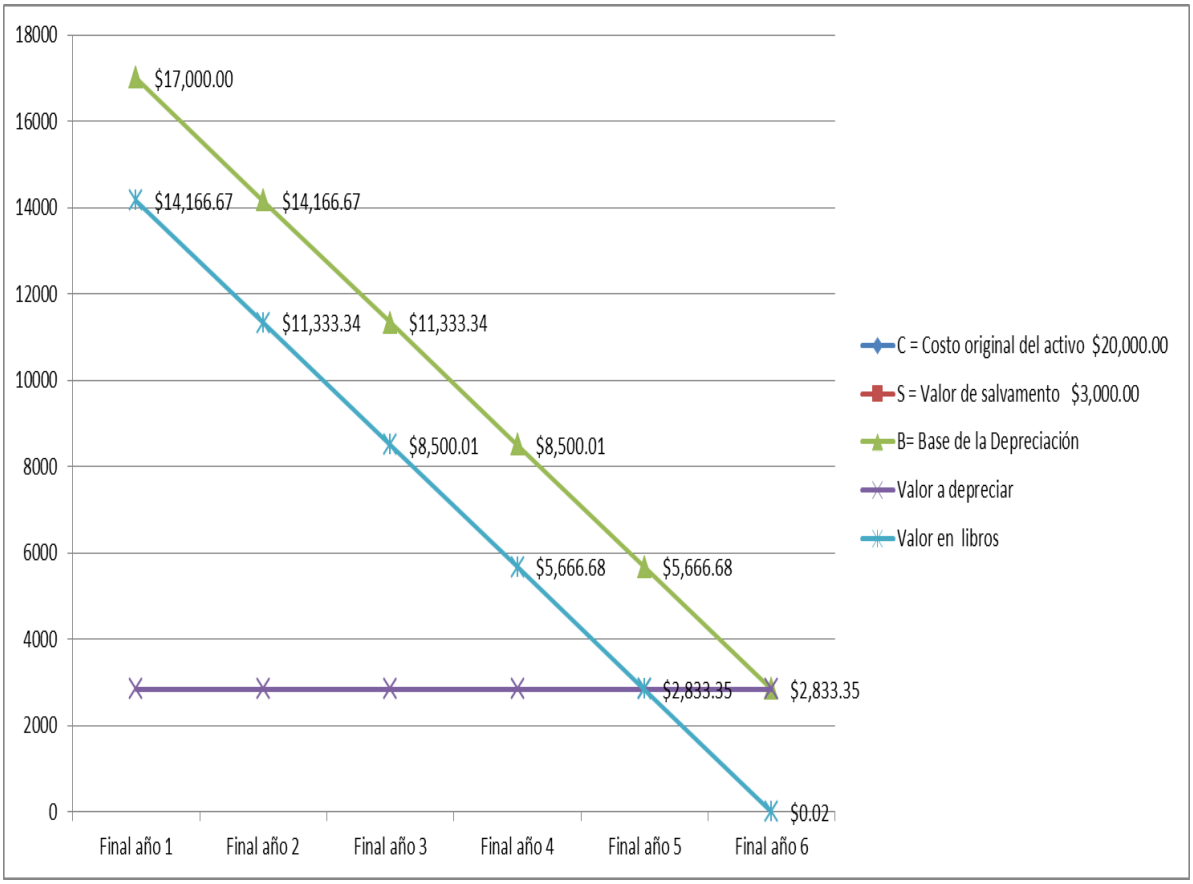
Se compra un equipo de cómputo con valor de $20,000.00 y se calcula que su vida útil será de 6 años. Su valor de desecho se calcula en $3,000.00 ¿Cuál es la depreciación anual?

$$D = \frac{\$20,000.00 - \$3,000.00}{6} = \$2,833.33$$

**En Excel se puede diseñar una hoja de cálculo:**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***D=*** | $ 2,833.33 | | | | |
| ***C=*** | $ 20,000.00 | | | | |
| ***S=*** | $ 3,000.00 | | | | |
| ***n=*** | 6 | | | | |
| ***B=*** | $ 17,000.00 | | | | |
| | C = Costo original del activo | S = Valor de salvamento | B= Base de la Depreciación | Valor a depreciar | Valor en libros |
| | $ 20,000.00 | $ 3,000.00 | | | |
| Final año 1 | | | $ 17,000.00 | $ 2,833.33 | $ 14,166.67 |
| Final año 2 | | | $ 14,166.67 | $ 2,833.33 | $ 11,333.34 |
| Final año 3 | | | $ 11,333.34 | $ 2,833.33 | $ 8,500.01 |
| Final año 4 | | | $ 8,500.01 | $ 2,833.33 | $ 5,666.68 |
| Final año 5 | | | $ 5,666.68 | $ 2,833.33 | $ 2,833.35 |
| Final año 6 | | | $ 2,833.35 | $ 2,833.33 | $ 0.02 |

Gráficamente podría visualizarse de la siguiente forma:




## Otro ejercicio, pero ahora con mayor número de años por depreciar:

**Ejemplo:** Se adquiere una maquinaria para la transformación de materiales de recicle por la cantidad de $1’950,460.90 La vida útil que estima el proveedor del bien, ronda los 10 años. El valor de desecho se estima en el 15% del valor original.

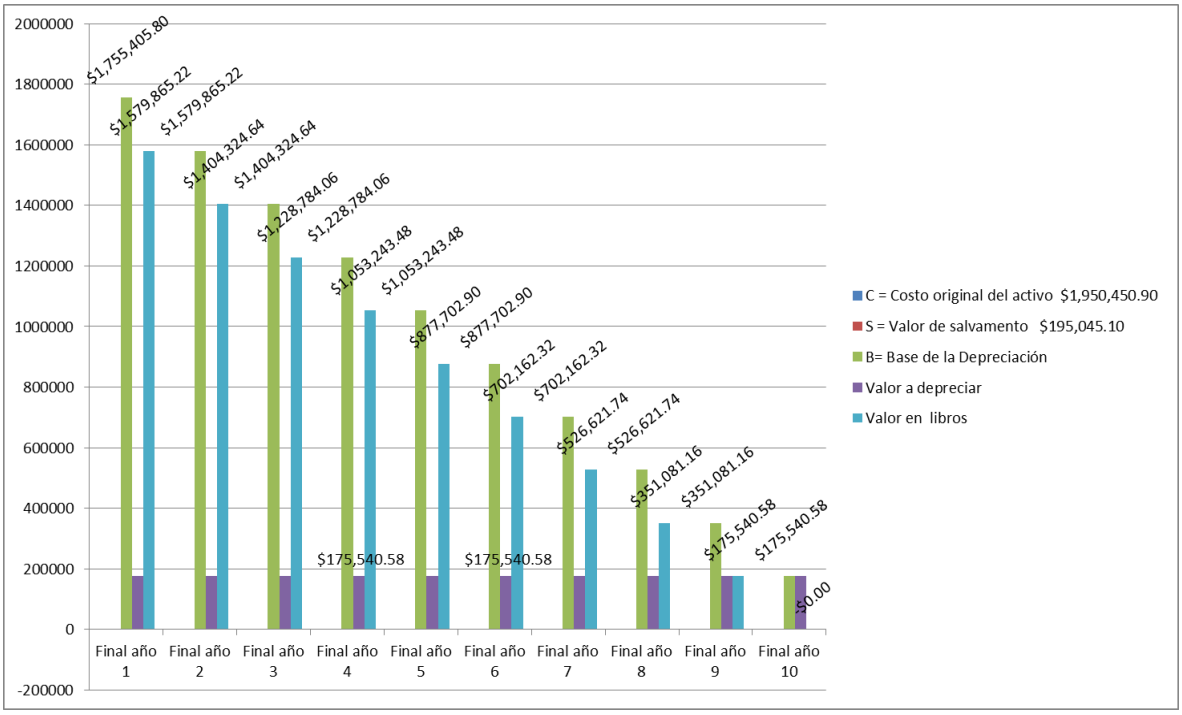
¿Cuál es la depreciación anual?

- Calcular en una tabla de depreciación y su representación gráfica:

$$D = \frac{\$1,950,460.90 - \$195,046.10}{10} = \$175,540.58$$

## La solución

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***D=*** | $ 1,950,450.90 | | | | |
| ***C=*** | $ 1,950,450.90 | | | | |
| ***S=*** | $ 195,045.10 | | | | |
| ***n=*** | 10 | | | | |
| ***B=*** | $ 1,755,405.80 | | | | |
| | C = Costo original del activo | S = Valor de salvamento | B= Base de la Depreciación | Valor a depreciar | Valor en libros |
| | $ 1,950,450.90 | $ 195,045.10 | | | |
| Final año 1 | | | $ 1,755,405.80 | $ 175,540.58 | $ 1,579,865.22 |
| Final año 2 | | | $ 1,579,865.22 | $ 175,540.58 | $ 1,404,324.64 |
| Final año 3 | | | $ 1,404,324.64 | $ 175,540.58 | $ 1,228,784.06 |
| Final año 4 | | | $ 1,228,784.06 | $ 175,540.58 | $ 1,053,243.48 |
| Final año 5 | | | $ 1,053,243.48 | $ 175,540.58 | $ 877,702.90 |
| Final año 6 | | | $ 877,702.90 | $ 175,540.58 | $ 702,162.32 |
| Final año 7 | | | $ 702,162.32 | $ 175,540.58 | $ 526,621.74 |
| Final año 8 | | | $ 526,621.74 | $ 175,540.58 | $ 351,081.16 |
| Final año 9 | | | $ 351,081.16 | $ 175,540.58 | $ 175,540.58 |
| Final año 10 | | | $ 175,540.58 | $ 175,540.58 | -$ 0.00 |



# 9.1.2.- Depreciaciones porcientos fijos

## MÉTODO DE PORCENTAJE FIJO o SALDO DECRECIENTE

Con éste método se aplica un porcentaje constante sobre el valor en libros o valor por depreciar del activo. Dado que el valor en libros disminuye cada año que transcurre la vida del bien, los cargos por depreciación son elevados al principio y posteriormente se van reduciendo.

Los nuevos activos cuya vida sea de al menos 3 años podrán depreciarse aplicando éste método, al doble de la tasa de depreciación en línea recta suponiendo que su valor de desecho sea cero. Ahora bien, si fuera el caso de que un activo pueda tener un valor de desecho significativo, entonces la depreciación deberá suspenderse cuando su costo -disminuido por el valor de desecho- se haya recuperado, antes de concluir su vida útil.

Bajo éste método la depreciación anual será dada por la siguiente fórmula:

$$VS = C(1-d)n$$

Ejemplo 1:

Una compañía de Telecomunicaciones acaba de comprar una camioneta para el reparto de sus mercancías en la cantidad de $75,000.00. Se calcula que su vida útil será de 5 años y que al final de ella su valor de desecho será de $10,000.00.

Determínese la tasa de depreciación que debe aplicarse.

$$\$10,000.00 = \$75,000.00(1-d)^n$$
$$\$10,000.00 / \$75,000.00 = (1-d)^5$$
$$0.13333333 = (1-d)^5$$
$$(0.13333333)^{1/5} = 1-d$$
$$0.66832506 = 1-d$$
$$d = 1-0.66832506$$
$$d = 0.331675 = 33.1675\%$$

**Ejemplo 2:**

La Compañía Apolo adquiere una cortadora de acero por la cantidad de $500,000.00. Se estima que la vida útil será de 15 años y que al su valor de desecho será de $87,500.00

Determínese la tasa de depreciación que debe aplicarse.

$$\$87,500.00 = \$500,000.00(1-d)^n$$
$$\$87,500.00 / \$500,000.00 = (1-d)^{15}$$
$$0.175000 = (1-d)^{15}$$
$$(0.175000)^{1/15} = 1-d$$
$$0.89029897 = 1-d$$
$$d = 1-0.89029897$$
$$d = 0.10970103 = 10.970103\%$$

Comparando el resultado podemos ver, que a medida que la vida útil del activo es mayor, el porcentaje de depreciación disminuye.

# 9.1.3.- Depreciación por dígitos

## MÉTODO DE LA SUMA DE DÍGITOS Ó MÉTODO DE DEPRECIACIÓN DE LA SUMA DE DÍGITOS ANUALES.



Es un método muy sencillo por medio del cual los cargos por depreciación en los primeros años de vida del activo o bien, son suficientemente grandes. La depreciación para cada uno de los años representa una fracción del valor depreciable. El denominador de la fracción se obtiene numerando los años de vida útil y sumándolos. Por ejemplo si la vida estimada es de 7 años, el denominador será igual a 1+2+3+4+5+6+7= 28. El numerador para el primer año será igual a la vida útil estimada. Cada año se reduce el numerador en uno.

Ejemplo:

Una maquinaria cuesta $15,000.00 dls., y se estima un valor de desecho al cabo de 7 años por valor de $1,500.00 dls. Se pide determinar las provisiones anuales de depreciación utilizando el método de suma de dígitos

La suma de los dígitos consiste en sumar el número de años (a partir de la estimación de la vida útil) de acuerdo al siguiente dato:

1 año + 2 años + 3 años + 4 años + 5 años + 6 años + 7 años = 28, por lo que las provisiones por depreciación serán conforme el resultado del siguiente procedimiento:

Considerando la notación de la pág. 488, tenemos que

**C** = Costo original del activo
**S** = Valor de salvamento
**n** = Vida útil en años
**B = C-S** = Base de depreciación por el año

$$B = C - S$$

Valor del Activo C = $15,000.00, Valor de desecho S= $1,500.00, entonces

$$B = \$15,000.00 - \$1,500.00 = \$13,500.00$$

La suma de los dígitos por año fue de 28 y se refleja en el denominador de los años de vida por depreciar:

| Suma a Depreciar $13,500.00 | Años de vida por depreciar 7/28 = a su fracción | Depreciación para el primer año $3,375.00 | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Depreciación x año | Saldo por redimir | % acumulado de depreciación |
| **Año 1** | 7/28 = 0.2500 | $3,375.00 | $10,125.00 | 25.00% |
| **Año 2** | 6/28= 0.2143 | $2,892.86 | $7,232.14 | 46.43% |
| **Año 3** | 5/28 = 0.1786 | $2,410.71 | $4,821.43 | 64.29% |
| **Año 4** | 4/28 = 0.1429 | $1,928.57 | $2,892.86 | 78.57% |
| **Año 5** | 3/28 = 0.1071 | $1,446.43 | $1,446.43 | 89.29% |
| **Año 6** | 2/28 = 0.0714 | $964.29 | $482.14 | 96.43% |
| **Año 7** | 1/28 = 0.0357 | $482.14 | $0.00 | 100% |
| | 28/28 = 1.0000 | $13,500.00 dls. | | |

Como podemos observar en la tabla anterior en los primeros años se logra depreciar el activo en un 64% casi dos terceras partes, de ahí que se puede inferir que la mayor depreciación del activo, la sufren en sus primeros años de vida útil o de uso.

**Resumiendo:**

El importe de la depreciación está dado por la siguiente expresión:

1.- El procedimiento consiste en calcular inicialmente la suma de los dígitos de los años de vida del activo, desde el año 1 hasta el año n, el resultado representa la suma de los dígitos de los años y se da regularmente por la siguiente expresión:

$$SDA = \sum a_1 + a_2 + .....a_n$$

2.- La base de la depreciación se da a partir de la expresión

$$B = C - VS$$

Dónde:

*B*= Base de la depreciación
*C* =Valor del Activo
*VS*= Valor de desecho

Observando que los años depreciables restantes deben incluir el año para el cual se desea el costo de depreciación.



Para calcular la depreciación **del primer año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_k \; / \; SDA \right] * B$$

**Dónde:**
***D*$_k$ =** Cargo por depreciación por el año k (1<k<n)
***Año*$_k$ =** último año
***SDA* =** sumatoria de los dígitos por años
***B* =** base de la depreciación

Para calcular la depreciación **del segundo año** tenemos:



$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-1} / SDA \right] * B$$

**Dónde:**
***D*$_{k-1}$** = Cargo por depreciación por el año k (1<k<n)
***Año*$_{k-1}$** = penúltimo año
***SDA*** = sumatoria de los dígitos por años
***B*** = base de la depreciación

Para calcular la depreciación **del tercer año** tenemos:



$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-2} / SDA \right] * B$$

**Dónde:**
***D*$_{k-2}$** = Cargo por depreciación por el año k (1<k<n)
***Año*$_{k-2}$** = antepenúltimo año
***SDA*** = sumatoria de los dígitos por años
***B*** = base de la depreciación

Y así sucesivamente

**Con el mismo Ejemplo:**

Una maquinaria cuesta $15,000.00 dls., y se estima un valor de desecho al cabo de 5 años por valor de $3,000.00 dls. Se pide determinar las provisiones anuales de depreciación utilizando el método de suma de dígitos:

1 año + 2 años + 3 años + 4 años + 5 años = 15 (SDA), por lo que las provisiones por depreciación serán conforme el resultado del siguiente procedimiento:

Para calcular la depreciación **del primer año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_k \; / \; SDA \right] * B$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 5/15 \right] * \left[ \$15,000.00 - \$3,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 0.3333333 \right] * \left[ \$12,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \$4,000.00$$

Para calcular la depreciación **del segundo año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-1} \; / \; SDA \right] * B$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 4/15 \right] * \left[ \$15,000.00 - \$3,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 0.2666667 \right] * \left[ \$12,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \$3,200.00$$

Para calcular la depreciación **del tercer año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-2} \; / \; SDA \right] * B$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 3/15 \right] * \left[ \$15,000.00 - \$3,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 0.2000000 \right] * \left[ \$12,000.00 \right]$$

$$\mathbf{D_k} = \$2,400.00$$

Para calcular la depreciación **del cuarto año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-3} \,/\, SDA \right] * B$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 2/15 \right] * \left[ \$15,000.00 - \$3,000.00 \right]$$
$$\mathbf{D_k} = \left[ 0.1333333 \right] * \left[ \$12,000.00 \right]$$
$$\mathbf{D_k} = \$1,600.00$$

Para calcular la depreciación **del quinto año** tenemos:

$$\mathbf{D_k} = \left[ año_{k-4} \,/\, SDA \right] * B$$

$$\mathbf{D_k} = \left[ 1/15 \right] * \left[ \$15,000.00 - \$3,000.00 \right]$$
$$\mathbf{D_k} = \left[ 0.0666667 \right] * \left[ \$12,000.00 \right]$$
$$\mathbf{D_k} = \$800.00$$

**En Excel**

| Año | SDA 5/15 | Factor de Deprn. | Deprn. x año | Saldo por redimir | % Deprn. | % acumulado de Deprn. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Año 1** | 5/15 = .2500 | 0.3333333 | $4,000.00 | $8,000.00 | 33.33% | 33.33% |
| **Año 2** | 4/15 = .2143 | 0.2666667 | $3,200.00 | $4,800.00 | 26.67% | 60.00% |
| **Año 3** | 3/15 = .1786 | 0.2000000 | $2,400.00 | $2,400.00 | 20.00% | 80.00% |
| **Año 4** | 2/15 = .1429 | 0.1333333 | $1,600.00 | $800.00 | 13.33% | 93.33% |
| **Año 5** | 1/15 = .1071 | 0.0666667 | $800.00 | $0.00 | 6.67% | 100.00% |
| | 15/15 = 1.000 | | $12,000.00 dls. | | | |

# 9.1.4.- Depreciaciones por unidades producidas

## MÉTODO POR UNIDAD DE SERVICIO o UNIDADES PRODUCIDAS

Al adquirir un activo se espera que pueda proporcionar servicio durante un determinado periodo, o bien que produzca una cantidad determinada de kilos, toneladas, unidades, kilómetros, entre otros. Si se conoce la vida esperada del bien, en función de estos parámetros puede depreciarse de acuerdo con las unidades de producción o servicio que ha generado durante un periodo determinado. Un dato de apoyo bien pudieran ser las especificaciones del proveedor del bien.

Ejemplo:

Una compañía arrendadora de autos adquiere un automóvil para su flotilla, con un costo de $152,000.00. La compañía calcula que la vida útil del automóvil es de 60,000 Km. y que al cabo de ellos, el valor de desecho de la unidad será de $62,000.00.

El kilometraje recorrido por la unidad durante los primeros tres años fue el siguiente:

| Año | Kilómetros |
|---|---|
| 1 | 24,000 |
| 2 | 22,000 |
| 3 | 14,000 |

En primer lugar se determina la base de depreciación:

$$B = C - VS$$

Dónde:

*B*= Base de la depreciación
*C* =Valor del Activo
*VS*= Valor de desecho
*d= depreciación*

$$B = \$152,000.00 - \$62,000.00$$

$$B = \$90,000.00$$

Esta base de depreciación se distribuye entre el kilómetro útil para efectos de arrendamiento con el fin de encontrar la depreciación por kilómetro, de ahí que tenemos ahora:

$$d * Km = B / \Sigma km$$

$$d * Km = \$90,000.00 / 60,000 km$$

$$d * km = \$1.50$$

La depreciación por kilómetro es de $1.50

| Año | Kilómetros | Depreciación por km. (1.50) | Depreciación acumulada |
|---|---|---|---|
| 1 | 24,000 | $36,000.00 | $36,000.00 |
| 2 | 22,000 | $33,000.00 | $69,000.00 |
| 3 | 14,000 | $21,000.00 | $90,000.00 |

**Otro Ejemplo:**

Con el mismo ejercicio anterior, solo que ahora lo haremos por horas de servicio, de ahí que, supongamos que una compañía arrendadora de autos adquiere un automóvil para su flotilla, con un costo de $152,000.00 el cual lo utilizará durante 5 años. La compañía calcula que el valor de rescate será de $28,500.00

Se desea conocer cuál es el importe de la depreciación por cada uno de los años de uso, considerando que en cada año le da las siguientes horas de servicio por turno:

| año | Días de uso al año | Turnos de 8 hrs. | Total hrs. de servicio |
|---|---|---|---|
| **Primer año** | 280 | 2 | Turno 8 hrs. * 2= 16 hrs. X día * 280 días =4,480 hrs., de servicio |
| **Segundo año** | 250 | 2 | Turno 8 hrs. * 2= 16 hrs. X día * 250 días =4,000 hrs., de servicio |
| **Tercer año** | 240 | 1.5 | Turno 8 hrs. * 1.5= 12 hrs. X día * 240 días =2,880 hrs., de servicio |
| **Cuarto año** | 220 | 1.5 | Turno 8 hrs. * 1.5= 12 hrs. X día * 220 días =2,640 hrs., de servicio |
| **Quinto año** | 215 | 1 | Turno 8 hrs. * 1= 8 hrs. X día * 215 días =1,720 hrs., de servicio |
| **Total de horas de servicio** | | | 15,720hrs. |

La base de la depreciación es:

$$B = \$152,000.00 - \$28,500.00$$

$$B = \$123,500.00$$

**Por lo tanto, se calcula el coeficiente por hora**

$$Dprn = \frac{\$152,000.00 - \$28,500}{n(6años = 15,720hrs)} =$$

$$Dprn = \frac{\$123,500.00}{15,720)} = 7.8562341$$

**Ahora tenemos:**

| Año | Horas de servicio x año | factor | Importe de la depreciación | Depreciación acumulada | Valor en registros contables (libro mayor) |
|---|---|---|---|---|---|
| **Año cero** | | | | | $152,000.00 |
| **Primer año** | 4,480 | 7.8562341 | $35,195.93 | $35,195.93 | $116,804.07 |
| **Segundo año** | 4,000 | 7.8562341 | $31,424.94 | $66,620.87 | $85,379.13 |
| **Tercer año** | 2,880 | 7.8562341 | $22,625.95 | $89,246.82 | $62,753.18 |
| **Cuarto año** | 2,640 | 7.8562341 | $20,740.46 | $109,987.28 | $42,012.72 |
| **Quinto año** | 1,720 | 7.8562341 | $13,512.72 | $123,500.00 | **$28,500.00** |

**Un ejemplo con producción en piezas o componentes de motor:**

Una maquinaria para la elaboración de tornillos de material plástico para tableros de vehículos es adquirida por $500,000.00 y se espera que el valor de desecho o rescate sea del 10% al finalizar el décimo año. ¿A cuánto asciende el valor de la depreciación por año, si la producción estimada por año será de 6’750,500 tornillos y se estima que cada dos años disminuyan un .5% con respecto a la producción de ese año en la fabricación de piezas de tornillos.

$$FD = \frac{C - VS}{\Sigma Nprod\,'n}$$

Dónde:

*FD*= Factor para la depreciación
*C* = Valor del Activo o bien
*VS*= Valor de desecho o valor de rescate

Sustituyendo los valores

$$FD = \frac{\$500,000.00 - \$50,000.00}{66'661,300}$$

$$FD = 0.006750543$$

Factor para todos los años 0.006750543

| Fin de año | Piezas producida | Decremento x año 2% | Producción neta estimada | Deprn. anual | Deprn acum. | Valor en libros |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0.006750543 | | | $500,000 |
| **1** | 6'750,000 | 0 | 6'750,000 | 45,566 | 45,566 | $454,434 |
| **2** | 6'750,000 | 33,750 | 6'716,250 | 45,338 | 90,904 | $409,096 |
| **3** | 6'716,250 | 0 | 6'716,250 | 45,338 | 136,243 | $363,757 |
| **4** | 6'716,250 | 33,581 | 6'682,669 | 45,112 | 181,354 | $318,646 |
| **5** | 6'682,669 | 0 | 6'682,669 | 45,112 | 226,466 | $273,534 |
| **6** | 6'682,669 | 33,413 | 6'649,256 | 44,886 | 271,352 | $228,648 |
| **7** | 6'649,256 | 0 | 6'649,256 | 44,886 | 316,238 | $183,762 |
| **8** | 6'649,256 | 33,246 | 6'616,010 | 44,662 | 360,900 | $139,100 |
| **9** | 6'616,010 | 0 | 6'616,010 | 44,662 | 405,562 | $94,438 |
| **10** | 6'616,010 | 33,080 | 6'582,930 | 44,438 | **$450,000** | **50,000** |
| ∑ | 66'828,370 | 167,070 | 66'661,300 | **$450,000** | | |

## Ejercicio:

Don Jorge Zamudio adquiere para su empresa un "torno" para la elaboración de piezas de precisión para la reparación de engranes en $350,000.00 y la garantía ofrecida por el proveedor es de cinco años de vida del activo. Suponiendo que la inflación anual es del orden del 4.5% y si la depreciación estimada del primer año es por $65,450.00 la pregunta es ¿Cuál es el valor de rescate?

Datos:

C= $350,000.00
S= ¿?
$d_1$=$65,450.00
Inflación: 4.5% anual
n= 5 años de vida útil del activo.

La suma de los dígitos es:

**SDA=** 1+2+3+4+5=15

**C =** Costo original del activo
**S =** Valor de salvamento
**n =** Vida útil en años
**B = C-S =** Base de depreciación por el año
**SDA=** Suma de los dígitos por año

La suma de los dígitos se da por la suma de los años

$$SDA = \sum a_1 + a_2 + .....a_n$$

Sustituyendo

$$SDA = \sum a_1 + a_2 + .....a_5$$

$$SDA = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$

$$SDA = 15$$

Si x es la base de la depreciación, entonces para el primer año tendremos de depreciación el resultante de:

$$\frac{n}{SDA}(x) = \$65,450.00 \qquad x = \frac{\$65,450.00(15)}{5} = \$196,350.00$$

El valor de salvamento al finalizar la vida útil de 5 años del activo, es por la cantidad de $196,350.00.

Con la inflación del 4.5% anual, el valor del equipo al concluir el primer año es =

$d_1$=$350,000.00 (1.045) = $365,750.00

El valor del Activo considerando la inflación menos el importe de la 1ª. Depreciación es

$d_1$= $365,750.00 – $65,450.00 = $300,300.00

El valor de Salvamento del Activo es igual al último valor del activo considerando la inflación menos la última depreciación anual, de ahí que tenemos

VSA = $228,119.96 - $13,090.00 = **$215,029.96**

La tabla quedaría:

| Fin de año | Valor sin inflación | inflación 4.5% (1+i) | Valor del Activo considerando la inflación | Depreciación anual | Depreciación acumulada | Valor en libros |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | | - | - | - | $350,000.00 |
| 1 | $350,000.00 | 1.045 | $365,750.00 | $65,450.00 | $65,450.00 | $300,300.00 |
| 2 | $300,300.00 | 1.045 | $313,813.50 | $52,360.00 | $117,810.00 | $261,453.50 |
| 3 | $261,453.50 | 1.045 | $273,218.91 | $39,270.00 | $157,080.00 | $233,948.91 |
| 4 | $233,948.91 | 1.045 | $244,476.61 | $26,180.00 | $183,260.00 | $218,296.61 |
| 5 | $218,296.61 | 1.045 | $228,119.96 | $13,090.00 | **$196,350.00** | **$215,029.96** |
| | | | | $196,350.00 | | |

# 9.1.5.- Depreciaciones por fondo de amortización

## MÉTODO DEL FONDO DE AMORTIZACIÓN

En éste método se toma en consideración los intereses que gana el fondo de reserva que se va constituyendo; por lo tanto, el incremento anual en el fondo estará dado por la suma del cargo anual por depreciación más los intereses ganados en el periodo de referencia.

En este caso, lo que se conoce como Monto o $M$ será igual a B, pues es el monto que se debe acumular al cabo de $n$ años, a una tasa de interés $i$ y lo que se conoce como renta o $R$ será igual a $D$, que es el cargo anual que debe realizarse al fondo.

Lo anterior está dado por la siguiente expresión:

$$D_k = B\frac{i}{(1+i)^n - 1} = \frac{Bi}{(1+i)^n - 1} = \frac{Bi}{(1+i)^k - 1}$$

Para determinar la depreciación acumulada $A_k$ se calcula el monto de un pago periódico $D$ a un plazo $K$ y a una tasa de interés $i$ por periodo:



$$A_k = D\frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

**Ejemplo:**

Si se adquiere mobiliario para un hotel y su costo de adquisición es de $40,000.00 y se calcula que tenga una vida útil de 5 años, al cabo de los cuales su valor de desecho será de $0.00 El interés vigente es de 35% anual con capitalización mensual. ¿Cuál es el cargo anual por depreciación?

**Un dato importante a considerar**, cuando nos dan una tasa nominal ésta es sinónimo de tasa anual, por lo que se sugiere que sea convertida a una tasa efectiva, es decir, que se le reconozca el efecto de su capitalización, para que sea esta tasa la que utilicemos en los cálculos, y se calcula siguiendo la expresión

$$Te = \left[ (1+i)^n - 1 \right] * 100$$

$$Te = \left[ (1+\frac{0.35}{12})^{12} - 1 \right] * 100$$

$$Te = \left[ (1+0.02916667)^{12} - 1 \right] * 100$$

$$Te = \left[ (1.41198003) - 1 \right] * 100$$

$$Te = 41.198003\%$$

Posteriormente debemos calcular la base de depreciación:

$$B = C - VS$$

Dónde:

*B*= Base de la depreciación
*C* =Valor del Activo
*VS*= Valor de desecho
*d= depreciación*

$$B = \$40,000.00 - \$0.00$$

$$B = \$40,000.00$$

Posteriormente se determina el cargo anual por depreciación:

Para determinar la depreciación acumulada $A_k$ se calcula el monto de un pago periódico $D$ a un plazo $K$ y a una tasa de interés $i$ por periodo, desde luego que se debe considerar la tasa efectiva:

$$A_k = D\frac{(1+i)^k - 1}{i}$$

$$A_k = \$40,000.00\frac{(0.35/12)^{12}}{(1+(0.35/12)^{12})^5 - 1}$$

$$A_k = \$40,000.00\frac{0.41198003}{(1.41198003)^5 - 1}$$

$$A_k = \$40,000.00\frac{0.41198003}{5.61232448 - 1}$$

$$A_k = \$40,000.00\frac{0.41198003}{4.61232448}$$

$$A_k = \$40,000.00(0.08932156)$$

$$A_k = \$3,572.86$$

Es el importe de la aportación que se realiza anualmente al fondo de amortización, y al paso de los 5 años con ese interés en que se invierte, se obtiene, en modalidad vencida y anticipada:

| | |
|---|---|
| Rp1 = | 3,572.86 |
| Gg = | 0.00% |
| n = | 5.00 |
| i= | 41.20% |
| **Mgg (anualidad vencida)=** | **39,999.97** |
| **Mgg (anualidad anticipada)=** | **56,479.16** |

| Anualidad Vencida | |
|---|---|
| Mgg= | 39,999.97 |
| Gg = | 0.00 |
| n = | 5.00 |
| i= | 41.20% |
| **Rp1 =** | **3,572.86** |

| Anualidad Anticipada | |
|---|---|
| Mgg= | 56,479.16 |
| Gg = | 0.00 |
| n = | 5.00 |
| i= | 41.20% |
| **Rp1 =** | **3,572.86** |

| Fondo de ahorro (anualidad vencida) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 3,572.86 | | 3,572.86 | |
| 2 | 3,572.86 | 1,471.95 | 8,617.67 | |
| 3 | 3,572.86 | 3,550.31 | 15,740.83 | |
| 4 | 3,572.86 | 6,484.91 | 25,798.60 | |
| 5 | 3,572.86 | 10,628.51 | **39,999.97** | Comprobación |

| Fondo de ahorro (anualidad anticipada) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Abono | Anualidad | Interés | Saldo | |
| 1 | 3,572.86 | 1,471.95 | 5,044.81 | |
| 2 | 3,572.86 | 3,550.31 | 12,167.97 | |
| 3 | 3,572.86 | 6,484.91 | 22,225.74 | |
| 4 | 3,572.86 | 10,628.51 | 36,427.11 | |
| 5 | 3,572.86 | 16,479.19 | **56,479.16** | Comprobación |

### 9.1.5.1.- EL VALOR DE LA REPOSICIÓN

Cuando las organizaciones enfrentan situaciones de alta inflación, los encargados de las finanzas tienen una gran responsabilidad: hacerlas productivas descontando el efecto de la inflación. Una empresa puede mostrar utilidades en los estados financieros, pero si el porcentaje de incremento que ha tenido de un año a otro no compensa la pérdida del poder adquisitivo ocasionada por la inflación, dicha empresa está sufriendo pérdidas en términos reales. Si a ello se suma el hecho de que tales utilidades aparentes se reparten entre los accionistas, lo que estará sucediendo es que le empresa se estará descapitalizando y que en pocos años afrontará serios problemas de liquidez que pueden llevarla incluso a la quiebra.

El concepto de *valor de reposición* se refiere al importe que se necesitará desembolsar en el futuro para reponer un activo que se encuentra en servicio en un momento determinado. En este cálculo influyen varios factores:

- **Vida útil esperada del activo:** son los años durante los cuales se considera que el activo podrá funcionar rentablemente.

- **La obsolescencia del activo:** Si bien un activo puede tener una vida de 10 años, puede ser que el avance tecnológico haga su cambio necesario con mayor prontitud.

- **La inflación esperada:** Para poder conocer el valor de reposición de un activo es necesario calcular la inflación promedio esperada para los años de vida. Este cálculo varía dependiendo de las políticas económicas de cada país, su interdependencia y la presencia de variables ajenas al control de las mismas.

Ahora bien observemos un ejemplo de cálculo del valor de reposición.

¿Cuál es el valor de reposición de un equipo cuyo costo de adquisición es de $5,000.00 si su vida útil esperada es de 4 años y se prevé que la inflación anual promedio será de 5%?

En primer lugar se aplica la fórmula del Monto para el interés compuesto:

$$M = C(1+i)^n$$
$$M = \$5,000.00(1+0.30)^4$$
$$M = \$5,000.00(1.30)^4$$
$$M = \$5,000.00(2.851)$$
$$\mathrm{M} = \$14,280.50$$

Si el valor de estos equipos ha estado disminuyendo 5% cada año en términos reales ¿Cuál será el valor de reposición esperado?

Si se considera que el equipo tuviera un valor constante de $5,000.00 al cabo de un año su precio sería 5% menor, al cabo de dos años 5% menor, y así sucesivamente.

$$VRC = \$5,000.00(0.95)(0.95)(0.95)(0.95)$$
$$Es_decir_VCR = C(1-i)^n$$
$$VRC = \$5,000.00(0.95)^4$$
$$VCR = \$4,072.53$$

Así al valor obtenido se la aplica la inflación esperada de 30% durante los próximos cuatro años:

$$M = \$4,072.53(1.30)^4$$
$$M = \$11,631.56$$

# 9.1.6.- Determinación del mejor método

## DETERMINACIÓN DEL MEJOR MÉTODO

El objetivo de todos los métodos de depreciación concierne a la recuperación paulatina del dinero invertido en un activo, pero existen diferencias en el grado de recuperación. Este aspecto es muy importante dado que el valor de una suma de dinero depende no sólo de la cantidad monetaria sino también de cuánto se haya de recibir. Otra consideración se refiere a la maximización de las utilidades netas después de impuestos en la compañía.

Una ventaja del método de línea recta es lo sencillo de aplicar. Existen ocasiones en que el método de depreciación en línea recta no sólo nos proporciona sencillez, sino que también nos brinda ventajas financieras. Los impuestos a cargo de las personas físicas depende de qué grupo o escalafón de impuestos se encuentra uno. Cuando se trata de nuevos negocios, los propietarios podrán encontrarse en niveles de impuesto bajos. Cargos elevados de depreciación en esos momentos podrían ser menos deseables que cargos futuros cuando se espera que los propietarios se encuentren dentro de los niveles o categorías de impuestos más elevados.

Los métodos de depreciación de doble saldos decrecientes y la suma de años permiten que exista una rápida recuperación de gran parte del dinero invertido en el activo. Puesto que los cargos por depreciación reducen las utilidades que se reportan para fines fiscales, una depreciación elevada durante los primeros años podrá implicar ahorros en impuestos sobre la renta durante esos años.

## EN RESUMEN

Sin lugar a dudas, cualquier persona en algún momento de su vida, se verá en la situación de amortizar una deuda, como por ejemplo en la compra de una casa o de un automóvil, probablemente algunas personas se verán en la necesidad de amortizar gastos en algún momento, en los casos en que aplique, por ello la importancia de conocer su finalidad, cómo es que se calculan, cómo se elaboran las tablas de amortización, para tener un panorama real de lo que se esté pagando en ese momento, ya que lamentablemente por lo general se desconoce al cien por ciento, el cómo se calcularon los intereses, o los pagos, y por el lado de las depreciaciones, consideramos que si bien son aplicadas más a organizaciones o empresas, que a personas físicas, es de igual manera relevante el conocimiento acerca de los métodos que se pueden utilizar, ya que en el ámbito laboral, que es en dónde se pudiera tener más contacto con las depreciaciones, se utiliza comúnmente.

# Fin del Capitulo:

Sugerencias o comentarios

Enviar correo a: agsposgrados@yahoo.com, doctoradosucc@gmail.com, agsdoctorados@yahoo.com.ar



## REFERENCIAS


AYRES, Frank (1991), *Teoría y problemas de matemáticas financieras* México: McGraw-Hill. 230 p.

CISSELL, Robert (1987). *Manual de instructor: matemáticas financieras*. México: CECSA. 144 p.

HIGHLAND, E. H. (1987). *Matemáticas financieras*. Prentice-Hall. México Xll, 622 p

FELGUERES, Morales Carlos (1973). *Elementos de matemáticas financieras*. México: ECASA. 472 p.

GARCÍA, A. Jaime (2000) *Matemáticas financieras: con ecuaciones de diferencia finita*. Colombia: Pearson Educación. XIV, 303 p.

GARCÍA-SANTILLÁN, A (2011). *Administración Financiera 1*. Euro-Mediterranean Network, Universidad de Málaga, **ISBN**-13: 978-84-693-7162-6 Registro en la Biblioteca Nacional de España Nº 10/101867. Disponible en: http://www.eumed.net/libros/2010c/729/index.htm

MOORE, Justin H. (1963). *Manual de matemáticas financieras*. México: UTEHA. XV, 1347 p

PORTUS, Govinden Lincoyán (1997). *Matemáticas financieras*. Colombia: McGraw-Hill. 435 p.

VILLALOBOS, José Luis (2012) *Matemáticas financieras*. México: Pearson Educación. XII, 455 páginas

ZIMA, Petr (2005). *Matemáticas financieras*. México: McGraw Hill. XI, 252 p. Translated from 2th. Edition: Schaum's outline of mathematics of finance 2th edition.



# ANEXO 1

## INTERÉS SIMPLE

### EJERCICIOS VARIOS:

**A.-** Determine el interés que genera una cantidad de $4,769.00 en 5 meses, con una tasa nominal del 5.6%.

| DATOS | |
|---|---|
| P | $4,769.00 |
| i | 5.6% |
| n | 5 meses |

$$I = P * i * n$$

$$I = 4769 * 0.056 * \frac{150}{360} = \$\mathbf{111.27}$$

**B.-** Determine el interés que genera un capital de $13,500.00, con una tasa nominal de 7.5%, en un lapso de 2 años.

| DATOS | |
|---|---|
| P | $13,500.00 |
| i | 7.5% |
| n | 2 años |

$$I = P * i * n$$

$$I = \$13{,}500.00 * 0.075 * \frac{24}{12} = \$\mathbf{2{,}025.00}$$

**C.-** Se adquiere una deuda que generó un interés de $6,200.00, la cual tenía una tasa nominal del 3.1% a lo largo de 8 meses y medio. ¿Cuál fue la cantidad original?

| DATOS | |
|---|---|
| I | $6,200.00 |
| i | 3.1% |
| n | 8 ½ meses |

$$P = \frac{I}{in}$$

$$P = \frac{\$6{,}200.00}{(0.031)(\frac{8.5}{12})} = \frac{\$6{,}200.00}{(0.031)(.7083333)} = \frac{\$6{,}200.00}{0.0219583}$$

$$= \$\mathbf{282{,}353.37}$$

**D.-** En que tiempo se genera un interés de $3,118.50, siendo un capital de $20,900.00, con una tasa nominal del 15.5%.

$$n = \frac{I}{P * i}$$

$$n = \frac{\$3{,}118.50}{(\$20{,}900.00)(0.155)} = \frac{\$3{,}118.5}{\$3{,}239.5} = .9626485$$

**E.-** El día de ayer se adquirió un mueble de cocina, el cual tenía un precio de $4,600.00. El 30% se pago de contado y el resto a crédito. ¿Qué monto genera el resto si se tiene que pagar en 6 meses con una tasa de interés de 2.8%?

$$S = P(1 + in)$$

$$S = \$3{,}220.00(1 + (0.028) * \left(\frac{6}{12}\right)) = \$3{,}220.00(1.014) = \$\mathbf{3{,}265.08}$$

**F.-** Jorge desea depositar en el banco Banorte un capital de $350,500.00 para ello le ofrecen una tasa del 13% mensual simple ¿qué cantidad acumulará en 5 años?

| DATOS | |
|---|---|
| P | $350,500.00 |
| i | 13% mensual |
| n | 5 años |
| S | ¿? |

$$S = \$350{,}500.00(1 + (.13) * (60))$$
$$S = \$350{,}500.00(8.8)$$
$$S = \$3'084{,}400.00$$

ACUMULARA UNA CANTIDAD DE: **$3,084,400.00**

ALGO ABSURDO, PERO SOLO ES UN EJEMPLO

**G.-** El Sr. López necesita pagar la colegiatura de su hija y tiene de fecha límite el día de hoy. Debido a que no cuenta con el dinero decide pedir prestado $3,000.00 del que le cobrarán la tasa de interés simple del 25% para pagar dentro de 4 meses. ¿Cuál es el interés simple que le corresponde pagar?

| DATOS | |
|---|---|
| P | $3,000.00 |
| i | 25% nominal |
| n | 4 meses |
| I | ¿? |

$$I = \$3,000.00 * \frac{.25}{12} * 4$$
$$I = \$3,000.00 * 0.0208333 * 4$$
$$I = \$62.4999 * 4$$
$$I = \$249.99 = \$250.00$$

EL INTERÉS SIMPLE ES DE: **$249.9996 redondeado son $250.00**

**H.-** Una persona pagó $65,000.00 que es el interés correspondiente a una tasa de interés del 9.3% nominal durante 17 meses. ¿Cuál es el capital origen? Obtener $P$

| DATOS | |
|---|---|
| I | $65,000.00 |
| i | 9.3% nominal |
| n | 17 meses |
| P | ¿? |

$$P = \frac{\$65,000.00}{.093/12 * 17}$$
$$P = \frac{\$65,000.00}{0.00775 * 17}$$
$$P = \frac{\$65,000.00}{0.13175}$$
$$P = \$493,358.63$$

EL CAPITAL ORIGEN ES DE: **$493,358.63**

**I.-** Una señora terminó de pagar hace un mes, una televisión que compró a crédito en la tienda "Apolo". De esta operación, le correspondió pagar la cantidad de $4,000.00 por concepto de intereses correspondientes a 14 meses. El valor de la TV fue de $6,000.00 ¿Cuál fue la tasa de interés anual que le cobraron? Comprobarlo.

| DATOS | |
|---|---|
| I | $4,000.00 |
| P | $6,000.00 |
| n | 14 meses |
| i | ¿? |

$$i = \frac{\$4,000.00}{\$6,000.00 * 14}$$

$$i = \frac{\$4,000.00}{\$84,000.00} = 0.04761905$$

$$i = 4.761905_mensual$$

COMPROBACIÓN

$$I = \$6,000.00 * 0.04761905 * 14$$

$$I = \$6,000.00 * 0.6666667$$

$$I = \$4,000.00$$

LA TASA DE INTERÉS QUE MANEJO "APOLO" FUE DE: **4.761905% mensual**

**J.-** Si se genera un interés de $82,000.00, de un capital de $125,000.00 con una tasa de interés del 32% anual. ¿Cuál fue el tiempo que debió transcurrir? En meses y comprobarlo.

| DATOS | |
|---|---|
| I | $82,000.00 |
| P | $125,000.00 |
| i | 32% anual |
| n | ¿? |

$$n = \frac{\$82,000.00}{\$125,000.00 * \frac{.32}{12}}$$

$$n = \frac{\$82,000.00}{\$125,000.00 * 0.0266666}$$

$$n = \frac{\$82,000.00}{3333.325}$$

$$n = 24.6$$

COMPROBACIÓN

$$I = \$125,000.00 * \frac{.32}{12} * 24.6$$

$$I = \$125,000.00 * 0.0266666 * 24.6$$

$$I = \$125,000.00 * 0.6559983$$

$$I = \$81,999.7875 = \$82,000.00$$

EL TIEMPO FUE DE: **24.6 meses, es decir, 2 años y fracción**

**K.-** ¿Qué cantidad genera un capital de $213,000.00 a una tasa del 4.5% semestral en 7 años?

| DATOS | |
|---|---|
| P | $213,000.00 |
| n | 7 años = 14 semestres |
| i | 4.5% semestral |
| I | ¿? |

$$S = \$213,000.00(1+(.045*2)(7))$$
$$S = \$213,000.00(1+.63)$$
$$S = \$213,000.00(1.63)$$
$$S = \$134,190.00$$

EL MONTO ACUMULADO ES DE: **$134,190.00**

**L.-** El Sr. Roberto es un prestamista que le realiza un préstamo al Sr. Polo por la cantidad de $35,000.00 pactando la tasa del 15% bimestral. ¿Qué interés ganará el prestamista en 2 años y medio? y ¿cuál será el monto total que la persona le tendrá que entregar a su acreedor?

| DATOS | |
|---|---|
| P | $35,000.00 |
| n | 2.5 años = 15 bimestres. |
| i | 15% bimestral |
| I | ¿? |

$$I = \$35,000.00*.15*15$$
$$I = \$35,000.00*2.25$$
$$I = \$78,750.00$$

EL INTERÉS GANADO ES DE: **$78,750.00**

$$S = \$35,000.00(1+(.15*6)2.5)$$
$$S = \$35,000.00(1+(.9*2.5)$$
$$S = \$35,000.00(1+2.25)$$
$$S = \$35,000.00(3.25)$$
$$S = \$113,750.00$$

EL MONTO QUE DEBE LIQUIDAR EL DEUDOR A SU ACREEDOR: **$113,750.00**

**M.-** A la Sra. Riquelme le otorgaron un préstamo en el banco HSBCTW de $415,000.00 para la compra de una casa en INFONAVIT. Ese préstamo hasta el momento le ha generado un interés de $145,500.00 en tan solo dos años. ¿Cuál es la tasa de interés mensual?, y ¿qué monto se acumulara en 6 años?

| DATOS | |
|---|---|
| I | $145,500.00 |
| P | $415,000.00 |
| n | 2 años = 24 meses. |
| i | ¿? |

$$i = \frac{\$145,500.00}{\$415,000.00 * 24}$$

$$i = \frac{\$145,500.00}{\$9'960,000.00}$$

$$i = 0.0146084$$

**COMPROBACIÓN**

$$I = \$415,000.00 * (0.0146084 * 12) * 2$$

$$I = \$415,000.00 * (0.1753008) * 2$$

$$I = \$145,499.664 = \$145,000.00$$

LA TASA DE INTERÉS MENSUAL ES DE: **1.46% (0.0146084), anual del 1.75% (0.1753008)**

$$S = \$415,000.00(1 + (0.0146084 * 72))$$

$$S = \$415,000.00(1 + (1.0518048))$$

$$S = \$415,000.00(2.0518048)$$

$$S = \$851,498.99$$

EL MONTO ACUMULADO EN 6 AÑOS ES DE: **$851,498.99**

**N.-** Resolver el siguiente problema, tomando en cuenta una tasa del 3.5% mensual. Calcular el *VEo* y *VEn*, así como el monto de cada pago a realizar.

| VEO(importe) | Días |
|---|---|
| $45,600.00 | 50 aff |
| $23,000.00 | 22 aff |
| $23,400.00 | 8 pff |
| $15,200.00 | 21 pff |
| $3,000.00 | Ff |

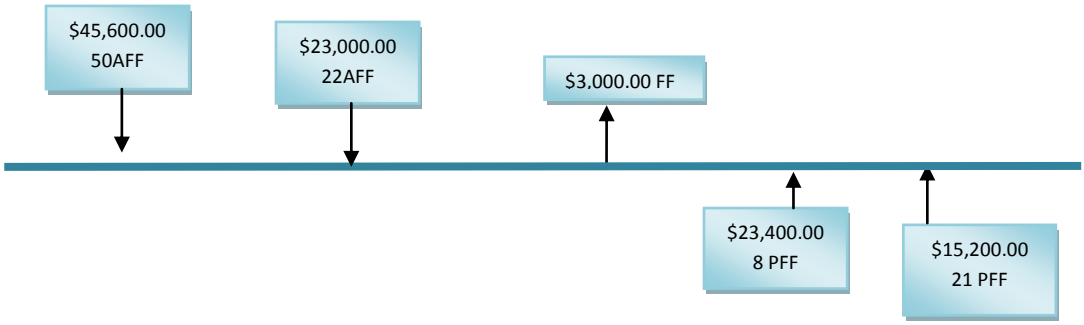
| VEN(4 pagos iguales) | Días |
|---|---|
| 1 | Ff |
| 2 | 10 pff |
| 3 | 20 pff |
| 4 | 30 pff |

**SE RESUELVE:**

| VEO(IMPORTE) | DÍAS |
|---|---|
| **$45,600.00** | 50 AFF |
| **$23,000.00** | 22 AFF |
| **$23,400.00** | 8 PFF |
| **$15,200.00** | 21 PFF |
| **$3,000.00** | FF |

| VEN(4 PAGOS IGUALES) | DÍAS |
|---|---|
| **1** | FF |
| **2** | 10 PFF |
| **3** | 20 PFF |
| **4** | 30 PFF |

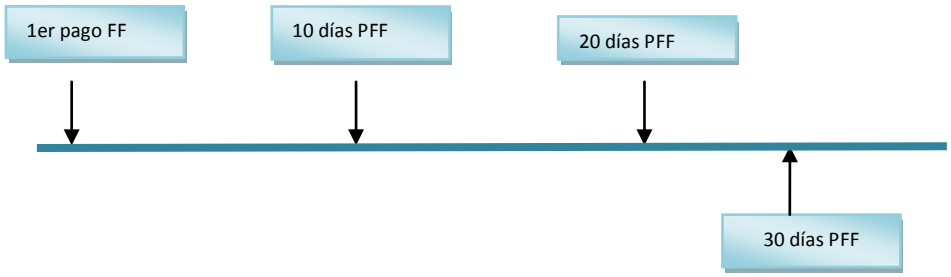
**VEO:**




$$\boldsymbol{VEO} = \$45{,}600.00\left(1 + (.035 * \tfrac{50}{30})\right) + \$23{,}000.00\left(1 + (.035 * \tfrac{22}{30})\right) + \$3{,}000.00 + \frac{\$23{,}400.00}{(1 + (.035 * \frac{8}{30}))} + \frac{\$15{,}200.00}{(1 + (.035 * \frac{21}{30}))}$$

$$= \$48{,}260.00 + \$23{,}590.33 + \$3{,}000.00 + \$23{,}183.62 + \$14{,}836.50 = \$\mathbf{112{,}870.45}$$

***VEN:***




$$VEN = 1 + \frac{1}{(1 + (.035 * \frac{10}{30}))} + \frac{1}{(1 + (.035 * \frac{20}{30}))} + \frac{1}{(1 + (.035 * \frac{30}{30}))}$$

$$= 1 + .9884679 + .9771987 + .9661835 = \mathbf{3.9318501}$$

$$Y = \frac{VEO}{VEN} = \frac{\$112{,}870.45}{3.9318501} = \$\mathbf{28{,}706.70}$$

**O.-** Se desea reestructurar el siguiente esquema de deuda de un conjunto de pagarés:

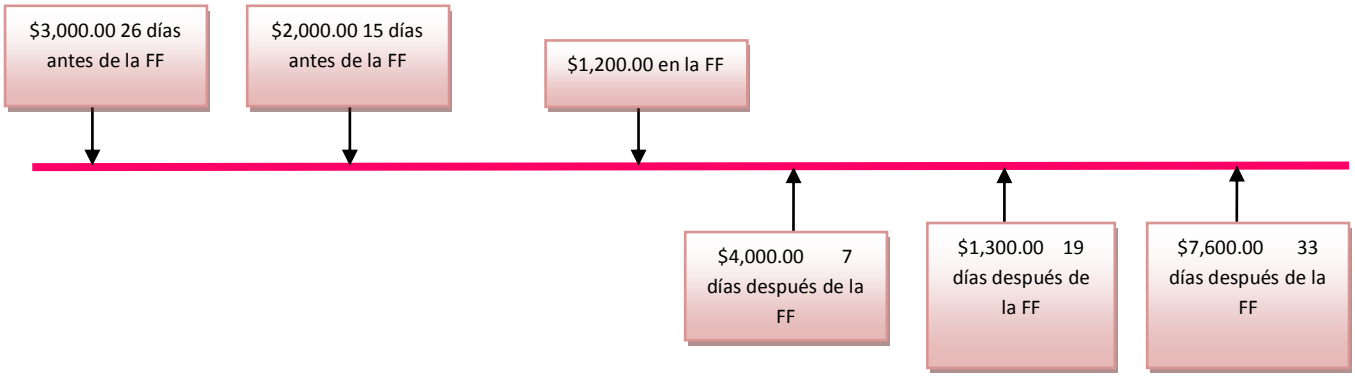
| Pagarés | Importe | Vencimiento |
|---|---|---|
| 1 | $3,000.00 | 26 días antes de la ff |
| 2 | $2,000.00 | 15 días antes de la ff |
| 3 | $4.000.00 | 7 días después de la ff |
| 4 | $1,300.00 | 19 días después de la ff |
| 5 | $7,600.00 | 33 días después de la ff |
| 6 | $1,200.00 | En la ff |

- Hay que considerar que la fecha focal es el presente y que tenemos una tasa del 1% mensual para este problema.
- El nuevo esquema de pago quedara de la siguiente manera:
- Se realizarán 6 pagos iguales, siendo el primer pago en la ff y los posteriores serán cada 15 días. ¿Cuál será el nuevo monto que tendrá que pagar con la deuda reestructurada?

**SE RESUELVE:** Reestructurar el siguiente esquema de deudas:

| Pagares | Importe | Vencimiento |
|---|---|---|
| 1 | $3,000.00 | 26 días antes de la FF |
| 2 | $2,000.00 | 15 días antes de la FF |
| 3 | $4.000.00 | 7 días después de la FF |
| 4 | $1,300.00 | 19 días después de la FF |
| 5 | $7,600.00 | 33 días después de la FF |
| 6 | $1,200.00 | En la FF |

Fecha Focal es el presente y se tiene una tasa del 1% mensual.

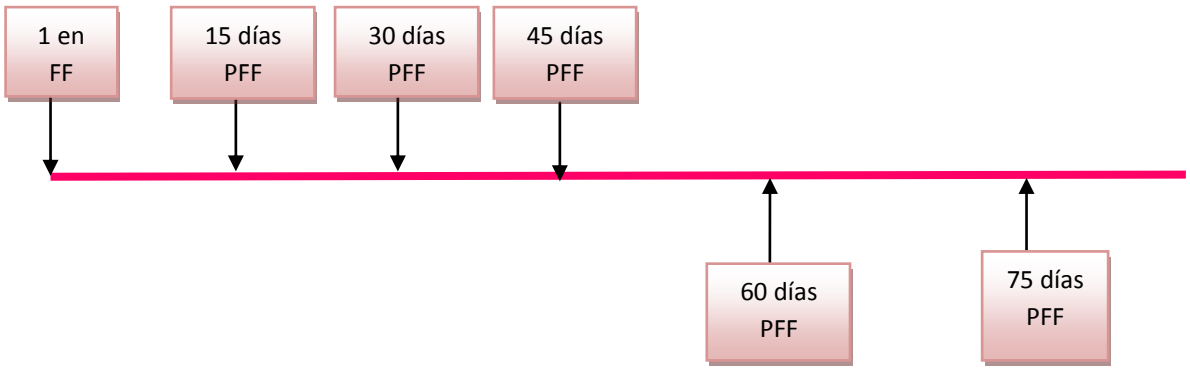



$$VEo = \$3{,}000.00\left(1 + (.01 * \tfrac{26}{30})\right) + \$2{,}000.00\left(1 + (.01 * \tfrac{15}{30})\right) + \$1{,}200.00 + \frac{\$4{,}000.00}{(1 + (.01 * \frac{7}{30}))} + \frac{\$1{,}300.00}{(1 + (.01 * \frac{19}{30}))} + \frac{\$7{,}600.00}{(1 + (.01 * \frac{33}{30}))}$$

$$VEo = \mathbf{\$3{,}026.00 + \$2{,}010.00 + \$1{,}200.00 + \$3{,}990.69 + \$1{,}291.82 + \$7{,}517.31 = \$19{,}035.82}$$

El nuevo esquema de pago quedará de la siguiente manera:

- Se realizarán 6 pagos iguales, siendo el primer pago en la FF y los posteriores serán cada 15 días.
- ¿Cuál será el nuevo monto que tendrá que pagar con la deuda reestructurada?



$$VEn = 1 + \frac{1}{(1 + \left(.01 * \frac{15}{30}\right))} + \frac{1}{(1 + \left(.01 * \frac{30}{30}\right))} + \frac{1}{(1 + \left(.01 * \frac{45}{30}\right))}$$
$$+ \frac{1}{(1 + \left(.01 * \frac{60}{30}\right))} + \frac{1}{(1 + \left(.01 * \frac{79}{30}\right))}$$
$$= 1 + \frac{1}{1.005} + \frac{1}{1.01} + \frac{1}{1.015} + \frac{1}{1.02} + \frac{1}{1.0263333}$$
$$= 1 + .9950248 + .9900990 + .9852216 + .9803921$$
$$+ .9743423 = \mathbf{5.9250798}$$

$$Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{\$\mathbf{19,035.82}}{\mathbf{5.9250798}} = \$\mathbf{3,212.75}$$

# ANEXO 2

## INTERES COMPUESTO

### EJERCICIOS VARIOS:

1. Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de $3´000,000.00. ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años, si el Banco les ofrece un interés del 6%, capitalizable trimestralmente?

   Dónde:

   P=$3’000,000.00
   i=6% nominal ordinario (se requiere una tasa trimestral efectiva)
   m= Cap. trimestral
   n= 8 años es igual a 96 meses que son 32 trimestres

   Se requiere una tasa trimestral: de ahí que tenemos el 6% anual entre 12 por 3 es igual a la tasa trimestral del 0.015 o 1.5%

   **Nota:** también se puede capitalizar la tasa, es decir, si tenemos la tasa nominal del 6% entonces calculamos: .06/12=0.005 por mes, y para tener la tasa efectiva trimestral, se calcula de la siguiente forma:

$$f = \left[ (1+0.005)^3 \right] - 1*100 = 1.5075125$$

   El cálculo con ambos procedimientos, es el siguiente:

   a.- con tasa normal (0.005*3=0.015)

$$S = P(1+i)^n$$
$$S = \$3'000,000.00(1+(.06*3/360))^{96/3}$$
$$S = \$3'000,000.00(1+0.015)^{32}$$
$$S = \$3'000,000.00(1.61032432)$$
$$S = \$4'830,972.96$$

b.- con tasa efectiva

$$f = \left[ (1+0.005)^3 \right] - 1*100 = 1.5075125$$

$$S = P(1+i)^n$$
$$S = \$3'000,000.00(1+0.015075125)^{96/3}$$
$$S = \$3'000,000.00(1.015075125)^{32}$$
$$S = \$3'000,000.00(1.614142708)$$
$$S = \$4'842,428.13$$

*2.* Manuelito de 8 años de edad recibió un cheque de su abuelo por $3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% con capitalización mensual y así continuo hasta el final?

Dónde:

P=$3,000.00
i=12% nominal ordinario
m=Cap. mensual
n= 26 años menos 8 que tenía, son 18 años por 12 es igual a 216 meses

$$S = P(1+i)^n$$
$$S = \$3,000.00(1+(\cdot 12/12))^{18*12}$$
$$S = \$3,000.00(1+0.01)^{216}$$
$$S = \$3,000.00(8.578606299)$$
$$S = \$25,735.82$$

*3.* Los señores Borja se pelearon; y la Sra. para aplacar su furia decidió ir de compras y adquirió una bolsa Fendi de la temporada recién salida en abril a $5,689.45 El Sr. Borja, decide no pagar la tarjeta durante 4 meses para darle una lección a su mujer. Si el banco cobra un interés mensual del 3.344%. ¿Cuál será su saldo al mes de agosto?

Dónde:

P=$5,689.45
i= 3.344% mensual
m=Cap. mensual
n= 4 meses

$$S = P(1+i)^n$$

$$S = \$5,689.45(1+0.03344)^4$$

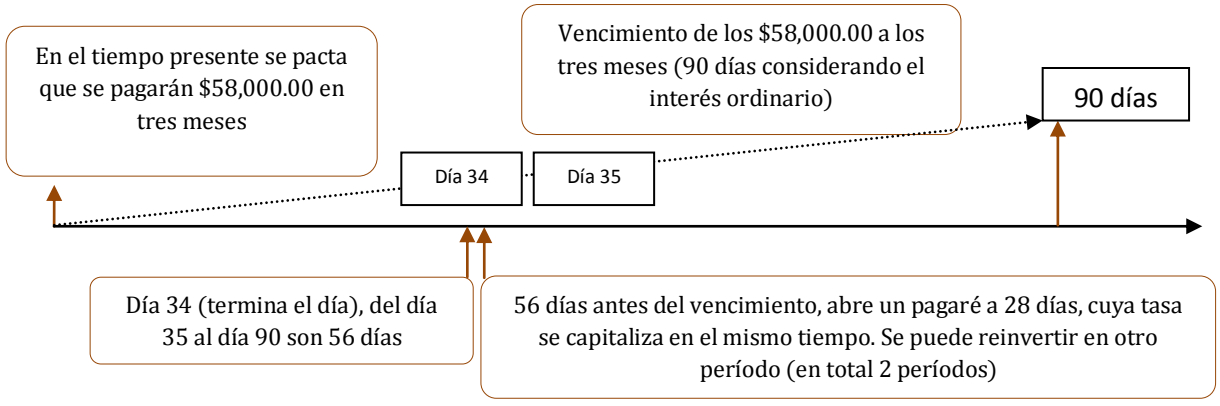
$$S = \$5,689.45(1.03344)^4$$

$$S = \$5,689.45(1.140620227)$$

$$S = \$6,489.50$$

*4.* Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de $65,000.00 y saldar el resto en otro pago de $58,000.00 tres meses después. Si a los 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los $58,000.00, Susana recibe una grande herencia y decide abrir un pagaré a 28 días, ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los $58,000.00 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571%?

Primeramente ubiquemos los datos en una línea de tiempo



$$\$58,000.00 = P(1+(\frac{.11571*28}{360}))^{56/28}$$

$$\$58,000.00 = P(1+(0.008999667))^{2}$$

$$\$58,000.00 = P(1.008999667)^{2}$$

$$\$58,000.00 = P(1.018080327)$$

$$Se_despeja_P$$

$$P = \$58,000.00 / 1.018080327 = \$56,969.96$$

*5.* a) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestral?

*Dónde:*

***i=*** tasa nominal
***P:*** inversión
***n:*** plazo

Primeramente calculemos la tasa que utilizaremos trimestralmente (*interés ordinario*).

$i : \left(i*\frac{t}{360}\right)*100$ $i : \left(.13*\frac{90}{360}\right)*100$ $i = 0.0325$ Cada tres meses

**Así:** $P(1+i)^n$ $P\,(1+0.0325)^n = P\,(1.0325)^n$

Entonces la inversión se duplica cuando el monto de la inversión, esté dado por $2P$. Para ello, se debe despejar $n$

**$P(1+i)^n = 2P$**
$P\,(1+0.0325)^n = 2P$
$(1.0325)^n = 2$

Al pasar ***P*** al lado derecho, se cancela

**AHORA APLICAMOS LOGARITMOS**

Log $((1.0325)^n)$ = Log (2) Si $log\,(x^b) = b\,log(x)$

Entonces:

$n\log((1.0325) = log(2)$

Pasa dividiendo

$n = \frac{\log(2)}{\log(1.0325)}$ $n = \frac{0.69314718}{0.03198304} = 21.67233$ Se requieren 21.67233165 trimestres para poder duplicar su inversión.

La comprobación sería entonces:

$$S = P\left(1+(i*\frac{t}{360})\right)^{n}$$
$$S = \$1,000.00(1.0325)^{21.67233165}$$
$$S = \$1,000.00(1.999999993) = \$1,999.99 = \$2,000.00$$

b) ¿en cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

Mismo procedimiento anterior, pero ahora de modo reducido tenemos que:

$$i = \left(i*\frac{t}{360}\right)*100$$
$$i = \left(.13*\frac{30}{360}\right)*100$$
$$i = \left(0.010833333\right)$$

De ahí que: $n = \frac{\log(2)}{\log(1.010833333)} = \frac{0.693147181}{0.010775073} = 64.32876887$

La comprobación sería:

$$S = P\left(1+(i*\frac{t}{360})\right)^{n}$$
$$S = \$1,000.00(1.010833333)^{64.32876887}$$
$$S = \$1,000.00(1.999999979) = \$1,999.99 = \$2,000.00$$

c) ¿en cuánto tiempo una inversión de $5,000.00 se convierte en 7.8965 veces su valor, considerando el 13% anual capitalizable mensualmente? ($39,482.50)

$$i = \left(i^{*}\frac{t}{360}\right) * 100$$

$$i = \left(.13^{*}\frac{30}{360}\right) * 100$$

$$i = \left(0.010833333\right)$$

De ahí que: $n = \frac{\log(7.8965)}{\log(1.010833333)} = \frac{2.066419623}{0.010775073} = 191.7777841$

La comprobación sería:

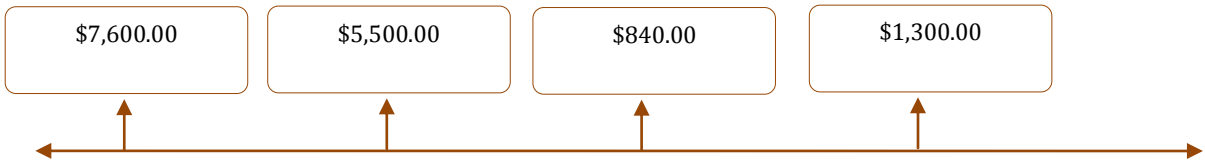
$$S = P\left(1+(i^{*}\frac{t}{360})\right)^{n}$$

$$S = \$5,000.00(1.010833333)^{191.7777841}$$

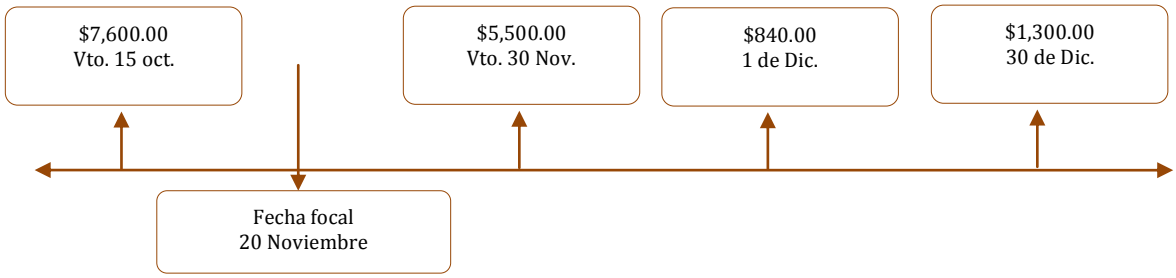
$$S = \$5,000.00(7.896499756) = \$39,482.49878 = \$39,482.50$$

6. Considere que la empresa "El Proveedor del Sur S.A. de C.V." adeuda los siguientes pagares:

| **Importes** | **Vencimientos** |
|---|---|
| $S_1 = \$7,600.00$ | 15 de octubre |
| $S_2 = \$5,500.00$ | 30 de noviembre |
| $S_3 = \$840.00$ | 1 de diciembre |
| $S_4 = \$1,300.00$ | 30 de diciembre |




Sin embargo, no podrán liquidar dichos pagarés ya que los flujos de efectivo de la empresa muestran déficit en los meses de vencimiento. Para ello toman la decisión de solicitar a su acreedor reestructurar la deuda en seis pagos iguales, el primero en la Fecha Focal acordada que será el 20 de noviembre y los demás pagos cada 20 días. Utilizar para esta operación la tasa de interés o descuento (según el caso) del 15% **anual exacto** con capitalizaciones quincenales.



Valuar la deuda original:

$$VEo = \$7,600.00(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{36/15} + \frac{\$5,500.00}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{10/15}} + \frac{\$840.00}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{11/15}} + \frac{\$1,300.00}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{40/15}}$$

$$VEo = \$7,600.00(1.00616438)^{2.4} + \frac{\$5,500.00}{(1.00616438)^{0.66666666}} + \frac{\$840.00}{(1.006164384)^{0.73333333}} + \frac{\$1,300.00}{(1.006164384)^{2.66666666}}$$

$$VEo = \$7,600.00(1.014858413) + \frac{\$5,500.00}{(1.00410537)} + \frac{\$840.00}{(1.00451684)} + \frac{\$1,300.00}{(1.01652291)}$$

$$VEo = \$7,712.93 + \$5,477.51 + \$836.22 + \$1,278.87$$

$$VEo = \$15,305.53$$

Calcular el coeficiente del valor del nuevo esquema de pagos:

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{20/15}} + \frac{1}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{40/15}} + \frac{1}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{60/15}} + \frac{1}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{80/15}} + \frac{1}{(1+(\frac{15\%}{365}*15))^{100/15}}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1.00616438)^{20/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{40/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{60/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{80/15}} + \frac{1}{(1.00616438)^{100/15}}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1.00616438)^{1.3333333}} + \frac{1}{(1.00616438)^{2.66666666}} + \frac{1}{(1.00616438)^{4}} + \frac{1}{(1.00616438)^{5.3333333}} + \frac{1}{(1.00616438)^{6.6666666}}$$

$$VEn = 1 + \frac{1}{(1.00822761)} + \frac{1}{(1.01652291)} + \frac{1}{(1.02488647)} + \frac{1}{(1.03331884)} + \frac{1}{(1.04182058)}$$

$$VEn = 1 + 0.99183953 + 0.98374565 + 0.97571782 + 0.96775550 + 0.95985817$$

$$VEn = 5.87891668$$

## Finalmente se calcula el importe de cada pago

$$Y = \frac{VEo}{VEn} = \frac{\$15,305.53}{5.87891668}$$

$$Y = \$2,603.46$$

7. Un último ejercicio con 5 pagos de deuda original y seis pagos reestructurados, desconocimiento del monto del primer pago en la fecha focal.

**Se tienen los siguientes pagarés:**

| Fecha | Importe | Días de vencimiento |
|---|---|---|
| 3 DE MARZO | $14,000.00 | 165 DÍAS AFF |
| 8 DE MAYO | $22,000.00 | 99 DÍAS AFF |
| 20 DE JUNIO | $72,000.00 | 56 DÍAS AFF |
| 15 DE AGOSTO | $50,000.00 | Coincide el vencimiento en la fecha focal acordada ( FF) |
| 9 DE OCTUBRE | $35,000.00 | 55 DÍAS PFF |
| 10 DE NOVIEMBRE | $10,000.00 | 87 DÍAS PFF |

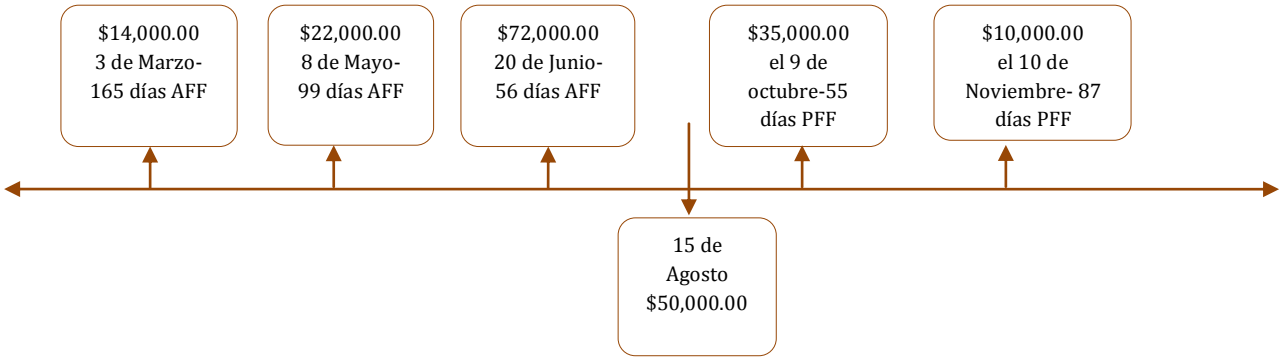
Considerar los datos siguientes

15 de Agosto como fecha focal
i= 14.5% nominal ordinario
m= bimestral

**Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:**

| Número de Pago | Días |
|---|---|
| 1 Desconocido | FF |
| 2 $60,525.00 | 30 DÍAS PFF |
| 3 $31,289.15 | 50 DÍAS PFF |
| 4 $37,000.00 | 65 DÍAS PFF |
| 5 $49,566.66 | 80 DÍAS PFF |
| 6 $17,000.00 | 92 DÍAS PFF |

**Para valuar la deuda original, la línea de tiempo se visualiza de la siguiente forma:**




El teorema para valuar la deuda original es:

$$VEo = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+(i/m))^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$

$$VEo = \$14{,}000.00\left(1+\frac{.145}{6}\right)^{\frac{165}{60}} + \$22{,}000.00\left(1+\frac{.145}{6}\right)^{\frac{99}{60}} + \$72{,}000.00\left(1+\frac{.145}{6}\right)^{\frac{56}{60}} + \$50{,}000.00 + \frac{\$35{,}000.00}{\left(1+\frac{.145}{6}\right)^{\frac{55}{60}}} + \frac{\$10{,}000.00}{\left(1+\frac{.145}{6}\right)^{\frac{87}{60}}}$$

$$VEo = \$14{,}000.00\left(1.0241666\right)^{2.75} + \$22{,}000.00\left(1.0241666\right)^{1.65} + \$72{,}000.00\left(1.024166667\right)^{0.933333} + \$50{,}000.00 + \frac{\$35{,}000.00}{\left(1.024166\right)^{0.916666}} + \ldots$$

$$\ldots \frac{\$10{,}000.00}{\left(1.0241666\right)^{1.45}}$$

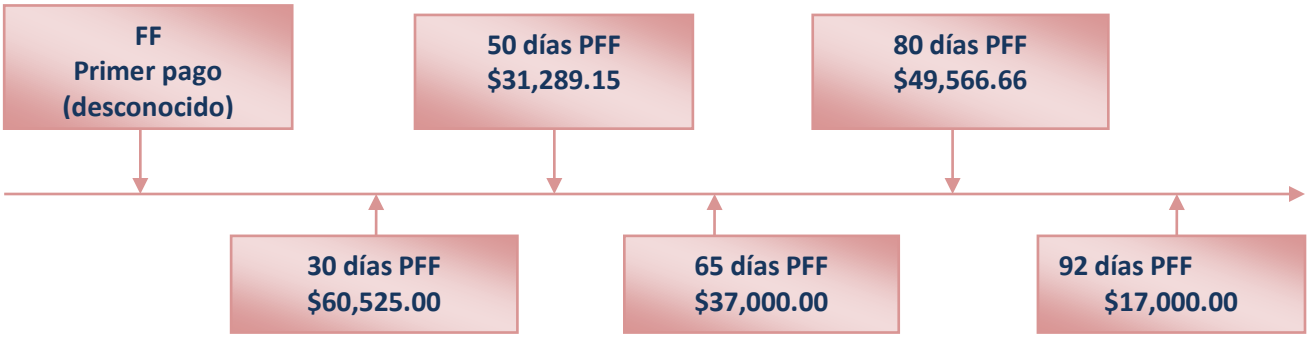
$$VEo = \$14{,}000.00(1.067871937) + \$22{,}000.00(1.040187197) + \$72{,}000.00(1.02253754) + \$50{,}000.00 + \frac{\$35{,}000.00}{1.022130601} + \frac{\$10{,}000.00}{1.035231272}$$

$$VEo = \$14{,}950.21 + \$22{,}884.12 + \$73{,}622.70 + \$50{,}000.00 + \$34{,}242.20 + \$9{,}659.68$$

$$VEo = \$205{,}358.91$$

Para encontrar el valor del primer pago, visualizamos en la línea de tiempo los siguientes compromisos por liquidar:

| Número de Pago | Días |
|---|---|
| 1 Desconocido | FF |
| 2 $60,525.00 | 30 DÍAS PFF |
| 3 $ 31,289.15 | 50 DÍAS PFF |
| 4 $37,000.00 | 65 DÍAS PFF |
| 5 $49,566.66 | 80 DÍAS PFF |
| 6 $17,000.00 | 92 DÍAS PFF |




Siguiendo la forma general del *VEn*, se sabe que:

$$VEn = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1+(i/m))^{n} + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{(1+(i/m))^{n}}$$

Ahora tenemos un pago en la fecha focal y seis restantes posteriores a la fecha focal, entonces la fórmula se ajusta a partir de lo siguiente:

Sustituyendo:

Ahora debemos calcular el valor del primer pago en la fecha focal, si conocemos el *VEo* (deuda original) y el valor de los pagos posteriores a la fecha focal, 2, 3, 4, 5, y 6

$$VEn = +1_{ff_{valor_desconocido}} + \sum_{1=n}^{t} valores_conocidos \frac{1\,pff}{(1+(i/m))^{n}}$$

$$VEn = +1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1+(.145/6)^{30/60}} + \frac{\$31,289.15}{(1+(.145/6)^{50/60}} + \frac{\$37,000.00}{(1+(.145/6)^{65/60}} + \frac{\$49,566.66}{(1+(.145/6)^{80/60}} + \frac{\$17,000.00}{(1+(.145/6)^{92/60}}$$

$$VEn = +1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1.02416667)^{0.5}} + \frac{\$31,289.15}{(1.02416667)^{0.08333333}} + \frac{\$37,000.00}{(1.02416667)^{1.8333333}} + \frac{\$49,566.66}{(1.02416667)^{1.3333333}} + \frac{\$17,000.00}{(1.02416667)^{1.53333333}}$$

$$VEn = 1_{ff} + \sum \frac{\$60,525.00}{(1.0120112)} + \frac{\$31,289.15}{(1.00199192)} + \frac{\$37,000.00}{(1.0447511)} + \frac{\$49,566.66}{(1.03235132)} + \frac{\$17,000.00}{(1.03729347)}$$

$$VEn = 1_{ff} + \$59,806.65 + \$31,226.95 + \$35,415.13 + \$48,013.36 + \$16,388.80$$

*Entonces*

$$S_{1ff} = \frac{(VEo - \Sigma S_2 \ldots\ldots S_6)}{1}$$

$$S_{1ff} = \frac{\$205,358.91 - (\$59,806.65 + \$31,226.95 + \$35,415.13 + \$48,013.36 + \$16,388.80)}{1}$$

$$S_{1ff} = \$14,508.01$$

EL VALOR DEL PRIMER PAGO ES: **$14,508.01**

# Anexo 3

# Anualidades

## Ejercicios para resolver

**Anualidades ordinarias (pág. 211-212)**

**1.-** Un Señor ha decidido crear un fondo para su retiro, el cual estima será en aproximadamente 25 años. Realizará depósitos al final de cada mes por $550.00 durante los primeros 5 años. Los posteriores 7 años llevará a cabo el mismo procedimiento, solo que ahora depositará $750.00 y los restantes 13 años establecerá una cuota mensual de $1,580.00.

Se pide calcular el Valor Futuro de esta anualidad ordinaria considerando las siguientes tasas:

a.- Para los primeros 5 años se pacta una tasa del 9% nominal, con capitalizaciones cada 24 días.

b.- Los siguientes 7 años se incrementa la tasa al 12% nominal, solo que la capitalización se estipula cada 52 días.

c.- Los restantes 13 años fijan la tasa del 5% trimestral, con capitalización cada 29 días.

**2.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $150,000.00 durante 5 años con depósitos mensuales (ordinarios) y con una tasa promedio del 6.9% anual capitalizable quincenalmente.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: “n”, “i” y el VF

**3.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $150,000.00 durante 5 años con depósitos mensuales (ordinarios) y con una tasa promedio del 6.9% semestral capitalizable cada 21 días.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**4.-** Si usted desea adquirir un auto del año y le ofrecen 24 pagos fijos iguales de $7,850.00 y fijan como tasa de operación el 1.5% mensual con capitalización cada 40 días, entonces:

a.- ¿Cuál es el precio de contado de dicho vehículo?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "-n", "i", Rp

# Ejercicios para resolver

**Anualidades anticipadas (pág. 229-230)**

**1.-** Un Señor ha decidido crear un fondo para su retiro, el cual estima será en aproximadamente 21 años. Realizará depósitos al inicio de cada mes por $650.00 durante los primeros 3 años. Los posteriores 5 años llevará a cabo el mismo procedimiento, solo que ahora depositará $1,750.00 y los restantes 13 años establecerá una cuota mensual de $4,580.00.

Se pide calcular el Valor Futuro de esta anualidad anticipada considerando las siguientes tasas:

a.- Para los primeros 3 años se pacta una tasa del 7.8% nominal, con capitalizaciones cada 21 días.

b.- Los siguientes 5 años se incrementa la tasa al 15% nominal, solo que la capitalización se estipula cada 40 días.

c.- Los restantes 13 años fijan la tasa del 6% semestral, con capitalización cada 17 días.

**2.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $550,000.00 durante 3.5 años con depósitos mensuales anticipados y con una tasa promedio del 7.9% anual capitalizable mensualmente.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**3.-** Una inversión que logro acumular la cantidad de $800,000.00 durante 3 años con depósitos mensuales anticipados y con una tasa promedio del 6.9% semestral capitalizable cada 21 días.

a.- ¿De cuánto debió haber sido cada depósito?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "n", "i" y el VF

**4.-** Si usted desea adquirir un paquete turístico por el Mediterráneo y le ofrecen 12 pagos fijos iguales anticipados de $14,140.00 y fijan como tasa de operación el 1.5% mensual con capitalización cada 29 días, entonces:

a.- ¿Cuál es el precio de contado de dicho paquete turístico?
b.- Con la solución anterior, ahora compruebe: "-n", "i", Rp

# Ejercicios para resolver

**Anualidades anticipadas (pág. 254)**

1.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $1’055,000.00
- Una tasa del 22.5% capitalizable cada 28 días
- Se pactan 50 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 5 meses.
- UTILIZAR INTERES ORDINARIO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

2.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $127,500.00
- Una tasa del 13.5% capitalizable cada 16 días
- Se pactan 120 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 2.5 meses.
- UTILIZAR INTERES EXACTO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

3.- CON LOS SIGUIENTES DATOS CALCULAR *Rp*:

- VPN= $111,111.10
- Una tasa del 5.55% capitalizable cada 12 días
- Se pactan 70 pagos fijos mensuales
- Finalmente se da un diferimiento de 1.5 meses.
- UTILIZAR INTERES EXACTO.

Comprobar con VPN, “i”, “-n”

# Anexo 4

**RESPUESTAS**

**GRADIENTES ARITMÉTICOS**

**PROBLEMA 1.-**

**VALOR FUTURO**

Los pagos forman una sucesión aritmética, en donde la cantidad base es $1,300.00 y el gradiente es igual a $200.00.

**Datos:**
$R_P$=$1,300.00
$G_a$=$200.00
n=12
i=30% anual =30/12=2.5% mensual

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Sustitución de Valores en la Fórmula:

$$M_{ga} = \left(\$1{,}300.00 + \frac{\$200.00}{0.025}\right)\left[\frac{(1 + 0.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{12 * \$200.00}{0.025}$$

$$M_{ga} = (\$1{,}300.00 + \$8{,}000.00)\left[\frac{(1.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{\$2{,}400.00}{0.025}$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)\left[\frac{1.344888824 - 1}{0.025}\right] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)\left[\frac{0.344888824}{0.025}\right] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)[13.79555297] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$128{,}298.64 - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$32{,}298.64$$

**VALOR ACTUAL**

**Datos:**
$R_P$=$1,300.00
$G_a$=$200.00
n=12
i=30% anual =30/12=2.5% mensual

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(\$1{,}300 + \frac{\$200.00}{0.025}\right)\left[\frac{(1+0.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{12 * \$200.00}{0.025}\right](1+0.025)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(\$1{,}300.00 + \$8{,}000.00)\left[\frac{(1.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{\$2{,}400.00}{0.025}\right](1.025)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(\$9{,}300.00)\left[\frac{1.344888824 - 1}{0.025}\right] - \$96{,}000.00\right](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = \left[(\$9{,}300.00)\left[\frac{0.344888824}{0.025}\right] - \$96{,}000.00\right](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = [(\$9{,}300.00)[13.79555297] - \$96{,}000.00](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = [\$128{,}298.64 - \$96{,}000.00](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = (\$32{,}298.64)(0.743555885)$$

$$VA_{ga} = \$24{,}015.85$$

**PROBLEMA 2.-**

**VALOR FUTURO**

**Datos:**

n = 30 mensualidades

$Mg_a$=?

i= 35% cap. mensual

$R_p$=$4,200.00

$g_a$ = $1,500.00

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * ga}{i/m}$$

$$Mga = (\$4{,}200.00 + \frac{\$1{,}500.00}{.35/12})\left[\frac{(1+.35/12)^{30} - 1}{.35/12}\right] - \frac{30 * \$1{,}500.00}{.35/12}$$

$$Mga = (\$4{,}200.00 + \frac{\$1{,}500.00}{.029166666})\left[\frac{(1+.029166666)^{30} - 1}{.029166666}\right] - \frac{\$45{,}000.00}{.029166666}$$

$$Mga = (\$4{,}200.00 + \$51{,}428.5726)\left[\frac{(1.029166666)^{30} - 1}{.029166666}\right] - \$1{,}542{,}857.178$$

$$Mga = (\$4{,}200.00 + \$51{,}428.5726)\left[\frac{1.369034242}{.029166666}\right] - \$1{,}542{,}857.178$$

$$Mga = \$55{,}628.5726\left[46.93831794\right] - \$1{,}542{,}857.178$$

$$Mga = \$2{,}611{,}111.627 - \$1{,}542{,}857.178$$

$$Mga = \$1{,}068{,}254.449$$

## VALOR ACTUAL

**Datos:**

n = 30 mensualidades
$Mg_a$= $1,068,254.449
i= 35% cap. mensual
$R_p$=$4,200.00
$g_a$ = $1,500.00

$$VA=\left[(Rp_1+\frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n-1}{i/m}\right]-\frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA=\left[Mga\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA=\left[(4{,}200+\frac{1500}{.35/12})\left[\frac{(1+.35/12)^{30}-1}{.35/12}\right]-\frac{30*1500}{.35/12}\right](1+.35/12)^{-30}$$

$$VA=\left[(4{,}200+51{,}428.5726)\left[\frac{1.369034242}{.029166666}\right]-\frac{45000}{.029166666}\right](1.029166666)^{-30}$$

$$VA=\left[(55{,}628.5726)\left[46.93831794\right]-1{,}542{,}857.178\right](1.029166666)^{-30}$$

$$VA=\left[2{,}611{,}111.627-1{,}542{,}857.178\right](.422112936)$$

$$VA=\left[1{,}068{,}254.449\right](.422112936)$$

$$VA=\$450{,}924.02222$$

**PROBLEMA 3.-**

## VALOR FUTURO

**Datos:**
$R_{P1}$: $35,000.00
$G_a$: $600.00
n: 10
i/m: 20% capitalizable: ( .20/12)= .016666

$$Mga=(Rp_1+\frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n-1}{i/m}\right]-\frac{n*ga}{i/m}$$

$$Mga = (\$35{,}000.00 + \frac{\$600.00}{.20/12})\left[\frac{(1+(.20/12))^{10}-1}{.20/12}\right] - \frac{10*\$600.00}{.20/12}$$

$$Mga = (\$35{,}000.00 + \$36{,}001.44)\left[\frac{(1+0.0166666)^{10}-1}{0.0166666}\right] - \frac{10*\$600.00}{0.0166666}$$

$$Mga = (\$71{,}001.44)\left[\frac{(1.17973798)-1}{0.0166666}\right] - \frac{\$6{,}000.00}{0.0166666}$$

$$Mga = (\$71{,}001.44)\left[10.78432199\right] - \$360{,}001.44$$

$$Mga = \$765{,}702.39 - \$360{,}001.44$$

$$Mga = \$405{,}700.95$$

**VALOR ACTUAL**

**Datos:**

$R_P$: \$35,000.00
$G_a$: \$600.00
n: 10
i/m: 20% capitalizable: .20/12: .016666

$$VA = \left[Rp1 + \frac{Ga}{\frac{i}{m}}\right]\left[\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} - 1}{\frac{i}{m}}\right]\left[-\frac{n*Ga}{\frac{i}{m}}\right]\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}$$

$$VAga = \left[\$35{,}000.00 + \frac{\$600.00}{.20/12}\left[\frac{(1+(.20/12))^{10}-1}{.20/12}\right] - \frac{10*\$600.00}{.20/12}\right]*(1+{}^{.20}\!/_{12})^{-10}$$

$$VAga = \left[\$35{,}000.00 + \$36{,}001.44\left[\frac{(1+0.0166666)^{10}-1}{0.0166666}\right] - \frac{\$6{,}000.00}{0.0166666}\right]*(1.166666)^{-10}$$

$$VAga = \left[\$71{,}001.44\left[\frac{(1.17973798)-1}{0.0166666}\right] - \frac{\$6{,}000.00}{0.0166666}\right]*(0.21405844)$$

$$VAga = \left[\$71{,}001.44\left[10.78432199\right] - \$360{,}001.44\right]*(0.21405844)$$

$$VAga = \left[\$765{,}702.39 - \$360{,}001.44\right]*(0.21405844)$$

$$Mga = \$405{,}700.95*0.21405844$$

$$Mga = \$86{,}843.71$$

**GRADIENTES GEOMÉTRICOS**

**PROBLEMA 1.-**

**Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg:**

**Datos:**
n = 9
$Mg_g$=?
i= 10% anual = $\frac{10}{2}$% semestral= 5% semestral = 0.00833333 mensual
$R_p$=$24,870.00
$G_g$ = 3.5% semestral

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870(1+0.05/6)\left[\frac{(1+0.05/6)^9-(1+0.035)^9}{(0.05/6)-0.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00(1.008333333)\left[\frac{(1.00833333)^9-(1.035)^9}{(0.008333)-.035}\right]$$

$$Mg_g = \$25,077.24999\left[\frac{1.077549192-1.362897353}{-.026667}\right]$$

$$Mg_g = \$25,077.24999\left[\frac{-0.285348161}{-.026667}\right]$$

$$Mg_g = \$25,077.24999[10.70042228]$$
$$Mg_g = \$268,337.1646$$

**TABLA DE DESPEJES**

| Valor Actual del Rp | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m)\neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br>**Datos:**<br>n = 9<br>Mgg= 268,337.1646<br>i= 10% anual = $\frac{10}{2}$% semestral= 5% semestral = 0.00833333 mensual<br>Rp=?<br>Gg = 3.5% semestral<br>$\frac{\$268,337.1646}{(1+.05/6)\left[\frac{(1+0.05/6)^9-(1+.035)^9}{(.05/6)-.035}\right]} = Rp_1$<br>$\frac{\$268,337.1646}{(1.0083333)\left[\frac{(1.077546018)-(1.362897353)}{(.008333)-.035}\right]} = Rp_1$<br>$\frac{\$268,337.1646}{(1.0083333)\left[\frac{(-0.285351335)}{(-0.026667)}\right]} = Rp_1$<br>$\frac{\$268,337.1646}{(1.0083333)\left[-10.70054131\right]} = Rp_1$<br>$\frac{\$268,337.1646}{(10.78971213)} = Rp_1$<br>$\$24,869.72417 = Rp_1$<br>$\boldsymbol{Rp_1 = \$24,870.00}$ | **Fórmula original:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1(1+i/m)}*(i/m-Gg)\right]=0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.035)^x-(1+.05/6)^x-\left[\frac{\$268,337.1646}{\$24,870.00(1+.05/6)}*(.05/6-.035)\right]=0$<br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 8, 10 respectivamente y obtenemos:**<br>$(1+.035)^8-(1+.05/6)^8-\left[\frac{\$268,337.1646}{\$24,870.00(1+.05/6)}*(.05/6-.035)\right]=0$<br>$(1.316809037)-(1.068643858)-[10.70042228*(-.026666666)]=0$<br>$(1.316809037)-(1.068643858)-0.285344594=-.037179415$<br>$(1+.035)^{10}-(1+.05/6)^{10}-\left[\frac{\$268,337.1646}{\$24,870.00(1+.05/6)}*(.05/6-.035)\right]=0$<br>$(1.410598761)-(1.086528801)-[10.70042228*(-.026666666)]=0$<br>$(1.410598761)-(1.086528801)-0.285344594=.038725366$<br>"n" está entre 8 y 10 |

## Cuotas Pospagables (vencidas) con Gg:

**Datos:**
n = 9
$Mg_g$=?
i= 10% anual = $\frac{10}{2}$% semestral= 5% semestral = 0.00833333 mensual
$R_p$=$24,870.00
$G_g$ = 3.5% semestral

De la Fórmula:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00\left[\frac{(1+0.05/6)^9-(1+0.035)^9}{(0.05/6)-0.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00\left[\frac{(1.0083333)^9-(1.035)^9}{(0.0083333)-0.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00\left[\frac{(1.07754903-1.362897353}{-.0266667}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00\left[\frac{-0.28534323}{-.0266667}\right]$$

$$Mg_g = \$24,870.00\left[10.70054874\right]$$

$$Mg_g = \$266,122.6471$$

**TABLA DE DESPEJES**

| Valor Actual Rp1 | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$ | **Fórmula Original :**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$ |

**Despeje:**

$$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]}=Rp_1$$

**Datos:**

n = 9

$Mg_g$=$266,122.6471

i= 10% anual= $\frac{10}{2}$ % semestral= 5% semestral = 0.00833333 mensual

$R_p$=?

$G_g$ = 3.5%

$$\frac{266122.6471}{\left[\frac{(1+.05/6)^9-(1+.035)^9}{(.05/6)-.035}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{266122.6471}{\left[\frac{(1.077549224)-(1.362897353)}{(.026666)}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{266122.6471}{\left[\frac{(.285348129)}{(.026666)}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{266122.6471}{\left[10.70082236\right]}=Rp_1$$

$$24869.36407=Rp_1$$

**Se tiene que satisfacer la fórmula:**

$$(1+.035)^x-(1+.05/6)^x-\left[\frac{\$266,122.6471}{\$24,870.00}*(.05/6-.035)\right]=0$$

**A prueba y error utilizamos para "x"= 8, 10 respectivamente y obtenemos:**

$$(1+.035)^8-(1+.05/6)^8-\left[\frac{\$266,122.6471}{\$24,870.00}*(.05/6-.035)\right]=0$$

$$(1.316809037)-(1.068643858)-[10.70054874*(-.026666666)]=0$$

$$(1.316809037)-(1.068643858)-0.285347966=-.037182787$$

$$(1+.035)^{10}-(1+.05/6)^{10}-\left[\frac{\$266,122.6471}{\$24,870.00}*(.05/6-.035)\right]=0$$

$$(1.410508761)-(1.086528801)-[10.70054874*(-.026666666)]=0$$

$$(1.410508761)-(1.068643858)-0.285347966=.056516937$$

"n" está entre 8 y 10

**PROBLEMA 2.-**

## Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg:

**Datos:**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 27% nominal con capitalización mensual
$R_p$=$2,700.00
$G_g$ = 4.3%

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00(1+.27/12)\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00(1.0225)\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[31.27000937\right]$$

$$Mg_g = \$86{,}328.67836$$

## TABLA DE DESPEJES

| Valor Actual del Rp | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:** $Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$ | **Fórmula:** $(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mga}{Rp_1(1+i/m)}*(i/m-Gg)\right]=0$ |
| **Despeje:** $\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]}=Rp_1$ | **Se tiene que satisfacer la fórmula:** $(1+.043)^x-(1+.27/12)^x-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$ **A prueba y error utilizamos para "x"= 17, 19 respectivamente y obtenemos:** |

**Datos:**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$=$86,328.67836
i= 27% nominal con capitalización mensual
$R_p$=?
$G_g$ = 4.3%

$$\frac{\$86,328.67836}{(1+.27/12)\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)[31.27000937]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{31.97358458}=Rp_1$$

$$\$2,700.00=Rp_1$$

$$(1+.043)^{17}-(1+.27/12)^{17}-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.045659011)-(1.45974294)-[31.27000937*(-.0205)]=0$$

$$(2.045659011)-(1.45974294)-[-.641035192]=-.055119121$$

$$(1+.043)^{19}-(1+.27/12)^{19}-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[\frac{\$86,328.67836}{2,760.75}*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-[31.27000764*(-.0205)]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-[-.641035156]=.058162586$$

"n" está entre 17 y 19

## Cuotas Pospagables (vencidas) con Gg:

**Datos:**
n = 18 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 27% nominal con capitalización mensual
$R^p$=$2,700.00
$G^g$ = 4.3%

De la Fórmula:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[31.27000937\right]$$

$$Mg_g = \$84{,}429.02529$$

**TABLA DE DESPEJES**

| Valor Actual Rp1 | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br>**Despeje:** | **Fórmula Original:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mga}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:** |

$$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]}=Rp_1$$

**Datos:**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$= 84,429.02529
i= 27% cap. mensual
$R_p$=?
$G_g$ = 4.3%

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[31.27000937\right]}=Rp_1$$

$$\$2,700.00=Rp_1$$

$$(1+.043)^x-(1+.27/12)^x-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$$

**A prueba y error utilizamos para "x"= 17, 19 respectivamente y obtenemos:**

$$(1+.043)^{17}-(1+.27/12)^{17}-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.045659011)-(1.45974294)-\left[31.27000948*(-.0205)\right]=0$$
$$(2.045659011)-(1.45974294)-\left[-.641035194\right]=-.055119123$$

$$(1+.043)^{19}-(1+.27/12)^{19}-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[\frac{\$84,429.02529}{2,700.00}*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[31.27000948*(-.0205)\right]=0$$
$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[-.641035194\right]=.062629245$$

"n" está entre 17 y 19

**GRADIENTES ARITMETICO-GEOMETRICO**

**PROBLEMA 1.-**

$$MGag = [\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} * \left[A1\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]] + [Gg * \left[\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}- (n*i)-1}{\left(\frac{i}{m}\right)^{2}}\right] ]$$

**Datos:**
$A_1$: 1.5
$G_g$: .17
n: 8
i: 15% Capitalización mensual, por lo que sería .15/12= 0.0125

$$MGag = [(1+.0125)^{8} * \left[1.5\frac{(1+.0125)^{8}-1}{.0125}\right]] + [.17 * \left[\frac{(1+.0125)^{8}- \left(\frac{8}{12}*.15\right)-1}{(.0125)^{2}}\right] ]$$

$$MGag = [1.104486101 * \left[1.5\frac{.104486101}{.0125}\right]] + [.17 * \left[\frac{1.104486101- (.1)-1}{.00015625}\right] ]$$

$$MGag = [1.104486101 * \lceil 1.5(8.35888808)\rceil] + [.17 * \left[\frac{.004486101}{.00015625}\right] ]$$

$$MGag = [1.104486101 * \lceil 12.53833212\rceil] + [.17 * \lceil 28.7110464\rceil]$$

$$MGag = [13.84841356 + 4.880877888 ]$$

$$MGag = 18.72929145$$

**PROBLEMA 2.-**

**Datos:**
$A_1$:$5'500,000.00 =5.5
$G_g$: $850,000.00 =.85
n: 40
i: 19.65% nominal con capitalización mensual, por lo que sería .1965/12= 0.016375

$$MGag = [\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} * \left[A1\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]] + [Gg * \left[\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}- (n*i)-1}{\left(\frac{i}{m}\right)^{2}}\right]]$$

$$MGag = [(1.016375)^{40} * \left\lceil 5.5\frac{(1.016375)^{40} - 1}{.016375}\right\rceil] + [.85 * \left\lceil\frac{(1.016375)^{40} - (40 * .1965/12) - 1}{(.016375)^2}\right\rceil]$$

$$MGag = [(1.016375)^{40} * \left\lceil 5.5\frac{.91495672}{.016375}\right\rceil] + [.85 * \left\lceil\frac{1.91495672 - (40 * .016375) - 1}{.00026814062}\right\rceil]$$

$$MGag = [(1.016375)^{40} * \lceil 5.5\ (55.87521954)\rceil] + [.85 * \left\lceil\frac{1.91495672 - (.655) - 1}{.00026814062}\right\rceil]$$

$$MGag = [(1.016375)^{40} * \lceil 5.5\ (55.87521954)\rceil] + [.85 * \left\lceil\frac{.25995672}{.00026814062}\right\rceil]$$

$$MGag = [(1.016375)^{40} * \lceil 5.5\ (55.87521954)\rceil] + [.85 * \lceil 969.4813157\rceil]$$

$$MGag = [1.91495672 * \lceil 307.3137075\rceil] + [\ 824.0591184]$$

$$MGag = \$588.4924493 + \$824.0591184$$

$$MGag = \$1{,}412.551568$$

$$MGag = \$1{,}412{,}551{,}568.00$$

# ANEXO 5



# Ejercicios de Matemáticas Financieras

# Para desarrollar en clase

**Instructor:**

***Dr. Arturo García Santillán***

**Aportación del equipo conformado por:**

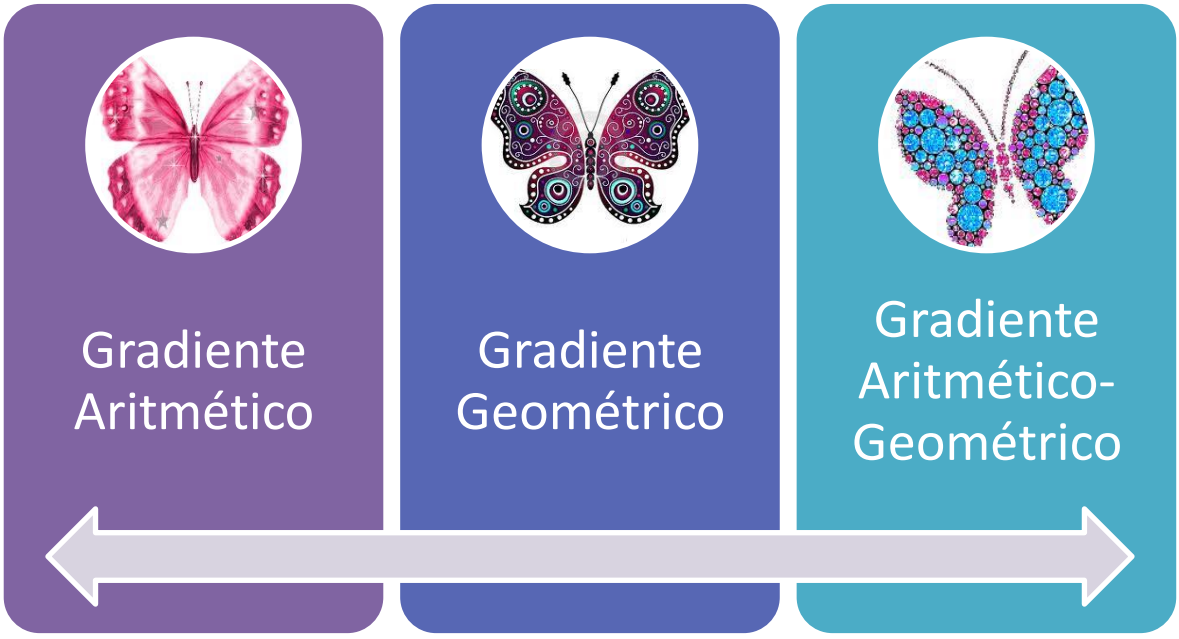
**Aguilar Carmona Denisse**
**Barradas García Edna A.**
**Coria Kavanagh Marisol**
**Terán Gutiérrez Irma E.**

# GRADIENTES

Se refiere a una serie abonos o pagos que aumentan o disminuyen (en $ o %), sea para liquidar una deuda o en su defecto para acumular un determinado fondo de ahorro que puede ser a corto, mediano o largo plazo, incluso a perpetuidad.

La cantidad constante de aumento de aumento o disminución recibe el nombre de gradiente y la cantidad usada como inicio de la serie recibe el nombre de cantidad base o simplemente base.

Se consideran tres tipos de gradientes:

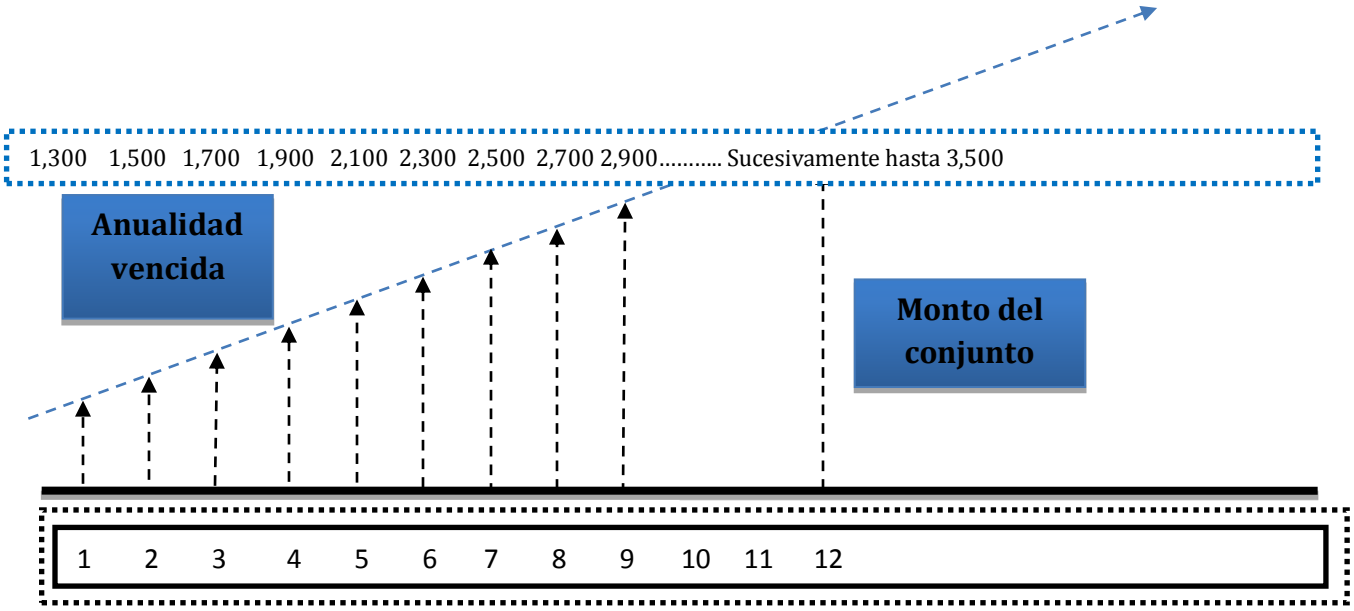


# GRADIENTES ARITMÉTICOS

El gradiente aritmético *(Ga)* o uniforme es una serie de cuotas periódicas o flujos de caja que aumenta o disminuye de manera uniforme. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en la misma cantidad entre cada periodo. A esto se le llama *gradiente aritmético*.

**PROBLEMA 1.-**

Juan Carlos pide prestada cierta cantidad de dinero y firma un contrato-pagaré en el que se estipula la obligación de pagar en un año con pagos mensuales vencidos y una tasa del interés del 30% anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es por $1,300.00 y los pagos sucesivos aumentaran $200.00 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que Juan Carlos pidió prestada.




## VALOR FUTURO

Los pagos forman una sucesión aritmética, en donde la cantidad base es $1,300.00 y el gradiente es igual a $200.00.

**Datos:**
$R_P$=$1,300.00
$G_a$=$200.00
n=12
i=30% anual =30/12=2.5% mensual

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Sustitución de Valores en la Formula:

$$M_{ga} = \left(\$1{,}300 + \frac{\$200.00}{0.025}\right)\left[\frac{(1 + 0.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{12 * \$200.00}{0.025}$$

$$M_{ga} = (\$1{,}300.00 + \$8{,}000.00)\left[\frac{(1.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{\$2{,}400.00}{0.025}$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)\left[\frac{1.344888824 - 1}{0.025}\right] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)\left[\frac{0.344888824}{0.025}\right] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$9{,}300.00)[13.79555297] - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$128{,}298.64 - \$96{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$32{,}298.64$$

## VALOR ACTUAL

**Datos:**
$R_P$=\$1,300.00
$G_a$=\$200.00
n=12
i=30% anual =30/12=2.5% mensual

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1 + i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(\$1{,}300.00 + \frac{\$200.00}{0.025}\right)\left[\frac{(1 + 0.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{12 * 200}{0.025}\right](1 + 0.025)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(\$1{,}300.00 + \$8{,}000.00)\left[\frac{(1.025)^{12} - 1}{0.025}\right] - \frac{\$2{,}400.00}{0.025}\right](1.025)^{-12}$$

$$VA_{ga} = \left[(\$9{,}300.00)\left[\frac{1.344888824 - 1}{0.025}\right] - \$96{,}000.00\right](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = \left[(\$9{,}300.00)\left[\frac{0.344888824}{0.025}\right] - \$96{,}000.00\right](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = [(\$9{,}300.00)[13.79555297] - \$96{,}000.00](0.743555885)$$

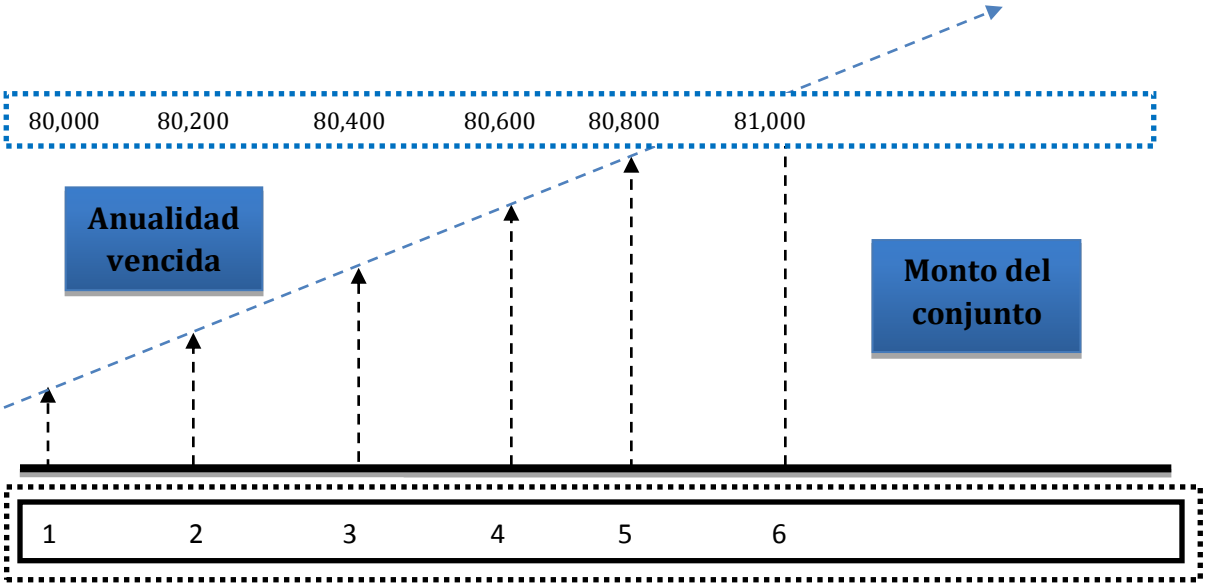
$$VA_{ga} = [\$128{,}298.64 - \$96{,}000.00](0.743555885)$$

$$VA_{ga} = (\$32{,}298.64)(0.743555885)$$

$$VA_{ga} = \$24{,}015.85$$

**Problema 2.-**

El señor Martínez desea conocer el importe total de unos equipos de cómputo que pagara en 6 pagos, siendo el primer depósito de $80,000 y que cada mes crecen en forma aritmética $ga = \$200.00$ si se realiza a una tasa de interés del 24% capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto final del señor Martínez?




## VALOR FUTURO

**Datos:**

$Rp_1 = \$80{,}000.00$

$G_a = \$200.00$

$n = 6$

i/m = .24/12 = 0.02( tasa de interés capitalizable en $m$ periodos por año)

Para resolverlo se ocupa la fórmula del Monto de un conjunto de rentas variables vencidas con gradiente aritmético, la cual es la siguiente:

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Así tenemos:

$$M_{ga} = \left(\$80{,}000.00 + \frac{200.00}{.24/12}\right)\left[\frac{(1 + .24/12)^6 - 1}{.24/12}\right] - \frac{6 * 200.00}{.24/12}$$

$$M_{ga} = \left(\$80{,}000.00 + \frac{200.00}{0.02}\right)\left[\frac{(1 + 0.02)^6 - 1}{0.02}\right] - \frac{6 * 200.00}{0.02}$$

$$M_{ga} = (\$80{,}000.00 + 10{,}000)\left[\frac{(1.126162419) - 1}{0.02}\right] - 60{,}000.00$$

$$M_{ga} = (\$90{,}000.00)[6.30812095] - \$60{,}000.00$$

$$M_{ga} = \$507{,}730.89$$

## VALOR ACTUAL

**Datos:**

$Rp_1 = \$80{,}000.00$
$G_a = \$200.00$
$n = 6$
i/m = .24/12 =0.02(tasa de interés capitalizable en *m* periodos por año)

$$VA_{ga} = \left[\left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{(1 + i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}\right](1 + i/m)^{-n}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(\$80{,}000.00 + \frac{\$200.00}{.24/12}\right)\left[\frac{(1 + .24/12)^6 - 1}{.24/12}\right] - \frac{6 * \$200.00}{.24/12}\right](1 + .24/12)^{-6}$$

$$VA_{ga} = \left[\left(\$80{,}000.00 + \frac{200.00}{0.02}\right)\left[\frac{(1+0.02)^6 - 1}{0.02}\right] - \frac{6 * 200.00}{0.02}\right](1.02)^{-6}$$

$$VA_{ga} = \left[(\$80{,}000.00 + \$10{,}000.00)\left[\frac{(1.126162419) - 1}{0.02}\right] - \$60{,}000.00\right](0.887971382)$$

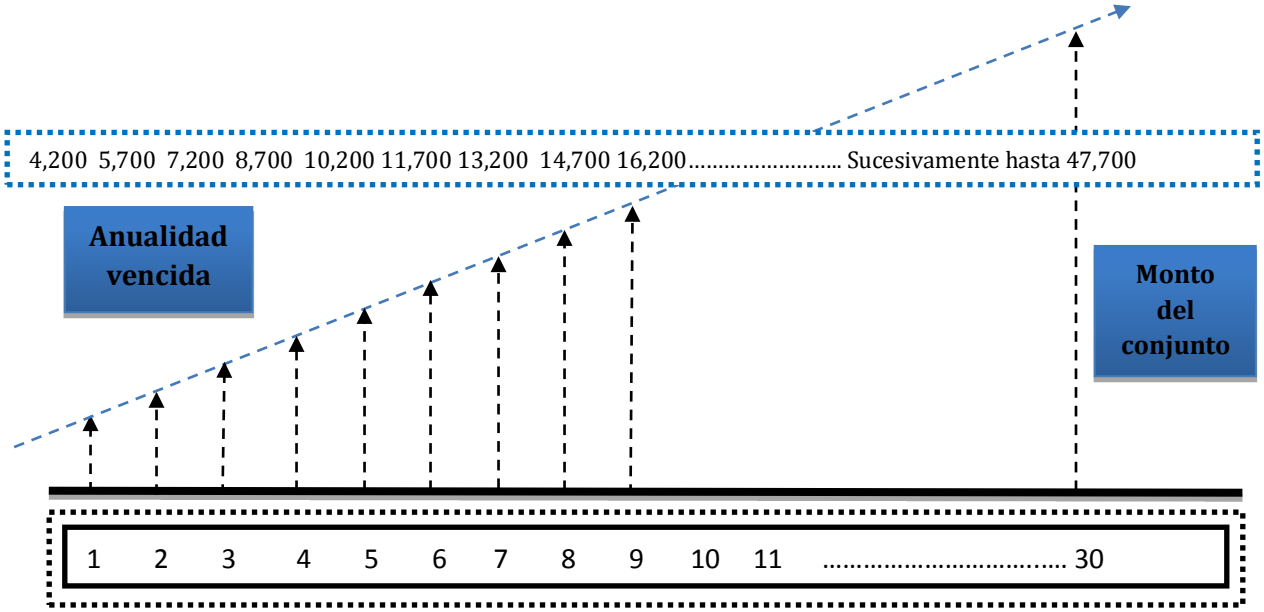
$$VA_{ga} = [(\$90{,}000.00)[6.30812095] - \$60{,}000.00](0.887971382)$$

$$VA_{ga} = [\$507{,}730.89](0.887971382)$$

$$VA_{ga} = \$450{,}850.50$$

**PROBLEMA 3.-**

Ricky Rincón desea conocer el monto de 30 cuotas vencidas, las que crecen en forma aritmética a razón Ga=$1,500.00; con una tasa nominal del 35% capitalizable mensualmente, con pagos de $4,200.00. ¿Cuál sería el monto de esas cuotas al terminar el plazo?



## VALOR FUTURO

**Datos:**

n = 30 mensualidades
$Mg_a$=?
i= 35% nominal con cap. mensual
$R_p$=$4,200.00
$g_a$ = $1,500.00

$$Mga = (Rp_1 + \frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * ga}{i/m}$$

$$Mga = (\$4,200.00 + \frac{\$1,500.00}{.35/12})\left[\frac{(1+.35/12)^{30} - 1}{.35/12}\right] - \frac{30 * \$1,500.00}{.35/12}$$

$$Mga = (\$4,200.00 + \frac{\$1,500.00}{.029166666})\left[\frac{(1+.029166666)^{30} - 1}{.029166666}\right] - \frac{\$45,000.00}{.029166666}$$

$$Mga = (\$4,200.00 + \$51,428.5726)\left[\frac{(1.029166666)^{30} - 1}{.029166666}\right] - \$1,542,857.178$$

$$Mga = (\$4,200.00 + \$51,428.5726)\left[\frac{1.369034242}{.029166666}\right] - \$1,542,857.178$$

$$Mga = \$55,628.5726\left[46.93831794\right] - \$1,542,857.178$$

$$Mga = \$2,611,111.627 - \$1,542,857.178$$

$$Mga = \$1,068,254.449$$

## VALOR ACTUAL

**Datos:**

n = 30 mensualidades
$Mg_a$= $1'068,254.45
i= 35% nominal con cap. mensual
$R_p$=$4,200.00
$g_a$ = $1,500.00

$$VA=\left[(Rp_1+\frac{ga}{i/m})\left[\frac{(1+i/m)^n-1}{i/m}\right]-\frac{n*ga}{i/m}\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA=\left[Mga\right](1+i/m)^{-n}$$

$$VA=\left[(\$4{,}200.00+\frac{\$1{,}500.00}{.35/12})\left[\frac{(1+.35/12)^{30}-1}{.35/12}\right]-\frac{30*\$1{,}500.00}{.35/12}\right](1+.35/12)^{-30}$$

$$VA=\left[(\$4{,}200.00+\$51{,}428.5726)\left[\frac{1.369034242}{.029166666}\right]-\frac{\$45{,}000.00}{.029166666}\right](1.029166666)^{-30}$$

$$VA=\left[(\$55{,}628.5726)\left[46.93831794\right]-\$1{,}542{,}857.18\right](1.029166666)^{-30}$$

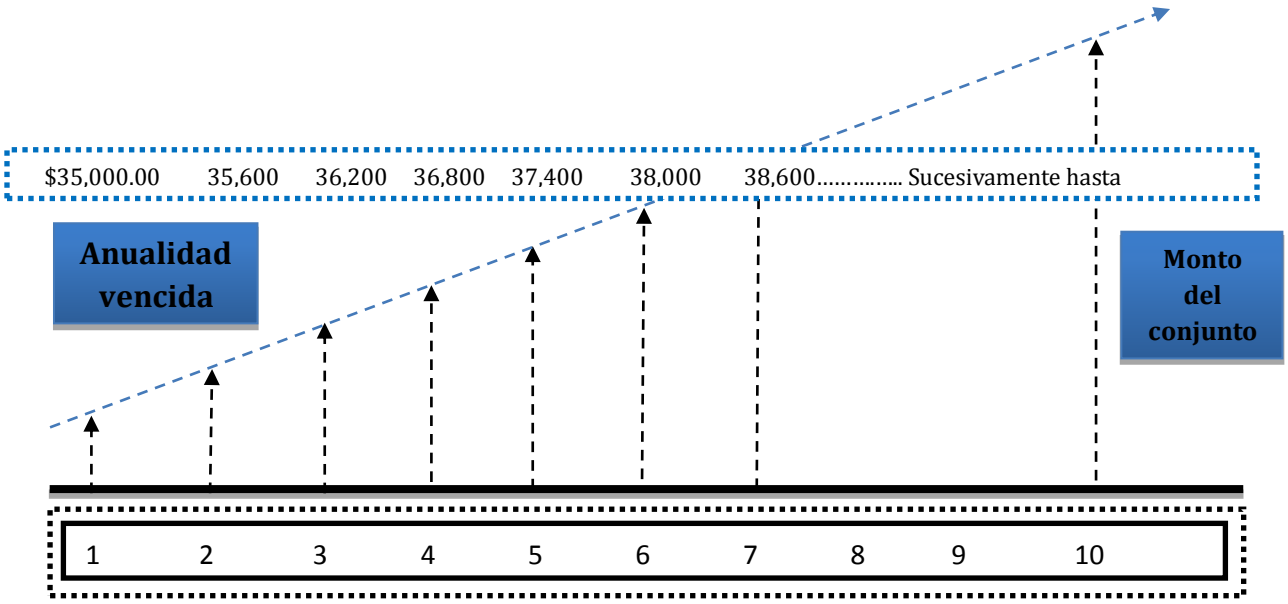
$$VA=\left[\$2{,}611{,}111.63-\$1{,}542{,}857.18\right](.422112936)$$

$$VA=\left[\$1{,}068{,}254.45\right](.422112936)$$

$$VA=\$450{,}924.02$$

**PROBLEMA 4.-**

La compañía Alfa & Omega, S.A. pide un préstamo y para ello firma un contrato con su respectivo pagare en el que se estipula la obligación de pagar en 10 meses con pagos mensuales vencidos y una tasa de interés del 20% anual con capitalización mensual. Si el primer pago mensual es de $35,000 y los pagos sucesivos aumentarán $600.00 cada mes, encuentre la cantidad de dinero que la compañía Alfa &Omega pagará.



## VALOR FUTURO

**Datos:**
$R_{P1}$: $35,000.00
$G_a$: $600.00
n: 10
i/m: 20% capitalizable: .20/12: .016666

$$M_{ga} = \left(Rp_1 + \frac{g_a}{i/m}\right)\left[\frac{\left(1 + i/m\right)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

$$MGa = (\$35{,}000.00 + \left(\frac{\$600.00}{0.0166666}\right)) \left[\frac{1.17973798 - 1}{.0166666}\right] - \frac{10 * \$600.00}{.0166666}$$

$$MGa = (\$35{,}000.00 + \ \$36{,}000.14) \left[\frac{.17973798}{.0166666}\right] - \ \frac{\$6{,}000.00}{.0166666}$$

$$MGa = \$71{,}000.14\,[10.78432194] - \ \$360{,}001.44$$

$$MGa = \$765{,}688.37 - \$360{,}001.44$$

$$\boldsymbol{MGa = \$405,686.93}$$

## VALOR ACTUAL

**Datos:**

$R_P$: $35,000.00
$G_a$: $600.00
n: 10
i/m: 20% capitalizable: .20/12: .0166666

$$VAga = \left[Rp1 + \frac{Ga}{\frac{i}{m}}\right]\left[\frac{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^n - 1}{\frac{i}{m}}\right]\left[-\frac{n * Ga}{\frac{i}{m}}\right] * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{-n}$$

$$VAga = \left[\left(\$35{,}000.00 + \left(\frac{\$600.00}{0.0166666}\right)\right)\left[\frac{1.17973798 - 1}{.0166666}\right] - \frac{10 * \$600.00}{.0166666}\right] * (1.016666)^{-10}$$

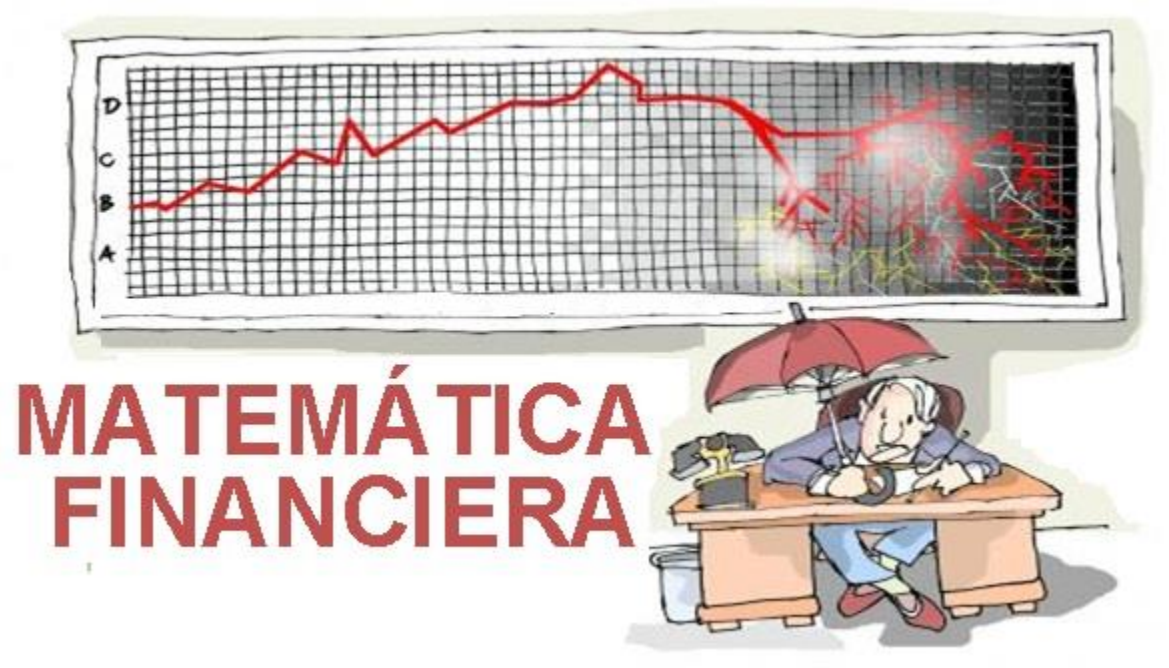
$$VAga = \left[(\$35{,}000.00 + \$36{,}000.14)\left[\frac{.17973798}{.0166666}\right] - \frac{\$6{,}000.00}{.0166666}\right] * (1.016666)^{-10}$$

$$VAga = [\$71{,}000.14\,[10.78432194] - \$360{,}001.44\,] * (1.016666)^{-10}$$

$$VAga = [\$765{,}688.37 - \$360{,}001.44\,] * (1.016666)^{-10}$$

$$VAga = [\$405{,}686.93] * 0.847645847$$

$$VAga = \$343{,}878.84$$

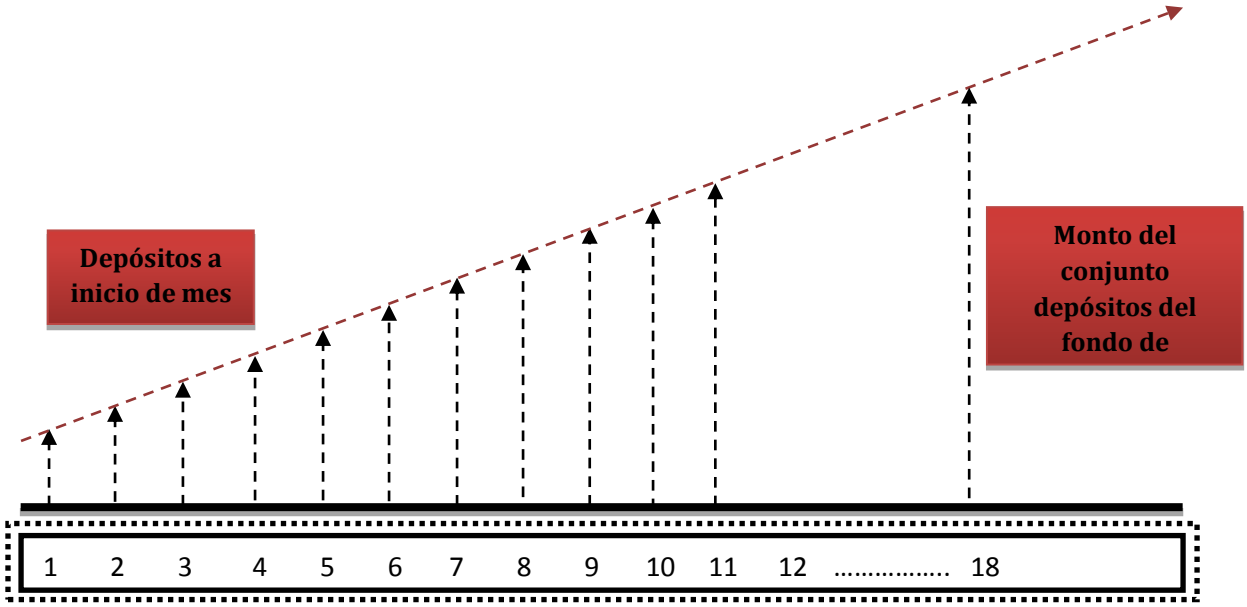


# GRADIENTES GEOMÉTRICOS

Serie de cuotas (rentas) periódicas ó flujos de caja que aumenta o disminuye en porcentajes constantes en períodos consecutivos de pago, en vez de aumentos constantes de dinero. Los flujos de efectivo (cuotas) cambian en el mismo porcentaje entre cada periodo. A esto se le llama gradiente geométrico.

**PROBLEMA 1.-**

Catalina Creel desea conocer el monto acumulado de una inversión de 18 mensualidades (**cuotas anticipadas**), las que crecen en forma aritmética a razón Gg=4.3%; con una tasa nominal del 27% capitalizable mensualmente, siendo su primer deposito de $2,700.00 ¿Cuál sería el monto de la inversión al terminar el plazo?




## Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg:

**Datos:**
n = 18 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 27% cap. mensual = 0.00225 mensual
$R_p$=$2,700.00
$G_g$ = 4.3%

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00(1+.27/12)\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00(1.0225)\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}760.75\left[31.27000937\right]$$

$$Mg_g = \$86{,}328.68$$

## TABLA DE DESPEJES

| Valor Actual del Rp | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br><br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br><br>**Datos:**<br><br>n = 18 mensualidades<br>$Mg_g$=\$86,328.68<br>i= 27% cap. mensual<br>$R_p$=?<br>$G_g$ = 4.3% | **Fórmula:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mga}{Rp_1(1+i/m)}*(i/m-Gg)\right]=0$<br><br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.043)^x-(1+.27/12)^x-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$<br><br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 17, 19 respectivamente y obtenemos:**<br><br>$(1+.043)^{17}-(1+.27/12)^{17}-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$<br><br>$(2.045659011)-(1.45974294)-[31.27000937*(-.0205)]=0$<br>$(2.045659011)-(1.45974294)-[-.641035192]=-.055119121$ |

$$\frac{\$86,328.67836}{(1+.27/12)\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{(1.0225)\left[31.27000937\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$86,328.67836}{31.97358458}=Rp_1$$

$$\$2,700.00=Rp_1$$

$$(1+.043)^{19}-(1+.27/12)^{19}-\left[\frac{\$86,328.67836}{\$2,700.00(1+.27/12)}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[\frac{\$86,328.67836}{2,760.75}*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[31.27000764*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[-.641035156\right]=.058162586$$

"n" está entre 17 y 19

## Cuotas Pospagables (vencidas) con Gg:

**Datos:**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$=?
i= 27% cap. mensual = 0.0225 mensual
$R^p$=$2,700.00
$G^g$ = 4.3%

De la Fórmula:

$$Si(1+i/m)\neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica:

$$Si(1+i/m)\neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{(1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}700.00\left[31.27000937\right]$$

$$Mg_g = \$84{,}429.02529$$

**TABLA DE DESPEJES**

| **Valor Actual Rp1** | **Valor de "n" plazo** |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m)\neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br><br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$ | **Fórmula Original:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mga}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$<br><br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.043)^x-(1+.27/12)^x-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$<br><br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 17, 19 respectivamente y obtenemos:** |

**Datos:**

n = 18 mensualidades
$Mg_g$= 84,429.02529
i= 27% nominal con capitalización mensual = 0.0225 mensual
$R_p$=?
$G_g$ = 4.3%

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{(1+.27/12)^{18}-(1+.043)^{18}}{(.27/12)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{(1.0225)^{18}-(1.043)^{18}}{(.0225)-.043}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{1.492587156-2.133622348}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[\frac{-.641035192}{-.0205}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$84,429.02529}{\left[31.27000937\right]}=Rp_1$$

$$\$2,700.00=Rp_1$$

$$(1+.043)^{17}-(1+.27/12)^{17}-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.045659011)-(1.45974294)-\left[31.27000948*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.045659011)-(1.45974294)-\left[-.641035194\right]=-.055119123$$

$$(1+.043)^{19}-(1+.27/12)^{19}-\left[\frac{\$84,429.02529}{\$2,700.00}*(.27/12-.043)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[\frac{\$84,429.02529}{2,700.00}*(-.0205)\right]=0$$

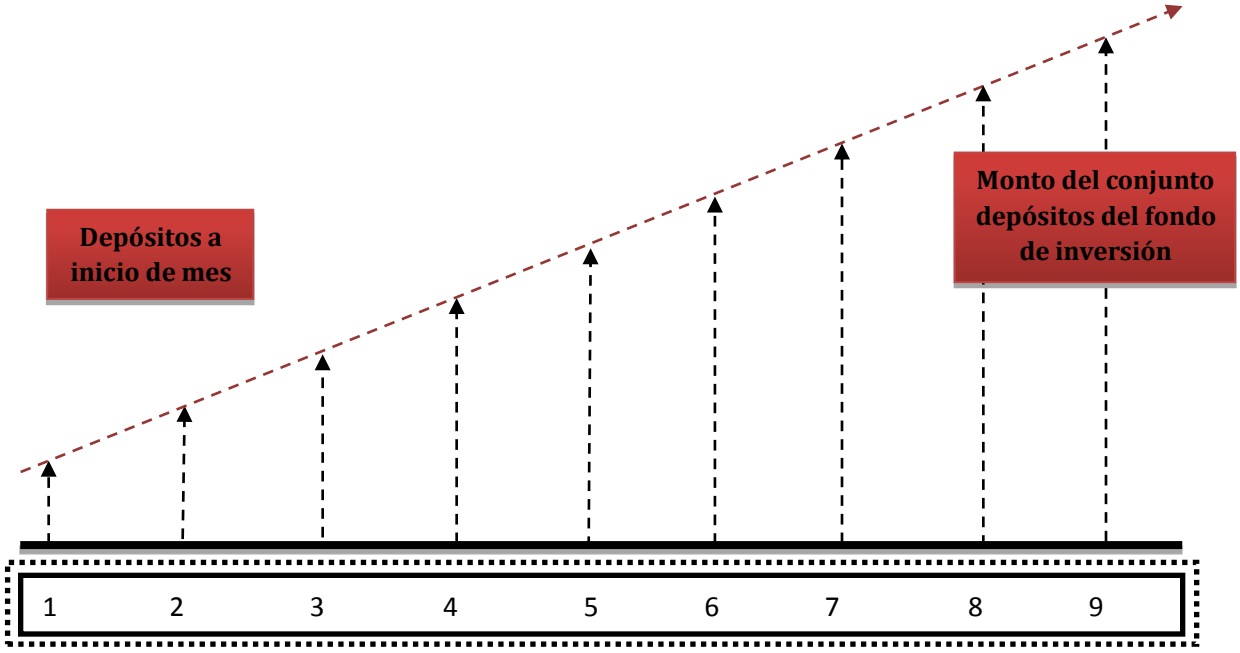
$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[31.27000948*(-.0205)\right]=0$$

$$(2.225368109)-(1.526170367)-\left[-.641035194\right]=.062629245$$

"n" está entre 17 y 19

**PROBLEMA 2.-**

Un padre de familia ha destinado cierta cantidad de dinero para que su hijo estudie una carrera universitaria que dura 9 semestres y debido a la inflación, la colegiatura aumenta el 3.5% semestral. Si el padre deposita el dinero en una cuenta bancaria que paga el 10% semestral capitalizable cada semestre, ¿qué cantidad de dinero acumulará y que será similar a lo que tenga que pagar por el estudio de su bebe? Lo anterior, considerando que la colegiatura correspondiente al primer semestre es de $24,870.00




## Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg:

**Datos:**
n = 9
$Mg_g$=?
i= 10% semestral
$R_p$=$24,870.00
$G_g$ = 3.5% semestral

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870(1+0.10)\left[\frac{(1+0.10)^9-(1+0.035)^9}{(0.10)-0.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870.00(1.10)\left[\frac{(2.35794769)-(1.36289735)}{(0.10)-.035}\right]$$

$$Mg_g = \$27{,}357.00\left[\frac{0.99505034}{0.065}\right]$$

$$Mg_g = \$27{,}357.00\left[15.30846677\right]$$

$$Mg_g = \$418{,}793.73$$

**TABLA DE DESPEJES**

| **Valor Actual del Rp** | **Valor de "n" plazo** |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br>**Datos:**<br>n = 9<br>Mgg= \$418,793.73<br>i= 10% semestral<br>Rp=?<br>Gg = 3.5% semestral<br>$\frac{\$418{,}793.73}{(1+0.10)\left[\frac{(1+0.10)^9-(1+0.035)^9}{(0.10)-0.035}\right]} = Rp_1$ | **Fórmula original:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1(1+i/m)}*(i/m-Gg)\right]=0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.035)^x-(1+.10)^x-\left[\frac{\$418{,}793.73}{\$24{,}870.00(1+.10)}*(.10-.035)\right]=0$<br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 8, 10 respectivamente y obtenemos:**<br>$(1+.035)^8-(1+.10)^8-\left[\frac{\$418{,}793.73}{\$24{,}870.00(1+.10)}*(.10-.035)\right]=0$<br>$(1.316809037)-(2.14358881)-[15.30846694*(0.065)]=0$<br>$(1.316809037)-(2.14358881)-[0.995050351]=0$<br>$(1.316809037)-(2.14358881)-[0.995050351]=-1.821830124$ |

$$\frac{\$418,793.73}{(1.10)\left[\frac{(2.35794769)-(1.36289735)}{(0.10)-.035}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$418,793.73}{(1.10)\left[\frac{0.99505034}{0.065}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$418,793.73}{(1.10)(15.30846677)}=Rp_1$$

$$\frac{\$418,793.73}{(16.83931345)}=Rp_1$$

$$Rp_1=\$24,870.00$$

$$(1+.035)^{10}-(1+.10)^{10}-\left[\frac{\$418,793.73}{\$24,870.00(1+.10)}*(.10-.035)\right]=0$$

$$(1.410598761)-(2.59374246)-\left[\frac{\$418,793.73}{\$27,357.00}*(.10-.035)\right]=0$$

$$(1.410598761)-(2.59374246)-[15.30846694*(0.065)]=0$$

$$(1.410598761)-(2.59374246)-[0.995050351]=0$$

$$(1.410598761)-(2.59374246)-[0.995050351]=-2.17819405$$

**COMPROBACIÓN**

$$(1+.035)^{9}-(1+.10)^{9}-\left[\frac{\$418,793.73}{\$24,870.00(1+.10)}*(.10-.035)\right]=0$$

$$(1.362897353)-(2.357947691)-[15.30846694*(0.065)]=0$$

$$(1.3628977353)-(2.357947691)-[0.9950503338]=0$$

$$-0.995049956[0.9950503338]=0$$

## Cuotas Pospagables (vencidas) con Gg:

**Datos:**

n = 9
$Mg_g$=?
i= 10% semestral
$R_p$=$24,870.00
$G_g$ = 3.5% semestral

De la Fórmula:

$$Si(1+i/m)\neq Gg \qquad Mg_g=Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica:

$$Si(1+i/m)\neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870.00\left[\frac{(1+.10)^9-(1+0.035)^9}{(.10)-0.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870.00\left[\frac{(2.35794769)-(1.36289735)}{(0.10)-.035}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870.00\left[\frac{0.99505034}{0.065}\right]$$

$$Mg_g = \$24{,}870.00\left[15.30846677\right]$$

$$Mg_g = \$380{,}721.57$$

**TABLA DE DESPEJES**

| **Valor Actual Rp1** | **Valor de "n" plazo** |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m)\neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br><br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br><br>**Datos:**<br>n = 9<br>$Mg_g$=$380,721.57<br>i= 10% semestral<br>$R_p$=?<br>$G_g$ = 3.5% | **Fórmula Original :**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$<br><br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.035)^x-(1+.10)^x-\left[\frac{\$380,721.57}{\$24,870.00}*(.10-.035)\right]=0$<br><br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 8, 10 respectivamente y obtenemos:**<br>$(1+.035)^8-(1+.10)^8-\left[\frac{\$380,721.57}{\$24,870.00}*(.10-.035)\right]=0$<br><br>$(1.316809037)-(2.14358881)-[15.30846683*(0.065)]=0$<br><br>$-0.826779773[0.995050344]=-0.168270571$ |

$$\frac{\$380,721.57}{\left[\frac{(1+.10)^{9}-(1+.035)^{9}}{(.10)-.035}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$380,721.57}{\left[\frac{(2.357947691)-(1.362897353)}{0.065}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$380,721.57}{\left[\frac{(0.995050338)}{0.065}\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$380,721.57}{\left[15.30846674\right]}=Rp_1$$

$$\frac{\$380,721.57}{\left[15.30846674\right]}=Rp_1$$

$$\$24,870.00=Rp_1$$

$$(1+.035)^{10}-(1+.10)^{10}-\left[\frac{\$380,721.57}{\$24,870.00}*(.10-.035)\right]=0$$

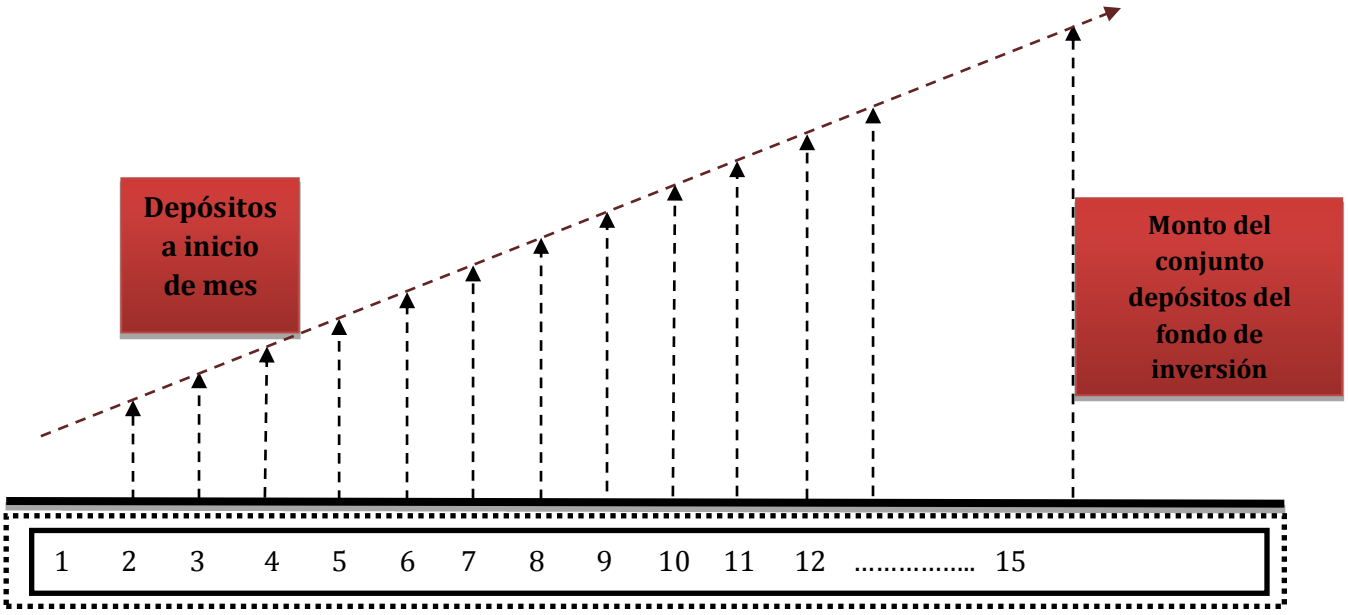
$$(1.410508761)-(2.59374246)-\left[15.38046683*(0.065)\right]=0$$

$$-1.183233699-\left[0.999730344)\right]=0.183503355$$

"n" está entre 8 y 10

**PROBLEMA 3.-**

Grupo Apolo creó un fondo de inversión el cual esta constituido por 15 depósitos mensuales que crecen a una tasa de $G_{g:}$ 7.6%, siendo el importe del primer depósito de $2,000.00. Dichos depósitos tiene una tasa de interés del 15% nominal capitalizable mensualmente. ¿Cuál será el monto acumulado que obtendrá Grupo Apolo?




## Cuotas Anticipadas (Prepagables) con Gg:

**Datos:**

n = 15 depósitos

$Mg_g$=?

"i"= 15% nominal que es igual a: i/m= $\cdot {}^{15}/_{12} = 0.0125$ (Tasa de interés mensual capitalizable en *m* periodos por año)

$R_p$=$2,000.00

$G_g$ = 7.6%

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00(1+\cdot 15/12)\left[\frac{(1+\cdot 15/12)^{15}-(1+0.076)^{15}}{\cdot 15/12-0.076}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{(1.20482918)-3.00043394}{.0125-0.076}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)\left[\frac{-1.79560476}{-0.0635}\right]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}000.00(1.0125)[28.27724032]$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$2{,}025.00(28.27724032)$$

$$\mathrm{Mg}_g = \$57{,}261.41$$

**TABLA DE DESPEJES**

| Valor Actual del Rp | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$<br>**Despeje:**<br>$\frac{Mg_g}{(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]} = Rp_1$<br>**Datos:**<br>$Mg_g = \$57{,}261.41$<br>$Rp_1 = ?$<br>$G_g = 7.6\%$ | **Fórmula Original:**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1(1+i/m)}*(i/m-Gg)\right]=0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.076)^x-(1+.15/12)^x-\left[\frac{\$57{,}261.41}{\$2{,}000(1+.15/12)}*(.15/12-.076)\right]=0$<br>**A prueba y error utilizamos para "x"= 14, 16 respectivamente y obtenemos:**<br>$(1+.076)^{14}-(1+.15/12)^{14}-\left[\frac{\$57{,}261.41}{\$2{,}000(1+.15/12)}*(.15/12-.076)\right]=0$<br>$(2.78850738)-(1.18995474)-[28.27723951*(-.0635)]=0$ |

$n =$ número de depósitos 15

$i/_m = \cdot 15/_{12} = 0.0125$ (Tasa de interés nominal capitalizable en $m$ periodos por año)

$$\frac{\$57{,}261.41}{(1 + \cdot 15/_{12})\left[\frac{(1+\cdot 15/_{12})^{15}-(1+0.076)^{15}}{.15/_{12}-0.076}\right]} = R_{p1}$$

$$\frac{\$57{,}261.41}{(1.0125)\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]} = R_{p1}$$

$$\frac{\$57{,}261.41}{(1.0125)\left[\frac{(1.20482918)-3.00043394}{.0125-0.076}\right]} = R_{p1}$$

$$\frac{\$57{,}261.41}{(1.0125)\left[\frac{-1.79560476}{-0.0635}\right]} = R_{p1}$$

$$\frac{\$57{,}261.41}{(1.0125)[28.27724032]} = Rp_1$$

$$Rp_1 g = \frac{\$57{,}261.41}{28.63070582}$$

$$Rp_1 = \$1{,}999.999943 = \$2{,}000.00$$

$(2.78850738) - (1.18995474) - [-1.795604709] = -0.197052069$

$1.59855264 - [-1.795604709] = -0.197052069$

$$(1+.076)^{16} - (1+.15/12)^{16} - \left[\frac{\$57{,}261.41}{\$2{,}000(1+.15/12)} * (.15/12 - .076)\right] = 0$$

$$(3.228466923) - (1.219889548) - [28.27723951 * (-.0635)] = 0$$

$$(2.008577375) - (1.795604709) = -0.212972666$$

"n" está entre 14 y 16

**COMPROBACIÓN**

$$(1+.076)^{15} - (1+.15/12)^{15} - \left[\frac{\$57{,}261.41}{\$2{,}000(1+.15/12)} * (.15/12 - .076)\right] = 0$$

$(3.000433944) - (1.204829183) - [28.27723951 * (-.0635)] = 0$

$(1.79560476) - (1.79560471) = 0.00000005$

## Cuotas Pospagables (vencidas) con Gg:

**Datos:**

$Rp_1$= \$2,000.00
$G_g = 7.6\%$
$n =$ número de depósitos 15
$m =$ capitalización mensual
$i/_m = {}^{.15}/_{12} = 0.0125$ (Tasa de interés nominal capitalizable en $m$ periodos por año)

De la Fórmula:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

Se Modifica:

$$Si(1+i/m) \neq Gg \qquad Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1+{}^{.15}/_{12})^{15}-(1+0.076)^{15}}{{}^{.15}/_{12}-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{(1.204829183)-3.000433944}{.0125-0.076}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}000.00\left[\frac{-1.795604761}{-0.0635}\right]$$

$$Mg_g = \$2{,}0000.00(28.2772403)$$

$$Mg_g = \$56{,}554.48$$

**TABLA DE DESPEJES**

| Valor Actual Rp1 | Valor de "n" plazo |
|---|---|
| **Fórmula original:**<br>$Si(1+i/m) \neq Gg$<br>$Mg_g = Rp_1\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]$ | **Fórmula Original**<br>$(1+Gg)^x-(1+i/m)^x-\left[\frac{Mgg}{Rp_1}*(i/m-Gg)\right]=0$<br>**Se tiene que satisfacer la fórmula:**<br>$(1+.076)^x-(1+.15/12)^x-\left[\frac{\$56{,}554.48}{\$2{,}000}*(.15/12-.076)\right]=0$ |

**Despeje:**

$$\frac{Mg_g}{\left[\frac{(1+i/m)^n-(1+Gg)^n}{(i/m)-Gg}\right]}=Rp_1$$

**Datos:**

$\mathbf{Rp_1 = \$2,000.00}$

$\mathbf{G_g = 7.6\%}$

**n = número de depositos 15**

$\mathbf{{}^{i}/_{m} = {}^{.15}/_{12} = 0.0125}$

$$\$56{,}554.48 = Rp_1\left[\frac{(1+{}^{.15}/_{12})^{15}-(1+0.076)^{15}}{{}^{.15}/_{12}-0.076}\right]$$

$$56{,}554.48 = Rp_1\left[\frac{(1.0125)^{15}-(1+0.076)^{15}}{.0125-0.076}\right]$$

$$56{,}554.48 = Rp_1\left[\frac{(1.20482918)-3.00043394}{.0125-0.076}\right]$$

$$56{,}554.48 = Rp_1\left[\frac{-1.79560476}{-0.0635}\right]$$

$$56{,}554.48 = Rp_1[28.27724032]$$

$$Rp_1 g = \frac{\$56{,}554.48}{28.27724032}$$

$$Rp_1 = \$1{,}999.999977 = \$2{,}000.00$$

**A prueba y error utilizamos para "x"= 14, 16 respectivamente y obtenemos:**

$$(1+.076)^{14}-(1+.15/12)^{14}-\left[\frac{\$56{,}554.48}{\$2{,}000}*(.15/12-.076)\right]=0$$

$$(2.78850738)-(1.18995474)-[28.27724*(-.0635)]=0$$

$$(2.78850738)-(1.18995474)-[1.79560474]=-0.1970521$$

$$(1+.076)^{16}-(1+.15/12)^{16}-\left[\frac{\$56{,}554.48}{\$2{,}000}*(.15/12-.076)\right]=0$$

$$(3.228466923)-(1.219889548)-[28.27724*(-.0635)]=0$$

$$(3.228466923)-(1.219889548)-[1.79560474]=-0.212972635$$

"n" está entre 14 y 16

**COMPROBACIÓN**

$$(1+.076)^{15}-(1+.15/12)^{15}-\left[\frac{\$56{,}554.48}{\$2{,}000(1+.15/12)}*(.15/12-.076)\right]=0$$

$$(3.000433944)-(1.204829183)-\left[\frac{\$56{,}554.48}{\$2{,}025}*(0.0125-.076)\right]=0$$

$$(3.000433944)-(1.204829183)-[28.27723951*(-.0635)]=0$$

$$1.79560476-[28.27723951*(-.0635)]=0$$

$$(1.79560476)-(1.79560471)=0.00000005$$

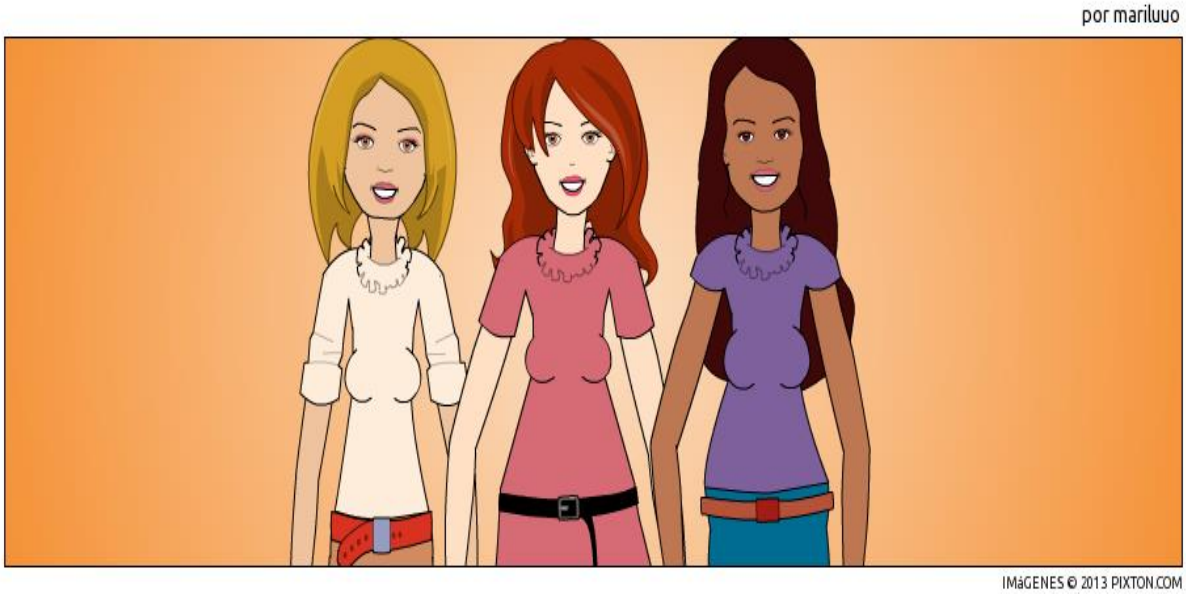
# ANEXO 6

## EJERCICIOS VARIOS PARA PRACTICAR MATEMÁTICAS FINANCIERAS EN EL AULA O EN CASA




**Propuestos por**

**María del Rocío Hernández Rodríguez**
**María de Lourdes Ortíz Troncoso**
**Yazmín María Reyes Torres**



# INTERÉS SIMPLE

1.- Determine el interés que genera un capital de $105,000 en 5 meses, con una tasa nominal del 3%

P= $105,000

i= 3% (.03/12=0.0025)

n= 5 meses

(150/360=.416)

$$I = Pin$$
$$I = \$105,000(0.0025)(5)$$
$$I = \$105,00(0.0125)$$
$$I = \$1,312.50$$

2.- Determine el interés que genera un capital de $310,000 en 7 meses con una tasa nominal del 8%

$P = \$310,000$
$n = 7meses$
$n = (210/360 = .583)$
$i = 8\%$

$$I = Pin$$
$$I = \$310,000(.08)(.583)$$
$$I = \$310,000(.0466)$$
$$I = \$14,447.00$$

3.- Encontrar el monto final simple del siguiente principal:

$P = \$400,000$
$n = 4.5meses$
$i = 20\%(.20/12 = 0.01666667)$

$$S = P(1+in)$$
$$S = \$400,000\left[1+(0.01666667)\left(\frac{4.5}{12}\right)\right]$$
$$S = \$400,000(1.075)$$
$$S = \$430,000.00$$

4.- Determinar el monto y luego despeje sus demás literales:

$P = \$200,000$
$n = 5meses =$
$\left(150/360\right) = .4166$
$i = 20\%$

$$S = P(1+in)$$
$$S = \$200,000.00\left[1+(.20)(.4166)\right]$$
$$S = \$200,000.00(1.0833333)$$
$$S = \$216,666.66$$

5.- Obtenga el valor presente simple de un monto de $60,500.00 considerando una tasa de descuento del 15% nominal en 45 días?.

$S = \$60,500.00$

$i = 15\% _ (.15/12 = 0.0125)$

$n = 45 días$

$45 \diagup 360 = .125$

$$P = \frac{S}{1+in}$$

$$P = \frac{\$60,500.00}{1+\left[.15(.125)\right]}$$

$$P = \frac{\$60,500.00}{1+(.01875)}$$

$$P = \frac{\$60,500.00}{1.01875}$$

$$P = \$59,386.50$$

6.- Encuentre el valor futuro simple de un adeudo que el día de hoy importa $75,400.00 por el cual nos cobrarán una tasa del 6% nominal para pagar dentro de un mes

$P = \$75,400.00$

$i = 6\%(.06/12 = 0.005)$

$n = 12/12 = 1$

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$75,400.00\left[1+(.06/12)(1)\right]$$

$$S = \$75,400(1.005)$$

$$S = \$75,777.00$$

## INTERÉS COMPUESTO

1.- Andrés y Silvana acaban de tener a su primer hijo. Es una niña llamada Luciana. Andrés ese mismo día abre una cuenta para Luciana con la cantidad de $3'000,000.00 ¿Qué cantidad habrá acumulado Luciana para la edad de 8 años si el banco les ofrece un interés ordinario del 6% nominal capitalizable trimestralmente?

$sí, 8 años = 2,920 días(365) _ o _ 2,880(360)$

$en _ un _ año _ con _ interés _ ordinario = 360 días$

$en _ un _ año _ con _ interés _ exacto = 365 días$

$P = \$3,000,000.00$

$i = 6\%$

$m = trimestral$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$3,000,000.00\left(1+\frac{.06}{360}\bullet 90\right)^{\frac{2880}{90}}$$

$$S = \$3,000,000.00(1.015)^{32}$$

$$S = \$3,000,000.00(1.6103243)$$

$$S = \$4,830,972.96$$

2.- Manuelito de 8 años recibió un cheque de su abuelo por $3,000.00 el día que ganó un concurso de natación. Pasó el tiempo y Manuelito olvido que había depositado ese dinero en una cuenta de ahorro. A sus 26 años decide retirar lo acumulado. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta Manuelito, si inicialmente le dieron una tasa del 12% nominal con capitalización mensual y así continuó hasta el final, suponiendo que pasaron 18 años y el interés es ordinario (360)?

$P = \$3,000.00$
$i = 12\%$
$m = mensual$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$3,000\left(1+\frac{.12}{360}\bullet 30\right)^{\frac{6480}{30}}$$

$$S = \$3,000\left(1.01\right)^{216}$$

$$S = \$3,000\left(8.5786062\right)$$

$$S = \$25,735.82$$

$sí, 18 años = 6,480 días$
$1 año = 360 días$

3.- La Sra. Borja decidió ir de compras y adquirió una bolsa Fendi de la temporada recién salida en abril a $5,689.45. El Sr. Borja, no paga la tarjeta durante 4 meses y si el banco cobra un interés mensual de 3.344% ¿Cuál será su saldo al mes de agosto?

$P = \$5,689.45$
$n = 4 meses$
$i = 3.344\%$

$$S = P\left(1+i\right)^{n}$$

$$S = \$5,689.45\left(1+.03344\right)^{4}$$

$$S = \$5,689.45(1.03344)^{4}$$

$$S = \$5,689.45\left(1.1406202\right)$$

$$S = \$6,489.50$$

4.- Susana decide regalarle un coche a su hija que cumple 17 años. Y acuerda pagar un enganche de $65,000.00 y saldar el resto en otro pago de $58,000.00 tres meses después. Si 56 días antes de la fecha de vencimiento del adeudo de los $58,000.00 Susana recibe una gran herencia pero decide abrir un pagaré 28 días antes del vencimiento de su adeudo. ¿Qué cantidad debe depositar para que el monto final cubra exactamente los $58,000.00 que adeuda si la tasa de interés anual es del 11.571% capitalizable mensualmente?

$S = \$58,000.00$
$n = 28 días$
$i = 11.571\%$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$
$$\$58,000.00 = P\left(1+(\frac{.11571}{360}+30)\right)^{28}$$
$$\$58,000.00 = P(1.009425)^{0.93333333}$$
$$\$58,000.00 = P\left(1.008793912\right)$$
$$P = \frac{\$58,000.00}{1.008793912}$$
$$P = \$57,494.40$$

5.- El Sr. Humberto Secchi quiere hacer 2 viajes para celebrar los 15 años de sus hijas respectivamente; con valor de $25,000.00 cada uno. Para ello abre dos cuentas de ahorro, una para el viaje a Argentina que será con Alicia que actualmente tiene 11 años y 10 meses y la otra para el Crucero por el Caribe que será con Valeria quien tiene 9 años y 3 meses. El banco le ofrece un interés anual del 14.8% capitalizable mensualmente. ¿Cuánto debe depositar en cada cuenta?

$S = \$25,000.00$
$i = 14.8\%$
$m = mensual$
$n_1 = 3_años_2_meses_(38_meses)$
$n_2 = 5_años_9_meses_(69_meses)$

$38_meses = 1,140_días$
$1_mes = 30_días$

$69_meses = 2,070_días$
$1_mes = 30_días$

$$P = \frac{S}{(1+i)^{n}}$$
$$P = \frac{\$25,000.00}{\left(1+\frac{.148}{360}\bullet 30\right)^{\frac{1140}{30}}}$$
$$P = \frac{\$25,000}{\left(1.0123333\right)^{38}}$$
$$P = \frac{\$25,000.00}{1.593286477}$$
$$P = \$15,690.84$$

$$Crucero_Caribe$$
$$P = \frac{S}{(1+i)^{n}}$$
$$P = \frac{\$25,000.00}{\left(1+\frac{.148}{360}\bullet 30\right)^{69}}$$
$$P = \frac{\$25,000}{(1.0123333)^{69}}$$
$$P = \frac{\$25,000.00}{2.329823814}$$
$$P = \$10,730.40$$

6.- ¿En cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestralmente?

$P = \$1,000.00$
$i = 13\%_anual$
$m = trimestral = 90_días$
$X = 2$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)P}{\log(1+\frac{.13}{360}\bullet 90)}$$
$$n = \frac{\log(2)P}{\log 1.0325} = \frac{.3010299}{.0138900}$$
$$n = 21.6724190$$

$$S = \$1,000.00(1.0325)^{21.67241901}$$
$$S = \$1,000.00(2.000005581)$$
$$S = \$2,000.00$$

7.- ¿En cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable mensualmente?

$P = \$1,000$
$i = 13\% anual$
$m = mensual = 30días$
$X = 2$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)P}{\log\left(1+\frac{.13}{360}\bullet 30\right)}$$
$$n = \frac{\log(2)P}{\log 1.0108333} = \frac{.3010299}{.0046795}$$
$$n = 64.3289647$$

$$S = \$1,000.00(1.0108333)^{64.3289647}$$
$$S = \$1,000.00(2.0000)$$
$$S = \$2,000.00$$

8.- ¿En cuánto tiempo se duplica una inversión de $5,000 al 13% anual capitalizable mensualmente?

$P = \$5,000$
$i = 13\% anual$
$m = mensual$
$X = 2$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)P}{\log(1+\frac{.13}{360}\bullet 30)}$$
$$n = \frac{\log(2)P}{\log 1.0108333} = \frac{.3010299}{.0046795}$$
$$n = 64.3289647$$

$$S = \$5,000.00(1.0108333)^{64.3289647}$$
$$S = \$5,000.00(1.999999999)$$
$$S = \$9,999.99 = \$10,000.00$$

9.- ¿En cuánto tiempo se duplica una inversión de $1,000.00 al 6.5% anual capitalizable mensualmente?

$P = \$1,000.00$
$i = 6.5\% anual$
$m = mensual$
$X = 2$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$

$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$

$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)P}{\log\left(1+\frac{.065}{360}\bullet 30\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)P}{\log 1.0054166} = \frac{.3010299}{.0023460}$$

$$n = 128.3134699$$

$$S = \$1,000.00(1.0054166)^{128.3134699}$$
$$S = \$1,000.00(2)$$
$$S = \$1,000.00$$

10.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestralmente alcanza los $3,500.00?

$P = \$1,000.00$
$i = 13\%_anual$
$m = trimestral_(90_días)$
$X = \$3,500.00$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$

$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$

$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log\left(1+\frac{.13}{360}\bullet 90\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.0325)}$$

$$n = \frac{.5440680}{.0138900}$$

$$n = 39.16959549$$

$$S = \$1,000.00(1.0325)^{39.16959549}$$
$$S = \$1,000.00(3.5)$$
$$S = \$3,500.00$$

11.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable mensualmente alcanza los $3,500.00? (Compruébelo usted con "S")

$P = \$1,000.00$
$i = 13\%_anual$
$m = mensualmente$
$X = 3.5$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log\left(1+\frac{.13}{360}\bullet 30\right)}$$
$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.0108333)}$$
$$n = \frac{.5440680}{.00467954}$$
$$n = 116.2652711$$

12.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $1,000.00 al 6.5% anual capitalizable mensualmente alcanza los $3,500.00? (Compruébelo usted con "S")

$P = \$1,000.00$
$i = 6.5\%_anual$
$m = mensual_(30)$
$X = 3.5$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log\left(1+\frac{.065}{360}\bullet 30\right)}$$
$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.0054166)}$$
$$n = \frac{.544068044}{0.002346051}$$
$$n = 231.9079813$$

13.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $1,000.00 al 13% anual capitalizable trimestralmente alcanza los $3,500.00? (Compruébelo usted con "S")

$P = \$1,000.00$
$i = 13\%_anual$
$m = trimestral_(90_días)$
$X = 3.5$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$
$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$
$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$
$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log\left(1+\frac{.13}{360}\bullet 90\right)}$$
$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.0325)}$$
$$n = \frac{.544068044}{.01389006}$$
$$n = 39.16959549$$

14.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $10,000.00 al 13% anual capitalizable mensualmente alcanza los $35,000.00? (Compruébelo usted con "S")

$P = \$10,000.00$

$i = 13\%_anual$

$m = mensual$

$X = 3.5$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$

$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$

$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log\left(1+\frac{.13}{360}\bullet 30\right)}$$

$$n = \frac{\log(3.5)}{\log(1.01083333)}$$

$$n = \frac{0.54406804}{.00467955}$$

$$n = 116.264915$$

15.- ¿En cuánto tiempo una inversión de $1,000.00 al 6.5% anual capitalizable mensualmente alcanza los $5,000.00?

$P = \$1,000.00$

$i = 6.5\%_anual$

$m = mensual$

$X = 5$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)P$$

$$n = \frac{(x)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(x)P$$

$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(5)}{\log\left(1+\frac{.065}{360}\bullet 30\right)}$$

$$n = \frac{\log(5)}{\log(1.0054166)}$$

$$n = \frac{0.6989700}{.00234608}$$

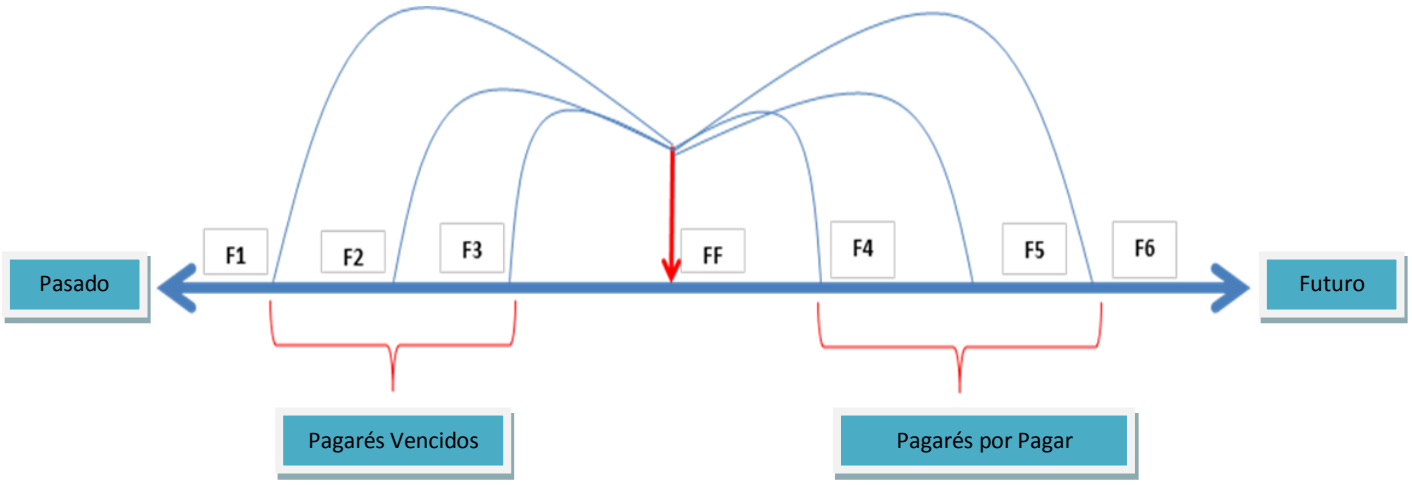
$$n = 297.930994$$

# RESTRUCTURACIÓN DE UNA DEUDA

Para desarrollar este proceso, se deben observar algunos pasos:

En primer término se debe establecer una fecha focal, es lo más importante en una reestructuración, ya que a partir de ahí, se establecen los momentos de valuación de deuda y el nuevo esquema de pagos.

**De manera visual, establecer la línea de tiempo, ayuda para ordenar la ubicación de cada uno de los pagarés.**




**PARA VALUAR LA DEUDA UTILIZAMOS LA SIGUIENTE FÓRMULA**

**Se pueden utilizar dos tipos de tasas de interés**

$i_a$ = *P/ Acumular* $i_d$ = *P/Descontar*

$$V_{DO} = \sum_{1=n}^{f1} F_1(1+(1+(\frac{i_a}{m}*m))^{\frac{n}{m}}...F_n(1+(\frac{i_a}{m}*m))^{\frac{n}{m}} + F_{FF} + \sum_{1=n}^{fi} \frac{F1}{(1+\frac{i_d}{m})^{\frac{n}{m}}} + ... \frac{Fn}{(1+\frac{i_d}{m})^{\frac{n}{m}}}$$

## Desarrollar un ejercicio con los siguientes datos:

Para $V_{DO}$

$F_1$= \$100.00 2 Meses (por vencer)

$F_2$= \$200.00 4 Meses (por vencer)

$F_3$= \$300.00 6 Meses (vencido)

$i_a$= 12%

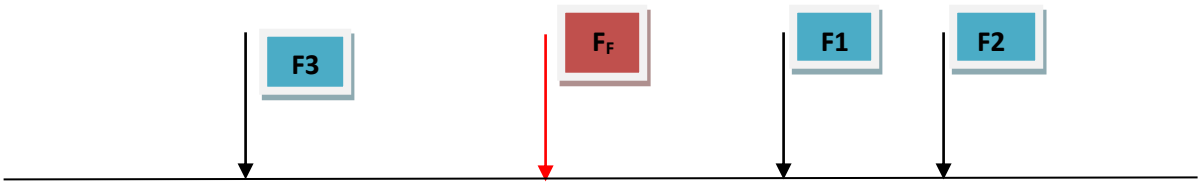
$i_d$= 6%

m= Mensual

$F_{a1}=(1+i/m)^{n/m}$

$F_{a2}=(1+i/m)^{n/m}$

$V_{NE}$= 5 Pagos iguales a partir de la fecha focal (cada mes)




1er Paso: Valuar la deuda

$$V_{DO} = F_3(1+\frac{.12}{12})^6 + 0 + \frac{F_1}{(1+\frac{.06}{12})^2} + \frac{F_2}{(1+\frac{.06}{12})^4}$$

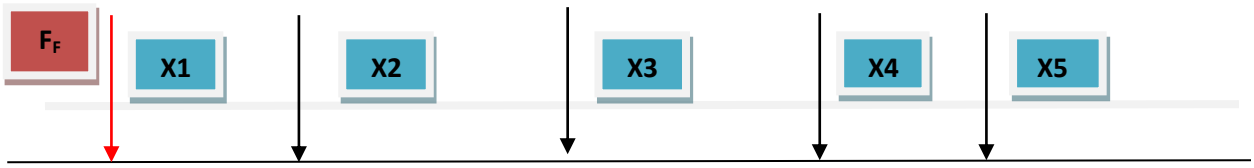
$$V_{DO} = F_3(1.01)^6 + 0 + \frac{F_1}{(1.005)^2} + \frac{F_2}{(1.005)^4}$$

$$V_{DO} = F_3 + (1.0615201) + 0 + \frac{F_1}{(1.010025)} + \frac{F_2}{(1.0201505)}$$

$$V_{DO} = \$318.45 + 0 + \$99.00 + +\$196.05$$

$$V_{DO} = \$613.50$$

2º. Paso: Valuar el Nuevo Esquema de Pagos




$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{(F_{Desc})} + \frac{X_3}{(F_{Desc})} + \ldots \frac{X_5}{(F_{Desc})}$$

$$V_{NE} = X_{1FF} + \frac{X_2}{(F_{A2})} + \frac{X_3}{(F_{A2})} + \ldots \frac{X_5}{(F_{A2})}$$

$$V_{NE} = 1 + \frac{1_2}{(1+\frac{0.06}{12})^1} + \frac{1_3}{(1+\frac{0.06}{12})^2} + \frac{1_4}{(1+\frac{0.06}{12})^3} + \frac{1_5}{(1+\frac{0.06}{12})^4}$$

$$V_{NE} = 1 + 0.99502488 + 0.9900745 + 0.98514876 + 0.98024752 = 4.95049566$$

$$Y = \frac{V_{Do}}{V_{NE}}$$

$$Y = \frac{\$613.50}{4.95049566} = \$123.93$$

$$Y = (123.93)(5) = \$619.65$$

## OTROS EJERCICIOS DE ECUACIONES EQUIVALENTES

## CON INTERÉS SIMPLE ORDINARIO

La deuda original es de $125,000.00 a pagar en 2 pagos: uno en 3 meses por $65,000.00 y el segundo en 5 meses por $60,000.00; por los cuales nos cobran un interés del 20%. Como sabemos que no se podrán liquidar, le proponemos al proveedor liquidarle en 5 pagos iguales, uno en la fecha focal acordada, otro 60, 120, 180 y 240 días después de la fecha focal. Se acuerda la tasa de interés del 18% nominal, de ahí que se establece el nuevo esquema de pagos, a partir del siguiente procedimiento:

$V_{DO} = \$125,000.00$
$n_1 = 3_meses/12 = .25$
$S_1 = \$65,000.00$
$i = 20\%$
$n_2 = 5_meses/12 = .4166666$
$S_2 = \$60,000.00$
$i_d = 18\%$

$$V_E = \frac{S}{1+in_1} + \frac{S}{1+in_2}$$

$$V_E = \frac{\$65,000.00}{1+\left[(.20)(.25)\right]} + \frac{\$60,000.00}{1+\left[(.20)(.416666)\right]} = \frac{\$65,000.00}{1.05} + \frac{\$60,000.00}{1.0833333}$$

$$V_E = \$61,904.76 + \$55,384.62$$

$$V_E = \$117,289.38$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{1+(.18+(60/360))} + \frac{X_3}{1+(.18+(120/360))} + \frac{X_4}{1+(.18+(180/360))} + \frac{X_5}{1+(.18+(240/360))}$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{1+(.18+(0.1666666))} + \frac{X_3}{1+(.18+(0.3333333))} + \frac{X_4}{1+(.18+(0.5))} + \frac{X_5}{1+(.18+(0.6666666))}$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{1+(.18+(0.1666666))} + \frac{X_3}{1+(.18+(0.3333333))} + \frac{X_4}{1+(.18+(0.5))} + \frac{X_5}{1+(.18+(0.6666666))}$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{1+(0.02999999)} + \frac{X_3}{1+(0.0599999)} + \frac{X_4}{1+(0.09)} + \frac{X_5}{1+(.18+(0.1199999)}$$

$Si_toda_X_=_a_1_tenemos:$

$$V_{NE} = 1_1 + \frac{1_2}{1.02999999} + \frac{1_3}{1.0599999} + \frac{1_4}{1.09} + \frac{1_5}{1.1199999}$$

$$V_{NE} = 1 + 0.970873796 + 0.9433963 + 0.9174311 + 0.892857$$

$$V_{NE} = 4.724558196$$

$$Y = \frac{V_{Do}}{V_{NE}}$$

$$Y = \frac{\$117,289.38}{4.724558196} = \$24,825.47$$

$$\Sigma Y = (\$24,825.47)(5) = \$124,127.35$$

# TASAS EQUIVALENTES

1. Calcule la tasa actual efectiva, si tiene una tasa nominal mensual del 12%

¿Cuál es la tasa efectiva?

$$fe=\left[(1+i)^{n}-1\right]*100$$
$$fe=\left[(1+\frac{.12}{12})^{12}-1\right]*100$$
$$fe=\left[(1+.01)^{12}-1\right]*100$$
$$fe=\left[(1.01)^{12}-1\right]*100$$
$$fe=\left[1.126825-1\right]*100$$
$$fe=.126825*100$$
$$fe=12.6825$$

2. Considere la tasa del 12% nominal ¿Cuál es la tasa efectiva si las capitalizaciones fueran quincenales, mensuales o bimestrales?

*i=12% Nominal*
*m1= Quincenal*
*m2=Mensual*
*m3= Bimestral*

| ***-Quincenal-*** | ***-Mensual-*** | ***-Bimestral-*** |
|---|---|---|
| $fe1=\left[(1+i)^{n}-1\right]*100$ | $fe2=\left[(1+i)^{n}-1\right]*100$ | $fe3=\left[(1+i)^{n}-1\right]*100$ |
| $fe1=\left[\left(1+\frac{.12}{24}\right)^{24}-1\right]*100$ | $fe2=\left[\left(1+\frac{.12}{12}\right)^{12}-1\right]*100$ | $fe3=\left[\left(1+\frac{.12}{6}\right)^{6}-1\right]*100$ |
| $fe1=\left[(1+.005)^{24}-1\right]*100$ | $fe2=\left[(1+.01)^{12}-1\right]*100$ | $fe3=\left[(1+.02)^{6}-1\right]*100$ |
| $fe1=\left[1.1271597-1\right]*100$ | $fe2=\left[1.126825-1\right]*100$ | $fe3=\left[1.12616-1\right]*100$ |
| $fe1=(.1271597)100$ | $fe2=(.126825)100$ | $fe3=(.12616)100$ |
| $fe1=12.7159776$ | $fe2=12.6825$ | $fe3=12.616$ |

# TASAS EFECTIVAS

Considere una tasa nominal del 23% y capitalización quincenal ¿Cuál es la tasa efectiva?

Tasa efectiva

$$T_E = \left[(1+i)^n - 1\right]100$$

$$T_E = \left[(1+\frac{.23}{24})^{24} - 1\right]100$$

$$T_E = \left[(1.00958)^{24} - 1\right]100$$

$$T_E = (0.25712)(100)$$

$$T_E = 25.71\%$$

Además:

Considere una tasa de inflación del 4% anual ¿Cuál es la tasa real?

i=23% nominal con capitalización quincenal te=25.71%

Tasa real

$$T_R = \left[\frac{T_E - T_i}{1+T_i}\right]100$$

$$T_R = \left[\frac{0.2571 - 0.04}{1+0.04}\right]100$$

$$T_R = \left[\frac{0.2171}{1.04}\right]100$$

$$T_R = \left[0.20875\right]100$$

$$T_R = 20.875\%$$

# INTERÉS COMPUESTO

Una persona invierte $20,000.00 con una tasa del 15% nominal ordinario capitalizable bimestralmente, los ocupará pasados 1,250 días, los retirará a los 1246 días. ¿Qué importe obtendrá?

P=$20,000.00
i=15% nominal
m= bimestral
n= 1,246 días

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$20,000.00(1+\frac{.15}{6})^{1246/60}$$

$$S = \$20,000.00(1.025)^{20.7666667}$$

$$S = \$20,000.00(1.66993258) = \$33,398.65$$

Pasados 1,250 días, decide invertir en pagarés a 14 días. ¿En cuánto tiempo triplicará su inversión?

Primero consideramos que:

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (x)\,p$$

Para calcular el tiempo en la inversión "n" veces" se parte de la fórmula de origen para utilizar ahora logaritmos a partir de la siguiente expresión:

$\log\left(1+\frac{1}{m}\right)^{n}$ y $\log(x)\,p$ de ahí obtenemos: $n\dfrac{\log(x)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$

**Resultando:**

$$n = \frac{\log 3}{\log\left(1 + ({}^{0.15}\!/_{360} * 14\right)}$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.00583333)}$$

$$n = \frac{0.47712125}{0.00252602}$$

$$n = 188.882416$$

***Comprobación:***

$$x = 3p$$

$$x = 3(\$33,398.65)$$

$$x = \$100,195.95$$

***El resultado son 188.882416 períodos de 14 días***

$$S = P\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$33,398.65(1.00583333)^{188.882416}$$

$$S = \$33,398.65(3.000000)$$

$$S = \$100,195.95$$

# LOGARITMOS

1.- El Profesor Santillán decide invertir $450,000.00 con una tasa nominal del 17% anual capitalizables bimestralmente. ¿En cuánto tiempo cuadriplicará su inversión?

$P = \$450,000.00$

$i = 17\% anual$

$m = bimestral(60_días)$

$X = 4$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (X)P$$

$$n = \frac{(X)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(X)P$$

$$n = \frac{\log(X)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(4)}{\log\left(1+\frac{.17}{360}\bullet 60\right)}$$

$$n = \frac{\log(4)}{\log(1.0283333)}$$

$$n = \frac{.60205999}{.0121339}$$

$$n = 49.6180134$$

*Comprobaciones*

$X = 4$

$X(P)$

$4(\$450,000)$

$\$1,800,000$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$450,000.00(1.0283333)^{49.6180134}$$

$$S = \$450,000.00(4.0000000002)$$

$$S = \$1,800,000.00$$

2.- La Compañía Coco-Fresh decide invertir $3’000,000.00 para la creación de un fondo que ayudará en el futuro a la promoción de un nuevo producto. El Banco le ofrece una tasa nominal del 21% capitalizable mensualmente. ¿En cuánto tiempo duplicara su inversión?

Se pide además, comprobarlo mediante la fórmula del monto.

$P = \$3'000,000.00$

$i = 21\% = .21/12 = 0.0175$

$m = 30$

$X = 2P$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (X)P$$

$$n = \frac{(X)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(X)P$$

$$n = \frac{\log(X)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log\left(1+\frac{.21}{360}\bullet 30\right)}$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1.0175)}$$

$$n = \frac{.3010299}{.007534418}$$

$$n = 39.9539685$$

*Comprobaciones*

$X = 2$

$X(P)$

$2(\$3'000,000.00)$

$\$6'000,000.00$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$3'000,000.00(1.0175)^{39.953968}$$

$$S = \$3'000,000.00(1.9999995)$$

$$S = \$5'999,998.62 = \$6'000,000.00$$

3.- La Universidad Costa del Sur decide invertir medio millón de dólares para llevar a cabo en el corto plazo un nuevo proyecto de ampliación de sus instalaciones. ¿En cuánto tiempo lo podría triplicar si el Banco en donde abrirá esa inversión le ofrece una tasa nominal ordinaria del 5% capitalizable cada 20 días?

$P = \$500,000$

$X = 3$

$i = 5\%$

$m = 20$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (X)P$$

$$n = \frac{(X)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(X)P$$

$$n = \frac{\log(X)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log\left(1+\frac{.05}{360}\bullet 20\right)}$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.0027777)}$$

$$n = \frac{.47712125}{.00120467}$$

$$n = 396.06055$$

*Comprobaciones*

$X = 3$

$X(P)$

$3(\$500,000.00)$

$\$1,500,000.00$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$500,000.00(1.0027777)^{396.06055}$$

$$S = \$500,000.00(2.9999999996)$$

$$S = \$1'499,999.99 = \$1'500,000.00$$

4.- El Sr. Alfonso decide invertir $16,000.00 para poder irse de viaje. El Banco le da una tasa anual ordinaria del 8.4% capitalizable trimestralmente. ¿En cuánto tiempo tendrá $64,000.00?

$P = \$16,000.00$

$i = 8.4\%$

$m = 90(.084/360 * 90 = 0.021)$

$X = 4$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (X)P$$

$$n = \frac{(X)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(X)P$$

$$n = \frac{\log(X)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(4)}{\log\left(1+\frac{.084}{360}\bullet 90\right)}$$

$$n = \frac{\log(4)}{\log(1.021)}$$

$$n = \frac{.60205999}{.00902574}$$

$$n = 66.7047635$$

*Comprobaciones*

$X = 4$

$X(P)$

$4(\$16,000.00)$

$\$64,000.00$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$16,000.00(1.021)^{66.7047635}$$

$$S = \$16,000.00(4.000000000)$$

$$S = \$64,000.00$$

5.- Una compañía hotelera invierte $1’000,000.00 para la remodelación de sus instalaciones, con una tasa nominal del 16% capitalizable bimestralmente. ¿En cuánto tiempo triplicara su inversión y así poder poner en práctica su obra?

$P = \$1,000,000$

$i = 16\%$

$m = 60$

$X = 3$

$$P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = (X)P$$

$$n = \frac{(X)P}{\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$\log\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n} = \log(X)P$$

$$n = \frac{\log(X)}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log\left(1+\frac{.16}{360}\bullet 60\right)}$$

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1.026666667)}$$

$$n = \frac{.477121255}{.011429462}$$

$$n = 41.74485684$$

*Comprobaciones*

$X = 3$

$X(P)$

$3(\$1'000,000.00)$

$\$3'000,000.00$

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$1'000,000.00(1.02666666)^{41.7448571}$$

$$S = \$1'000,000.00(2.9999999)$$

$$S = \$2'999,999.97 = \$3'000,000.00$$

# TASAS EFECTIVA Y REAL

1.- La Srita. Lucía desea realizar una inversión por lo que decide ir a su Banco preferido a investigar cuales son las tasas que están ofreciendo para este tipo de operaciones bancarias. Al llegar al referido Banco le dicen que la tasa que ellos manejan es de 19.5% nominal exacta y con capitalizaciones cada 18 días.

La pregunta es: ¿Cuál es la tasa efectiva en esta operación, así como su Tasa real?

i=19.5%, m= 18 Días

$T_e$=?

$$T_E = \left[(1+i)^n - 1\right]100$$

$$T_E = \left[(1+(\frac{.195}{365}*18)^{365/18}) - 1\right]*100$$

$$T_E = \left[((1.0096164)^{20.2777777}) - 1\right]*100$$

$$T_E = (1.0096164 - 1)*(100)$$

$$T_E = (0.2141783)*100$$

$$T_E = 21.4178\%$$

Al cálculo anterior de Tasa efectiva, se tiene que tomar en cuenta una tasa inflacionaria del 3.38% A efecto de conocer su tasa real, de ahí que el cálculo es el siguiente:

i=19.5%, m= 18 Días, $T_e$=21.4178% y $T_{inf}$=3.38% anual

$$T_R = \left[\frac{T_E - T_i}{1+T_i}\right]*100$$

$$T_R = \left[\frac{0.214178 - 0.0383}{1+0.0383}\right]*100$$

$$T_R = \left[\frac{0.175878}{1.0383}\right]*100$$

$$T_R = \left[0.170127684\right]*100$$

$$T_R = 17.0127\%$$

**2.-** El señor Pérez tiene una pequeña empresa denominada "El Maíz Feliz". Desea aperturar una cuenta bancaria para ir depositando sus ganancias, por lo que pide ayuda a su sobrino y ambos acuden al Banco "El Dinero Feliz". El ejecutivo que los atendió les señala que la tasa vigente que ofrecen en depósitos es del 12.13% de interés nominal ordinario con capitalizaciones cada 28 días, para saber cuál es la tasa efectiva ordinaria anualizada y la tasa real, por lo que su sobrino realizó el siguiente cálculo:

Los datos son los siguientes:

i=12.13% anual ordinaria, m=28 días,
$T_e$=?

$$T_E = \left[(1+i)^n - 1\right]100$$

$$T_E = \left[\left((1+(\frac{.1213}{360})*28)^{\frac{360}{28}}\right)-1\right]*100$$

$$T_E = \left[((1.0094344)^{12.8571428})-1\right]*100$$

$$T_E = (1.1283211-1)*(100)$$

$$T_E = (0.1283211)*100$$

$$T_E = 12.83\%$$

A partir de la tasa efectiva, ahora hay que tomar en cuenta una tasa inflacionaria del 3.91% para calcular la tasa real:

i=12.13 $T_E$=12.83%

M=28 $T_{inf}$=3.91%

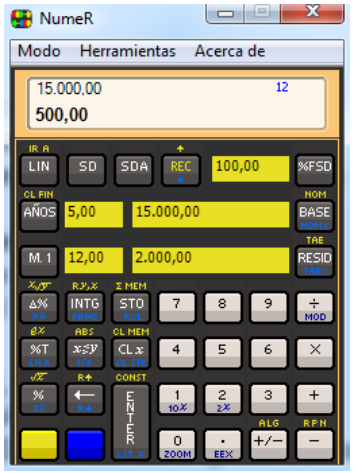
$$T_R = \left[\frac{T_E - T_i}{1+T_i}\right]*100$$

$$T_R = \left[\frac{0.1283 - 0.0391}{1+0.039}\right]*100$$

$$T_R = \left[\frac{0.0892}{1.0391}\right]*100$$

$$T_R = [0.0858435]*100$$

$$T_R = 8.58\%$$



Esperando que los disfruten en su proceso enseñanza

**María del Rocío, María de Lourdes & Yazmín María**

# ANEXO 7

**EJERCICIOS MATEMATICA FINANCIERA.**

**Interés Simple**

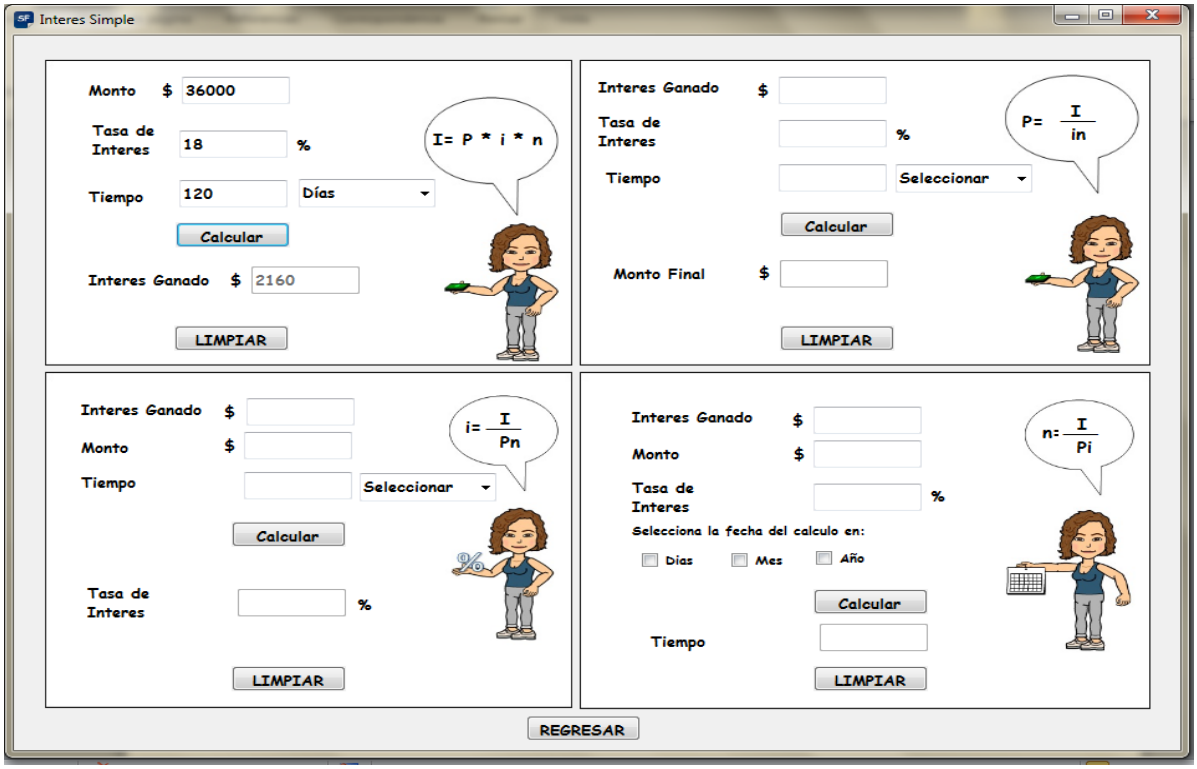
1. Determine el importe del interés ganado de una cantidad de $36,000.oo a una tasa de interés ordinario simple del 18% anual a un plazo de 120 días.

**P =** $36,000.00
**i =** 18%
**n =** 120 Días (120/360= 0.333333)
**I =** ?

$$I = Pin$$

$$I = \$36,000.00 * 0.18 * 0.333333$$
$$I = \$36,000.00 * 0.06$$
$$I = \$2,160.00$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



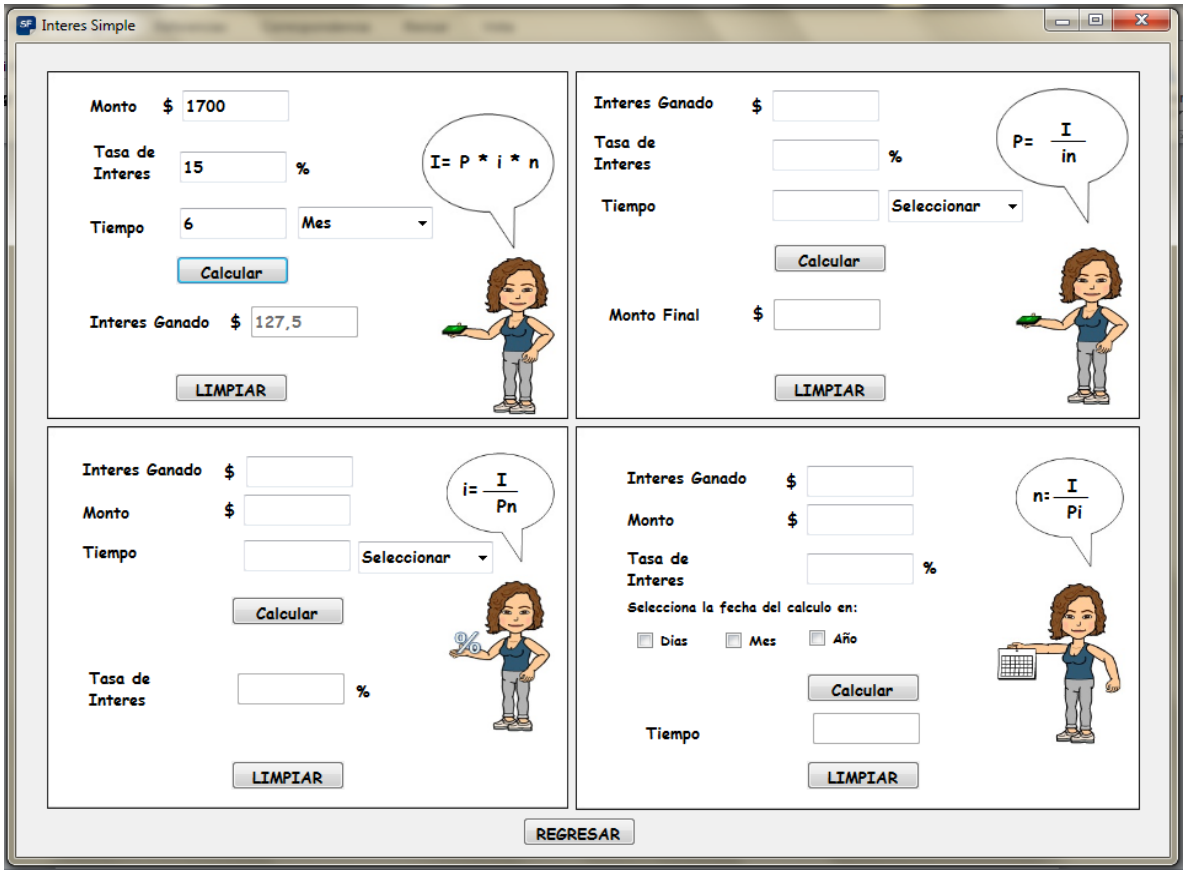
**2.** Supongamos que un estudiante desea realizar un viaje en seis meses y no cuenta con la totalidad del dinero para cubrir sus gastos, el viaje le cuesta $ 4,500.00 de acuerdo a la Agencia que le asesora en su propósito de viajar, sin embargo, el dinero con el que cuenta es por la cantidad de $2,800.00 de ahí que requiere solicitar a un familiar que le preste el monto faltante, prometiendo que le pagará una tasa de interés del 15% Nominal ordinario. ¿Cuánto pagará de intereses?

**P =** $1,700.00 es el resultado de: ($4,500.00 – $2,800.00)
**i =** 15% (0.15)
**n =** 6 Meses (180/360= 0.5)
**I =** ?

$$I = Pin$$

$$I = \$1,700.00 * 0.15 * 0.5$$
$$I = \$1,700.00 * 0.075$$
$$I = \$127.50$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**3.** Una persona solicita un crédito para pagar la materia prima para preparar helados, pues planea poner un nuevo negocio en casa. Para iniciar con su negocio ésta persona necesita $3,350.00, y un amigo cercano le hace el préstamo siempre y cuando le pague una tasa de interés del 8% Nominal ordinario, con un plazo máximo de año y medio, ¿Cuál es el interés que pagará esta persona?

**P =** $3,350.00
**i =** 8% Nominal (0.08)
**n =** 1.5 Años
**I =** ?

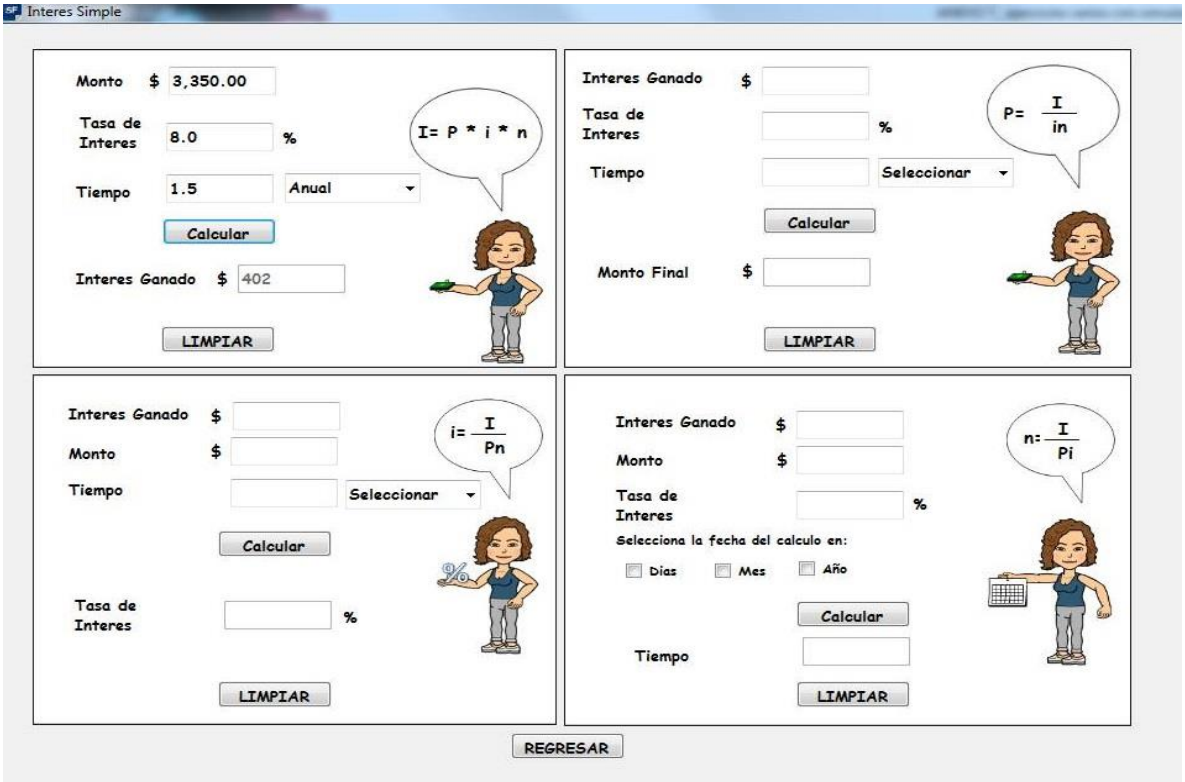
$$I = Pin$$

$$I = \$3,350.00 * 0.08 * 1.5$$

$$I = \$3,350.00 * 0.12$$

$$I = \$402.00$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**4.** Determine la tasa de interés de un crédito otorgado a 250 días que generó unos intereses por la cantidad de $459.00, si el valor del crédito fue de $5,000.00

**P =** $5,000.00
**i =** ?
**n =** 250 días (250/360 = 0.6944)
**I =** $459

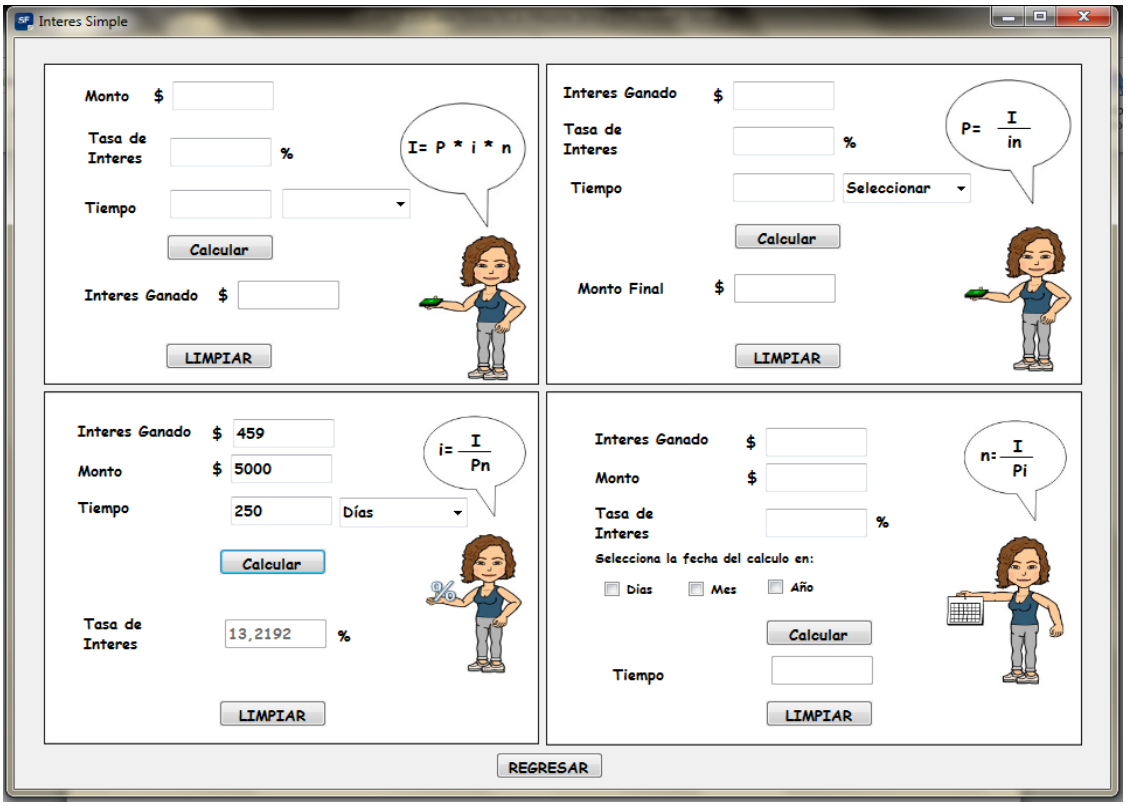
$$i = I / Pn$$

$$i = \$459.00 / \$5,000.00 * 0.694444$$

$$i = \$459.00 / \$3,472.22$$

$$i = 0.132192 = 13.21\%$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**5.** ¿Cuál es el valor del capital de un crédito que fue solicitado por un empleado, a quién le cobraron una tasa de interés del 12% nominal ordinario, pagadero a dos años y que generó un interés de $3,843.00?

**P = ?**
**i =** 12%
**n =** 2 años
**I =** $3,843.00

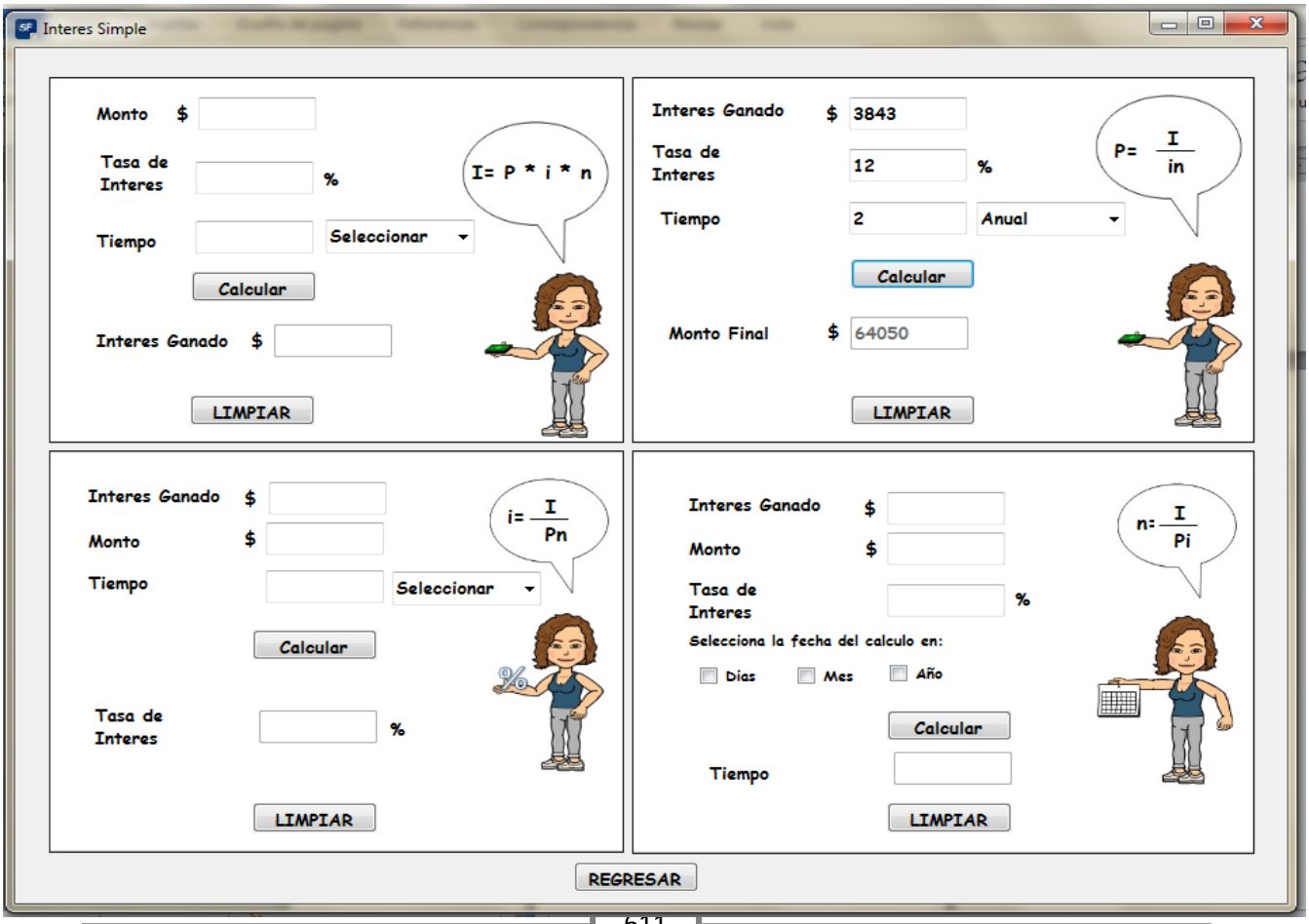
$$P = I / in$$

$$P = \$3,843.00 / 0.12 * 2$$

$$P = \$3,843.00 / 0.24$$

$$P = \$64,050.00$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



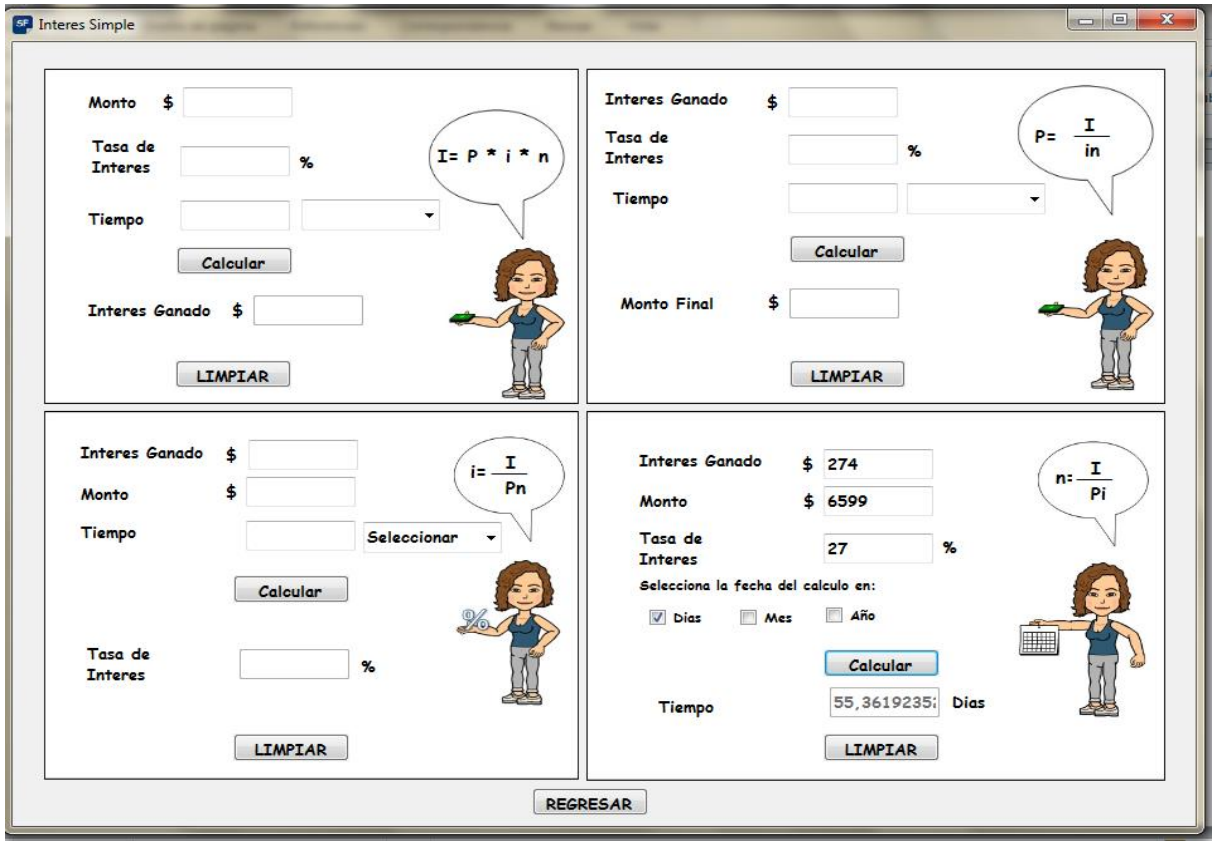
**6.** Alberto quiere comprar un nuevo computador portátil, para ello cuenta con un ahorro de $2,000.00 y su mamá le va a regalar el 70% de lo que haya ahorrado para motivar el ahorro de Alberto. Sin embargo el costo del computador es de $9,999.00 según la tienda en la que lo cotizó. Como no completa el importe, decide pedirle a uno de sus amigos que le preste la cantidad faltante. Para ello se pacta una tasa de interés del 27% anual ordinario lo que generó un interés de $274.oo, ¿Cuánto tiempo tardaría Alberto en pagar a su amigo el préstamo que le hizo?

**P =**$6,599.00 ($9,999.00 – ($2,000.00 + ($2,000.00*0.70)))
**i =** 27% Anual ordinario
**n = ?**
**I =** $274.00

$$n = I / Pi$$

$$n = \$274.00 / \$6,599.00 * 0.27$$
$$n = \$274.00 / \$1,781.73$$
$$n = 0.153783 * 360$$
$$n = 55.36_días$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



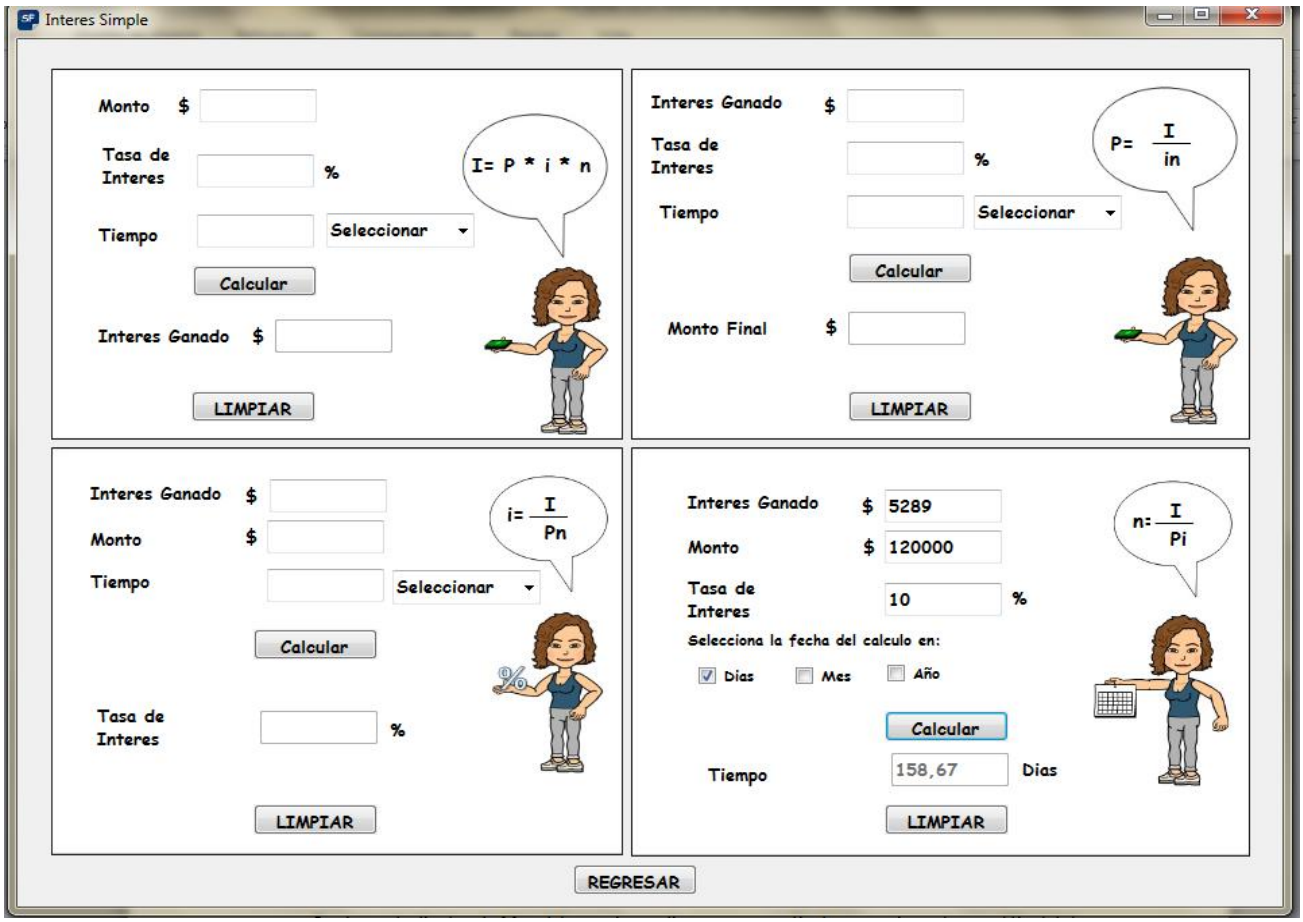
**7.** ¿Cuál es el tiempo que transcurrió un crédito que generó intereses por la cantidad de $5,289.00, el capital del crédito fue de $120,000.00 y la tasa de interés del 10% nominal ordinario?

**P =$**120,000.00
**i =** 10% Anual
**n = ?**
**I =** $5,289.00

$$n = I / Pi$$

$$n = \$5,289.00 / \$120,000.00 * 0.1$$
$$n = \$5,289.00 / \$12,000.00$$
$$n = 0.44075 * 360$$
$$n = 158.67_días$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**8.** Los estudiantes de Maestría reunieron dinero para una fiesta que quieren hacer al final del semestre, todos aportaron $150.00 el primer día de clase, en listas aparecen 25 estudiantes. En caso de que requieran ganar al menos $450.00 de intereses ¿a qué tasa de interés nominal ordinario deberían invertirlo?

**P =** $3,750.00 ($150.00 * 25)

**i =** ?

**n =** 6 meses

**I = $**450.00

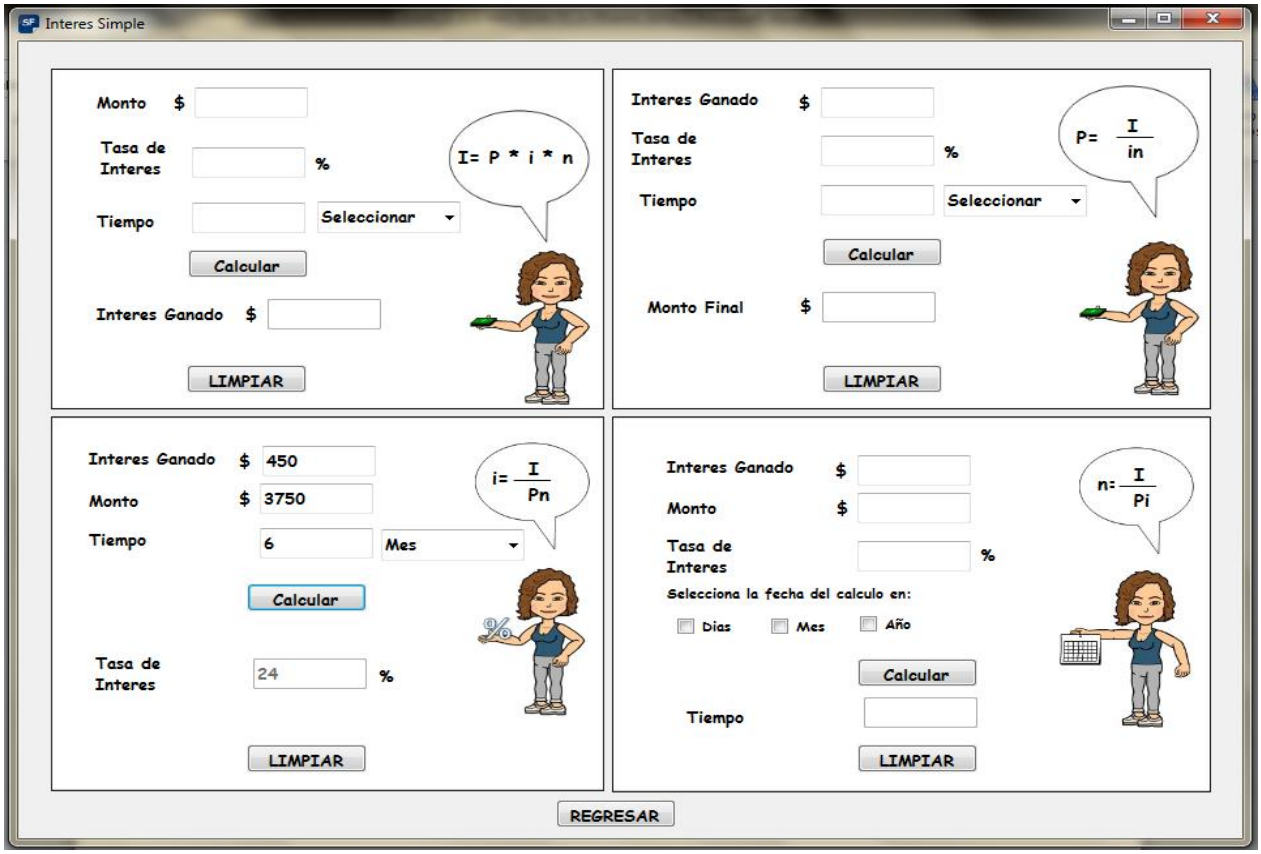
$$i = I / Pn$$

$$i = \$450.00 / \$3,750.00 * 0.5$$

$$i = \$450.00 / \$1,875.00$$

$$i = 0.24 = 24\%$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**Valor presente y Valor Futuro.**

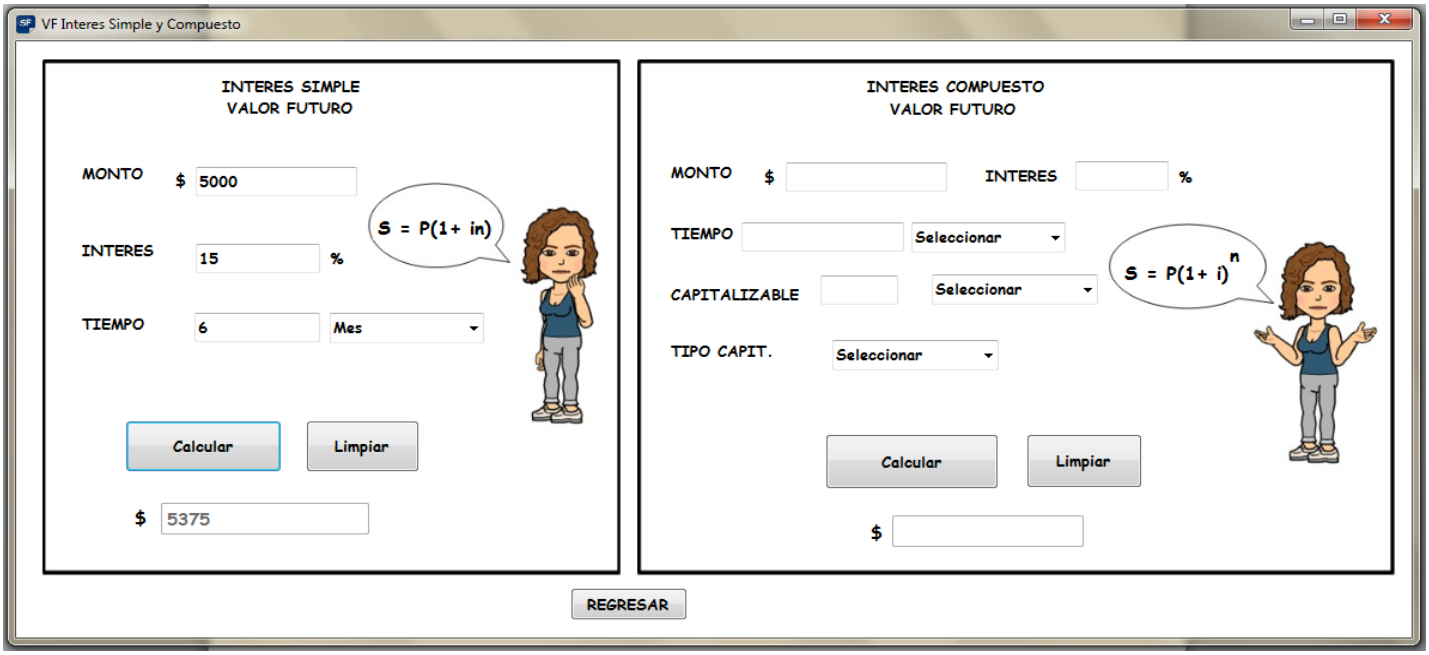
1. Una ama de casa requiere solicitar un crédito para comprar un computador familiar, ella considera que en seis meses podrá pagar la totalidad de la deuda, por ello solicita $5,000.00 a un Banco, el cuál le cobra una tasa de interés simple del 15% nominal. ¿Cuánto deberá pagar en total al cabo de los seis meses?

   P =$5,000.00
   i = 15% Nominal
   n = 6 Meses (6/12 = 0.5)
   S = ?

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$5,000.00(1+(0.15*0.5))$$
$$S = \$5,.00000(1+(0.075))$$
$$S = \$5,000.00(1.075)$$
$$S = \$5,375.00$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



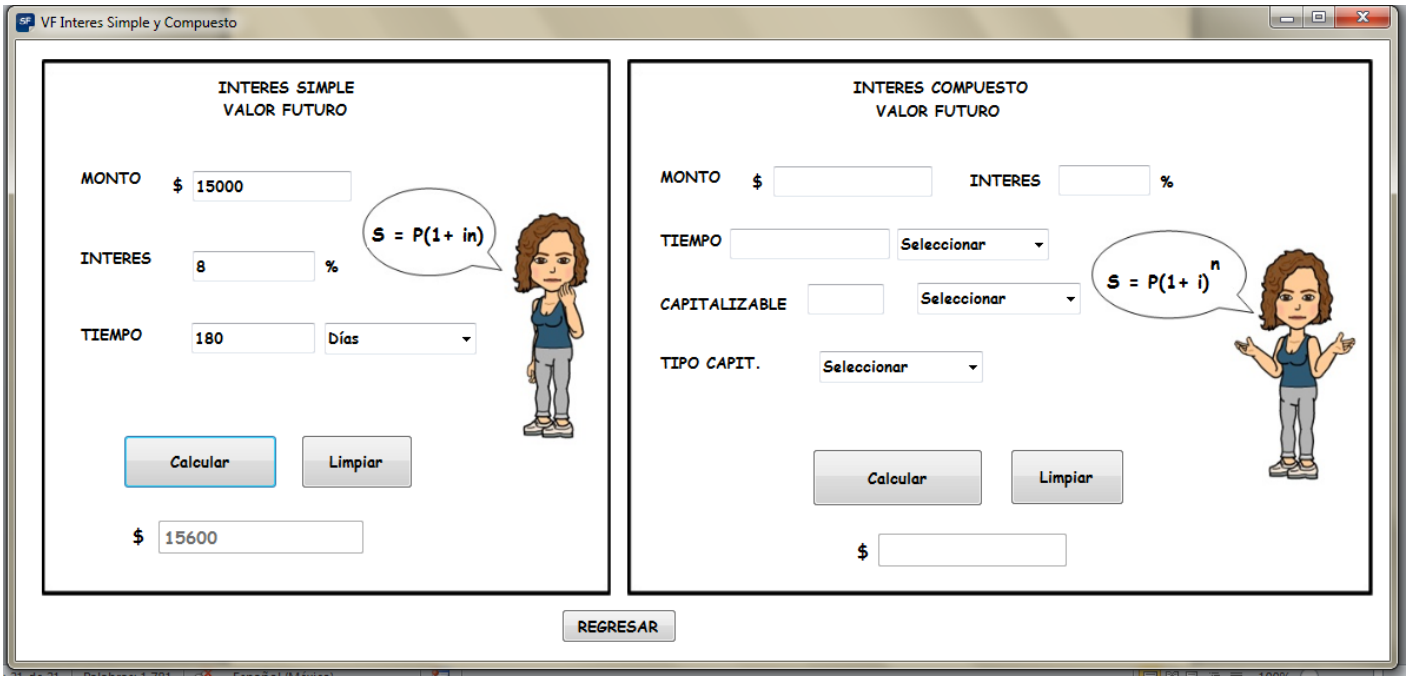
**2.** Un prestamista tiene un capital de trabajo de $15,000.00 que decide prestar a una tasa de interés simple del 8% anual ordinario, por 180 días a quien pueda interesarle, ¿Cuánto recibirá en total al cabo del primer año este sujeto, en caso de prestar ese dinero?

P =$15,000.00
i = 8% Anual ordinario
n = 180 días (180/360 = 0.5)
S = ?

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$15,000.00(1+(0.08*0.5))$$
$$S = \$15,000.00(1+(0.04))$$
$$S = \$15,000.00(1.04)$$
$$S = \$15,600.00$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



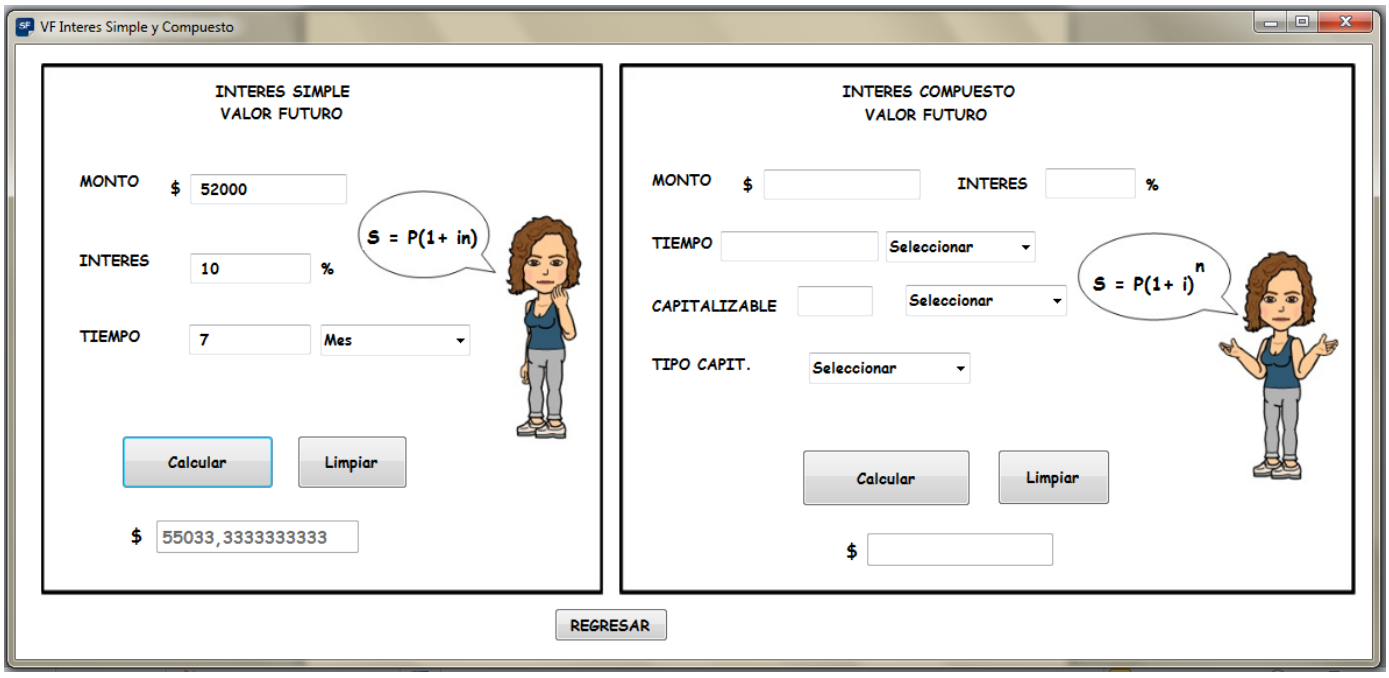
**3.** Supongamos que una empresa en el mes de Febrero ( a inicio) adquiere nueva maquinaria para el área de producción, por un valor de $130,000.00, como en ese momento no contaba con el dinero necesario únicamente pagó el 60% del valor de la máquina y su proveedor le dio plazo para pagar el saldo restante hasta el mes de Septiembre ( a finales de mes), con una tasa de interés simple ordinario del 10% anual: ¿Cuál es el monto que deberá pagar está empresa en el mes de Septiembre?

P =$52,000.00 resultante de ($130,000*0.4)
i = 10% Anual
n = suponiendo que son 7 Meses (7/12 =0.583333)
S = ?

$$S = P(1+in)$$

$$S = \$52,000.00(1+(0.1*0.583333))$$
$$S = \$52,000.00(1+(0.058333))$$
$$S = \$52,000.00(1.058333)$$
$$S = \$55,033.33$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**4.** Supongamos que un padre de familia solicito un crédito por un año, por el cual debe pagar al final del tiempo pactado la cantidad de $13,800.00 incluyendo los intereses generados y el capital solicitado. Si la tasa de interés pactada fue del 21% anual ordinario simple y si el pago lo realizó por anticipado y solo devengó tres meses de intereses, entonces ¿cuál fue la cantidad que solicitó?

P = ?
i = 21% Anual simple ordinario
n = 3 Meses (3/12 =0.25)
S = $13,800.00

$$P = S / (1 + in)$$

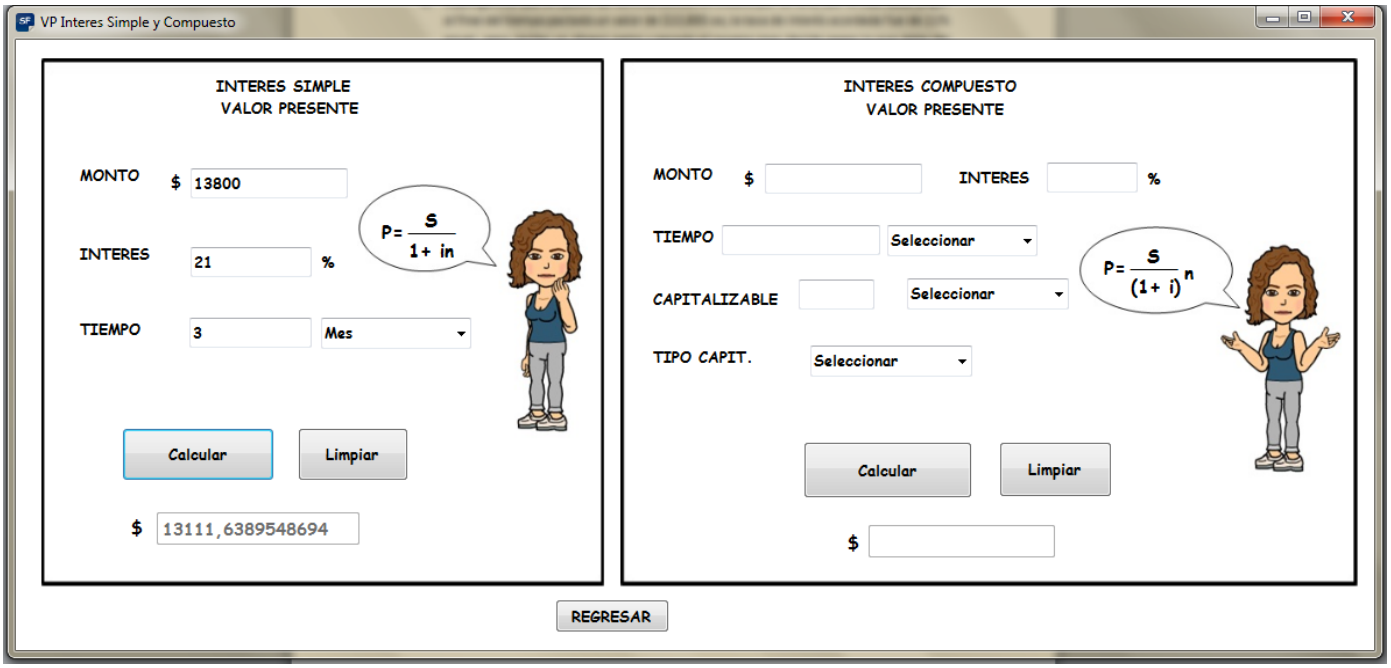
$$P = \frac{\$13,800.00}{(1+(0.21*0.25))}$$

$$P = \frac{\$13,800.00}{(1+(0.0525))}$$

$$P = \frac{\$13,800.00}{1.0525}$$

$$P = \$13,111.63$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



**5.** Cuál es el valor presente de un crédito que se solicitó a 27 meses a una tasa de interés simple del 18% Nominal ordinario, si al cabo del plazo el cliente terminará pagando $178,934.00

P = ?
i = 18% Nominal simple ordinario
n = 27 Meses (27/12 =2.25)
S = $178,934.00

$$P = S/(1+in)$$

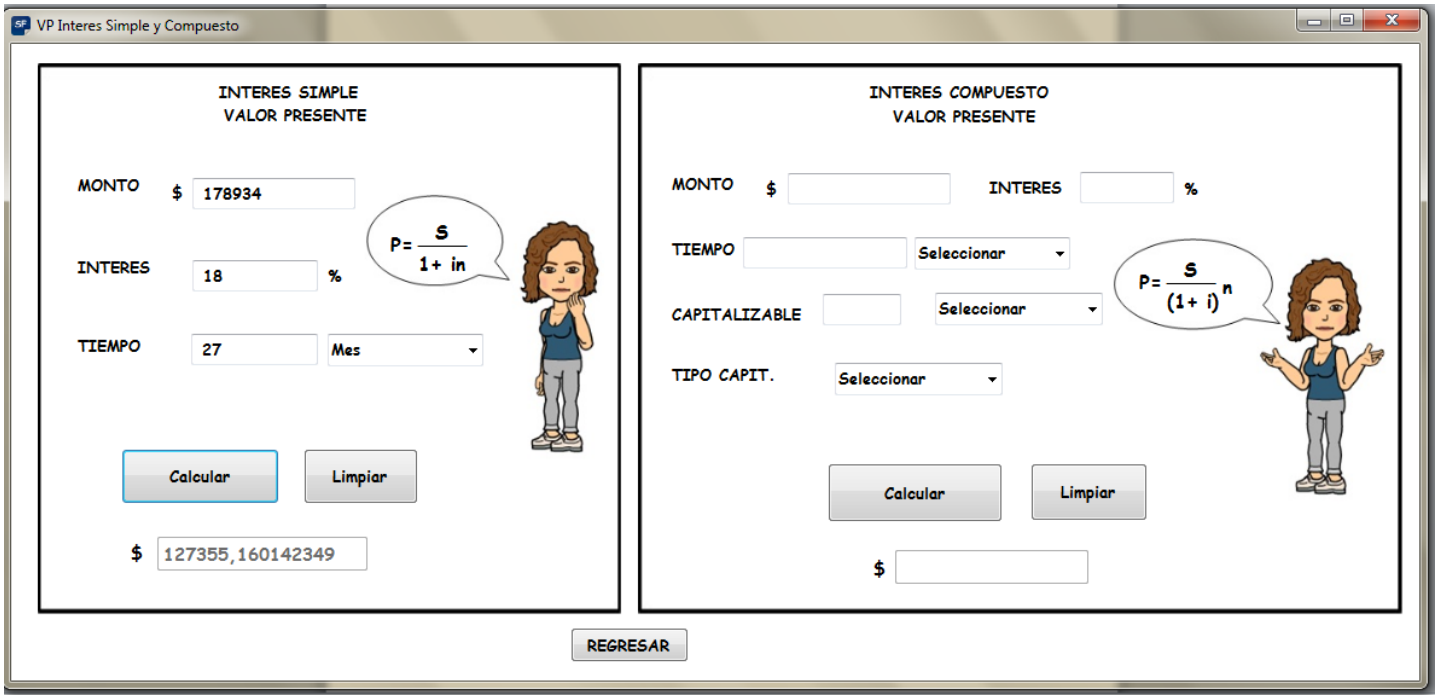
$$P = \frac{\$178{,}934.00}{(1+(0.18*2.25))}$$

$$P = \frac{\$178{,}934.00}{(1+(0.405))}$$

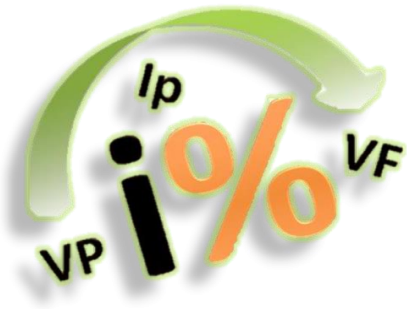
$$P = \frac{\$178{,}934.00}{1.405}$$

$$P = \$127{,}355.16$$

**Ejercicio Resuelto con Simulador**



## Anexo 8




# GRADIENTES

## MATEMATICAS FINANCIERAS

**TRABAJO REALIZADO POR:**

MARÍA ISABEL LÓPEZ LEON

# FÓRMULAS

POSPAGABLE

$$Mga = \left(Rp_1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right] - \frac{n * ga}{\frac{i}{m}}$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(Rp_1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right] - \frac{n * ga}{\frac{i}{m}}$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(Rp_1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right] - \frac{n * ga}{\frac{i}{m}}\right]\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(Rp_1 + \frac{ga}{\frac{i}{m}}\right)\left[(1+\frac{i}{m})\frac{(1+\frac{i}{m})^n - 1}{\frac{i}{m}}\right] - \frac{n * ga}{\frac{i}{m}}\right]\left(1+\frac{i}{m}\right)^{-n}$$

POSPAGABLE

$$Mgg = Rp_1\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]$$

PREPAGABLE

$$Mgg = Rp_1(1+\frac{i}{m})\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]}$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{Mgg}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^n - (1+gg)^n}{\frac{i}{m} - gg}\right]\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

1.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $350.00 | ga | $30.00 |
| i | 11.5% exacto | gg | 1.6% |
| m | c/23 días | n | 72 cuotas |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$350.00 + \frac{\$30.00}{.0072465}\right)\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-1}{.0072465}\right] - \frac{72 * \$30.00}{.0072465}$$

$$= (\$4{,}489.93)(94.0872673) - \$298{,}074.93 = \$422{,}445.21 - \$298{,}074.93$$

$$= \$124{,}370.28$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$350.00 + \frac{\$30.00}{.0072465}\right)\left[(1+.0072465)\frac{(1+.0072465)^{72}-1}{.0072465}\right] - \frac{72 * \$30.00}{.0072465}$$

$$= (\$4{,}489.93)(94.7690707) - \$298{,}074.93 = \$425{,}506.46 - \$298{,}074.93$$

$$= \$127{,}431.53$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$350.00 + \frac{\$30.00}{.0072465}\right)\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-1}{.0072465}\right] - \frac{72 * \$30.00}{.0072465}\right](1+.0072465)^{-72}$$

$$= [(\$4{,}489.93)(94.0872673) - \$298{,}074.93](.5945998)$$

$$= [\$124{,}370.28](.5945998) = \$73{,}950.54$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$350.00 + \frac{\$30.00}{.0072465}\right)\left[(1+.0072465)\frac{(1+.0072465)^{72}-1}{.0072465}\right] - \frac{72 * \$30.00}{.0072465}\right](1+.0072465)^{-72}$$

$$= [(\$4{,}489.93)(94.7690707) - \$298{,}074.93](.5945998)$$

$$= [\$127{,}431.53](.5945998) = \$75{,}770.76$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$350.00\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-(1+.016)^{72}}{.0072465-.016}\right] = (\$350.00)\frac{1.6818033-3.1357900}{-.0087535}$$

$$= (\$350.00)\frac{-1.4539867}{-.0087535} = (\$350.00)(166.1034672) = \$58{,}136.21$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$350.00(1+.0072465)\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-(1+.016)^{72}}{.0072465-.016}\right]$$

$$= (\$352.54)\frac{1.6818033-3.1357900}{-.0087535} = (\$352.54)\frac{-1.4539867}{-.0087535}$$

$$= (\$352.54)(166.1034672) = \$58{,}557.50$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$58{,}136.21}{\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-(1+.016)^{72}}{.0072465-.016}\right]} = \frac{\$58{,}136.21}{\left[\frac{1.6818033-3.1357900}{-.0087535}\right]} = \frac{\$58{,}136.21}{\frac{-1.4539867}{-.0087535}}$$

$$= \frac{\$58{,}136.21}{166.1034672} = \$350.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$58{,}557.50}{\left[\frac{(1+.0072465)^{72}-(1+.016)^{72}}{.0072465-.016}\right](1+.0072465)}$$

$$= \frac{\$58{,}557.50}{\left[\frac{1.6818033-3.1357900}{-.0087535}\right](1.0072465)} = \frac{\$58{,}557.50}{\frac{-1.4539867}{-.0087535}(1.0072465)}$$

$$= \frac{\$58{,}557.50}{(166.1034672)(1.0072465)} = \frac{\$58{,}557.50}{167.307136} = 349.9999999 = \$350.00$$

2.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $288.00 | ga | $52.00 |
| i | 8% | gg | 3.3% |
| m | c/30 días | n | 24 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$288.00 + \frac{\$52.00}{.0065753}\right)\left[\frac{(1+.0065753)^{24}-1}{.0065753}\right] - \frac{24 * \$52.00}{.0065753}$$
$$= (\$8{,}196.38)(\$25.91) - 189801.2258 = \$212{,}330.55 - \$189{,}801.23$$
$$= \$22{,}529.32$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$288.00 + \frac{\$52.00}{.0065753}\right)\left[(1+.0065753)\frac{(1+.0065753)^{24}-1}{.0065753}\right] - \frac{24 * \$52.00}{.0065753}$$
$$= (\$8{,}196.38)(26.0757271) - \$189{,}801.23 = \$213{,}726.68 - \$189{,}801.23$$
$$= \$23{,}925.46$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$288.00 + \frac{\$52.00}{.0065753}\right)\left[\frac{(1+.0065753)^{24}-1}{.0065753}\right] - \frac{24 * \$52.00}{.0065753}\right](1+.0065753)^{-24}$$
$$= [(\$8{,}196.38)(25.9053914) - \$189{,}801.23](.8544556)$$
$$= (\$212{,}330.55 - \$189{,}801.23)(.8544556) = \$19{,}250.30$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$288.00 + \frac{\$52.00}{.0065753}\right)\left[(1+.0065753)\frac{(1+.0065753)^{24}-1}{.0065753}\right] - \frac{24 * \$52.00}{.0065753}\right](1+.0065753)^{-24}$$
$$= [(\$8{,}196.38)(26.0757271) - \$189{,}801.23](.8544556)$$
$$= (\$23{,}925.46)(.8544556) = \$20{,}443.24$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$288.00\left[\frac{(1+.0065753)^{24}-(1+.033)^{24}}{.0065753-.033}\right] = \$288.00\left[\frac{1.1703357-2.1797551}{-.0264247}\right]$$
$$= \$288.00\left[\frac{-1.0094194}{-.0264247}\right] = (\$288.00)(38.1998433) = \$11{,}001.55$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$288.00(1 + .0065753)\left[\frac{(1 + .0065753)^{24} - (1 + .033)^{24}}{.0065753 - .033}\right]$$
$$= \$289.89\left[\frac{1.1703357 - 2.1797551}{-.0264247}\right] = \$289.89\left[\frac{-1.0094194}{-.0264247}\right]$$
$$= (\$289.89)(38.1998433) = \$11{,}073.89$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$11{,}001.55}{\left[\frac{(1 + .0065753)^{24} - (1 + .033)^{24}}{.0065753 - .033}\right]} = \frac{\$11{,}001.55}{\left[\frac{1.1703357 - 2.1797551}{-.0264247}\right]} = \frac{\$11{,}001.55}{\left[\frac{-1.0094194}{-.0264247}\right]}$$
$$= \frac{\$11{,}001.55}{38.1998433} = \$288.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$11{,}073.89}{\left[\frac{(1 + .0065753)^{24} - (1 + .033)^{24}}{.0065753 - .033}\right](1 + .0065753)}$$
$$= \frac{\$11{,}073.89}{\left[\frac{1.1703357 - 2.1797551}{-.0264247}\right](1.006573)} = \frac{\$11{,}073.89}{\left[\frac{-1.0094194}{-.0264247}\right](1.0065753)}$$
$$= \frac{\$11{,}073.89}{(38.1998433)(1.0065753)} = \frac{\$11{,}073.89}{38.4510187} = \$288.00$$

3.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $125.00 | ga | $32.00 |
| i | 5.7% | gg | 1.2% |
| m | c/15 días | n | 36 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$125.00 + \frac{\$32.00}{.0023424}\right)\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - 1}{.0023424}\right] - \frac{36 * \$32.00}{.0023424}$$
$$= (\$13{,}786.20)(37.5156565) - \$491{,}803.28$$
$$= \$517{,}198.43 - \$491{,}803.28 = \$25{,}395.15$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$125.00 + \frac{\$32.00}{.0023424}\right)\left[(1 + .0023424)\frac{(1 + .0023424)^{36} - 1}{.0023424}\right] - \frac{36 * \$32.00}{.0023424}$$

$$= (\$13{,}786.20)(37.6035332) - \$491{,}803.28$$

$$= \$518{,}409.91 - \$491{,}803.28 = \$26{,}606.63$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$125.00 + \frac{\$32.00}{.0023424}\right)\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - 1}{.0023424}\right]\right.$$

$$\left. - \frac{36 * \$32.00}{.0023424}\right](1 + .0063424)^{-36}$$

$$= [(\$13{,}786.20)(37.5156565) - \$491{,}803.28](.7964384)$$

$$= [\$517{,}198.43 - \$491{,}803.28](.7964384) = (\$25{,}395.15)(.7964384)$$

$$= \$20{,}225.67$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$125.00 + \frac{\$32.00}{.0023424}\right)\left[(1 + .0023424)\frac{(1 + .0023424)^{36} - 1}{.0023424}\right]\right.$$

$$\left. - \frac{36 * \$32.00}{.0023424}\right](1 + .0063424)^{-36}$$

$$= [(\$13{,}786.20)(37.6035332) - \$491{,}803.28](.7964384)$$

$$= [\$518{,}409.91 - \$491{,}803.28](.7964384) = (\$26{,}606.63)(.7964384)$$

$$= \$21{,}190.54$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$125.00\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - (1 + .012)^{36}}{.0023424 - .012}\right] = \$125.00\left[\frac{1.0878766 - 1.5363793}{-.0096576}\right]$$

$$= \$125.00\left[\frac{-.4485027}{-.0096576}\right] = \$125.00(46.4403889) = \$5{,}805.05$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$125.00(1 + .0023424)\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - (1 + .012)^{36}}{.0023424 - .012}\right]$$

$$= \$125.29\left[\frac{1.0878766 - 1.5363793}{-.0096576}\right] = \$125.29\left[\frac{-.4485027}{-.0096576}\right]$$

$$= \$125.29(46.4403889) = \$5{,}818.65$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$5{,}805.05}{\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - (1 + .012)^{36}}{.0023424 - .012}\right]} = \frac{\$5{,}805.05}{\left[\frac{1.0878766 - 1.5363793}{-.0096576}\right]} = \frac{\$5{,}805.05}{\left[\frac{-.4485027}{-.0096576}\right]}$$

$$= \frac{\$5{,}805.05}{46.4403889} = \$125.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 == \frac{\$5{,}818.65}{\left[\frac{(1 + .0023424)^{36} - (1 + .012)^{36}}{.0023424 - .012}\right](1 + .0023424)}$$

$$= \frac{\$5{,}818.65}{\left[\frac{1.0878766 - 1.5363793}{-.0096576}\right](1.0023424)} = \frac{\$5{,}818.65}{\left[\frac{-.4485027}{-.0096576}\right](1.0023424)}$$

$$= \frac{\$5{,}818.65}{(46.4403889)(1.0023424)} = \frac{\$5{,}818.65}{46.5491708} = \$125.00$$

4.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $1309.00 | ga | $21.00 |
| i | 13% | gg | 4% |
| m | c/26 días | n | 60 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$1309.00 + \frac{\$21.00}{.0092602}\right)\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - 1}{.0092602}\right] - \frac{60 * \$21.00}{.0092602}$$

$$= (\$3{,}576.77)(79.7560103) - \$136{,}066.18 = \$285{,}268.87 - \$136{,}066.18$$

$$= \$149{,}202.70$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$1309.00 + \frac{\$21.00}{.0092602}\right)\left[(1 + .0092602)\frac{(1 + .0092602)^{60} - 1}{.0092602}\right] - \frac{60 * \$21.00}{.0092602}$$
$$= (\$3{,}576.77)(80.4945669) - \$136{,}066.18 = \$287{,}910.52 - \$136{,}066.18$$
$$= \$151{,}844.34$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$1309.00 + \frac{\$21.00}{.0092602}\right)\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - 1}{.0092602}\right]\right.$$
$$\left. - \frac{60 * \$21.00}{.0092602}\right](1 + .0092602)^{-60}$$
$$= [(\$3{,}576.77)(79.7560103) - \$136{,}066.18](.5751897)$$
$$= [\$285{,}268.87 - \$136{,}066.18](.5751897) = (\$149{,}202.70)(.5751897)$$
$$= \$85{,}819.85$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$1309.00 + \frac{\$21.00}{.0092602}\right)\left[(1 + .0092602)\frac{(1 + .0092602)^{60} - 1}{.0092602}\right]\right.$$
$$\left. - \frac{60 * \$21.00}{.0092602}\right](1 + .0092602)^{-60}$$
$$= [(\$3{,}576.77)(80.4945669) - \$136{,}066.18](.5751897)$$
$$= [\$287{,}910.52 - \$136{,}066.18](.5751897) = (\$151{,}844.34)(.5751897)$$
$$= \$87{,}339.30$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$1309.00\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - (1 + .04)^{60}}{.0092602 - .04}\right]$$
$$= \$1309.00\left[\frac{1.7385566 - 10.5196274}{-.0307398}\right] = \$1309.00\left[\frac{-8.7810708}{-.0307398}\right]$$
$$= \$1309.00(285.6580329) = \$373{,}926.37$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$1309.00(1 + .0092602)\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - (1 + .04)^{60}}{.0092602 - .04}\right]$$

$$= \$1321.12\left[\frac{1.7385566 - 10.5196274}{-.0307398}\right] = \$1321.12\left[\frac{-8.7810708}{-.0307398}\right]$$

$$= \$1321.12(285.6580329) = \$377{,}389.00$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$373926.37}{\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - (1 + .04)^{60}}{.0092602 - .04}\right]} = \frac{\$373926.37}{\left[\frac{1.7385566 - 10.5196274}{-.0307398}\right]} = \frac{\$373926.37}{\left[\frac{-8.7810708}{-.0307398}\right]}$$

$$= \frac{\$373926.37}{285.6580329} = \$1309.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$377389.00}{\left[\frac{(1 + .0092602)^{60} - (1 + .04)^{60}}{.0092602 - .04}\right](1 + .0092602)}$$

$$= \frac{\$377389.00}{\left[\frac{1.7385566 - 10.5196274}{-.0307398}\right](1.0092602)} = \frac{\$377389.00}{\left[\frac{-8.7810708}{-.0307398}\right](1.0092602)}$$

$$= \frac{\$377389.00}{(285.6580329)(1.0092602)} = \frac{\$377389.00}{288.3032834} = \$1309.00$$

5.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $706.00 | ga | $18.00 |
| i | 4% | gg | 2% |
| m | c/25 días | n | 18 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$706.00 + \frac{\$18.00}{.0027397}\right)\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - 1}{.0027397}\right] - \frac{18 * \$18.00}{.0027397}$$

$$= (\$7{,}276.06)(18.4253623) - \$118{,}261.12 = \$134{,}064.09 - \$118{,}261.12$$

$$= \$15802.96$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$706.00 + \frac{\$18.00}{.0027397}\right)\left[(1 + .0027397)\frac{(1 + .0027397)^{18} - 1}{.0027397}\right] - \frac{18 * \$18.00}{.0027397}$$
$$= (\$7{,}276.06)(18.4758422) - \$118{,}261.12 = \$134{,}431.38 - \$118{,}261.12$$
$$= \$16{,}170.26$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$706.00 + \frac{\$18.00}{.0027397}\right)\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - 1}{.0027397}\right]\right.$$
$$\left. - \frac{18 * \$18.00}{.0027397}\right](1 + .0027397)^{-18}$$
$$= [(\$7{,}276.06)(18.4253623) - \$118{,}261.12](.9519458)$$
$$= [\$134{,}064.09 - \$118{,}261.12](.9519458) = (\$15{,}802.96)(.9519458)$$
$$= \$15{,}043.56$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$706.00 + \frac{\$18.00}{.0027397}\right)\left[(1 + .0027397)\frac{(1 + .0027397)^{18} - 1}{.0027397}\right]\right.$$
$$\left. - \frac{18 * \$18.00}{.0027397}\right](1 + .0027397)^{-18}$$
$$= [(\$7{,}276.06)(18.4758422) - \$118{,}261.12](.9519458)$$
$$= [\$134{,}431.38 - \$118{,}261.12](.9519458) = (\$16{,}170.26)(.9519458)$$
$$= \$15{,}393.21$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$706.00\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - (1 + .02)^{18}}{.0027397 - .02}\right] = \$706.00\left[\frac{1.0504799 - 1.4282462}{-.0172603}\right]$$
$$= \$706.00\left[\frac{-.3777663}{-.0172603}\right] = \$706.00(21.8864272) = \$15{,}451.82$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$706.00(1 + .0027397)\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - (1 + .02)^{18}}{.0027397 - .02}\right]$$

$$= \$707.93\left[\frac{1.0504799 - 1.4282462}{-.0172603}\right] = \$707.93\left[\frac{-.3777663}{-.0172603}\right]$$

$$= \$707.93(21.8864272) = \$15{,}494.15$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$15{,}451.82}{\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - (1 + .02)^{18}}{.0027397 - .02}\right]} = \frac{\$15{,}451.82}{\left[\frac{1.0504799 - 1.4282462}{-.0172603}\right]} = \frac{\$15{,}451.82}{\left[\frac{-.3777663}{-.0172603}\right]}$$

$$= \frac{\$15{,}451.82}{21.8864272} = \$706.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$15{,}494.15}{\left[\frac{(1 + .0027397)^{18} - (1 + .02)^{18}}{.0027397 - .02}\right](1 + .0027397)}$$

$$= \frac{\$15{,}494.15}{\left[\frac{1.0504799 - 1.4282462}{-.0172603}\right](1.0027397)} = \frac{\$15{,}494.15}{\left[\frac{-.3777663}{-.0172603}\right](1.0027397)}$$

$$= \frac{\$15{,}494.15}{(21.8864272)(1.0027397)} = \frac{\$15{,}494.15}{(21.9463894)} = \$706.00$$

6.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $93.50 | ga | $10.00 |
| i | 1.8% | gg | 1.2% |
| m | c/50 días | n | 20 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$93.5 + \frac{\$10.00}{.0024657}\right)\left[\frac{(1 + .0024657)^{20} - 1}{.0024657}\right] - \frac{20 * \$10.00}{.0024657}$$

$$= (\$4{,}149.14)(20.4754870) - \$81{,}112.87 = \$84{,}955.73 - \$81{,}112.87$$

$$= \$3{,}842.86$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$93.5 + \frac{\$10.00}{.0024657}\right)\left[(1 + .0024657)\frac{(1 + .0024657)^{20} - 1}{.0024657}\right] - \frac{20 * \$10.00}{.0024657}$$
$$= (\$4{,}149.14)(20.5259734) - \$81{,}112.87 = \$85{,}165.21 - \$81{,}112.87$$
$$= \$4{,}052.34$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$93.5 + \frac{\$10.00}{.0024657}\right)\left[\frac{(1 + .0024657)^{20} - 1}{.0024657}\right] - \frac{20 * \$10.00}{.0024657}\right](1 + .0024657)^{-20}$$
$$= [(\$4{,}149.14)(20.4754870) - \$81{,}112.87](.9519399)$$
$$= [\$84{,}955.73 - \$81{,}112.87](.9519399) = (\$3{,}842.86)(.9519399)$$
$$= \$3{,}658.18$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$93.5 + \frac{\$10.00}{.0024657}\right)\left[(1 + .0024657)\frac{(1 + .0024657)^{20} - 1}{.0024657}\right] - \frac{20 * \$10.00}{.0024657}\right](1 + .0024657)^{-20}$$
$$= [(\$4{,}149.14)(20.5259734) - \$81{,}112.87](.9519399)$$
$$= [\$85{,}165.14 - \$81{,}112.87](.9519399) = (\$4{,}052.26)(.9519399)$$
$$= \$3{,}857.58$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$93.5\left[\frac{(1 + .0024657)^{20} - (1 + .012)^{20}}{.0024657 - .012}\right] = \$93.5\left[\frac{1.0504864 - 1.2694343}{-.0095343}\right]$$
$$= \$93.5\left[\frac{-.2189479}{-.0095343}\right] = \$93.5(22.9642344) = \$2{,}147.16$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$93.5(1 + .0024657)\left[\frac{(1 + .0024657)^{20} - (1 + .012)^{20}}{.0024657 - .012}\right]$$
$$= \$93.73\left[\frac{1.0504864 - 1.2694343}{-.0095343}\right] = \$93.73\left[\frac{-.2189479}{-.0095343}\right]$$
$$= \$93.73(22.9642344) = \$2{,}152.45$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$2{,}147.16}{\left[\frac{(1+.0024657)^{20}-(1+.012)^{20}}{.0024657-.012}\right]} = \frac{\$2{,}147.16}{\left[\frac{1.0504864-1.2694343}{-.0095343}\right]} = \frac{\$2{,}147.16}{\left[\frac{-.2189479}{-.0095343}\right]}$$

$$= \frac{\$2{,}147.16}{22.9642344} = \$93.5$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$2{,}152.45}{\left[\frac{(1+.0024657)^{20}-(1+.012)^{20}}{.0024657-.012}\right](1+.0024657)}$$

$$= \frac{\$2{,}152.45}{\left[\frac{1.0504864-1.2694343}{-.0095343}\right](1.0024657)} = \frac{\$2{,}152.45}{\left[\frac{-.2189479}{-.0095343}\right](1.0024657)}$$

$$= \frac{\$2{,}152.45}{(22.9642344)(1.0024657)} = \frac{\$2{,}152.45}{23.0208573} = \$93.5$$

7.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $200.00 | ga | $25.00 |
| i | 12% | gg | 3% |
| m | c/28 días | n | 40 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$200.00 + \frac{\$25.00}{.0092054}\right)\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-1}{.0092054}\right] - \frac{40 * \$25.00}{.0092054}$$

$$= (\$2{,}915.80)(48.0937173) - \$108{,}631.89 = \$140{,}231.53 - \$108{,}631.89$$

$$= \$31{,}599.64$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$200.00 + \frac{\$25.00}{.0092054}\right)\left[(1+.0092054)\frac{(1+.0092054)^{40}-1}{.0092054}\right] - \frac{40 * \$25.00}{.0092054}$$

$$= (\$2{,}915.80)(48.5364392) - \$108{,}631.89 = \$141{,}522.42 - \$108{,}631.89$$

$$= \$32{,}890.53$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$200.00 + \frac{\$25.00}{.0092054}\right)\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-1}{.0092054}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{40*\$25.00}{.0092054}\right](1+.0092054)^{-40}$$
$$= [(\$2{,}915.80)(48.0937173) - \$108{,}631.89](.6931342)$$
$$= [\$140{,}231.53 - \$108{,}631.89](.6931342) = (\$31{,}599.64)(.6931342)$$
$$= \$21{,}902.79$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$200.00 + \frac{\$25.00}{.0092054}\right)\left[1+.0092054)\frac{(1+.0092054)^{40}-1}{.0092054}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{40*\$25.00}{.0092054}\right](1+.0092054)^{-40}$$
$$= [(\$2{,}915.80)(48.5364392) - \$108{,}631.89](.6931342)$$
$$= [\$141{,}522.42 - \$108{,}631.89](.6931342) = (\$32{,}890.53)(.6931342)$$
$$= \$22{,}797.55$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$200.00\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-(1+.03)^{40}}{.0092054-.03}\right] = \$200.00\left[\frac{1.4427219-3.2620377}{-.0207946}\right]$$
$$= \$200.00\left[\frac{-1.8193158}{-.0207946}\right] = \$200.00(87.4898194) = \$17{,}497.96$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$200.00(1+.0092054)\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-(1+.03)^{40}}{.0092054-.03}\right]$$
$$= \$201.84\left[\frac{1.4427219-3.2620377}{-.0207946}\right] = \$201.84\left[\frac{-1.8193158}{-.0207946}\right]$$
$$= \$201.84(87.4898194) = \$17{,}659.04$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$17{,}497.96}{\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-(1+.03)^{40}}{.0092054-.03}\right]} = \frac{\$17{,}497.96}{\left[\frac{1.4427219-3.2620377}{-.0207946}\right]} = \frac{\$17{,}497.96}{\left[\frac{-1.8193158}{-.0207946}\right]}$$

$$= \frac{\$17{,}497.96}{87.4898194} = \$200.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$17{,}659.04}{\left[\frac{(1+.0092054)^{40}-(1+.03)^{40}}{.0092054-.03}\right](1+.0092054)}$$

$$= \frac{\$17{,}659.04}{\left[\frac{1.4427219-3.2620377}{-.0207946}\right](1.0092054)} = \frac{\$17{,}659.04}{\left[\frac{-1.8193158}{-.0207946}\right](1.0092054)}$$

$$= \frac{\$17{,}659.04}{(87.4898194)(1.0092054)} = \frac{\$17{,}659.04}{88.2951981} = \$200.00$$

8.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $1500.00 | ga | $22.00 |
| i | 5% | gg | 1.8% |
| m | c/15 días | n | 72 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$1{,}500.00 + \frac{\$22.00}{.0020547}\right)\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-1}{.0020547}\right] - \frac{72 * \$22.00}{.0020547}$$

$$= (\$12{,}207.16)(77.5127803) - \$770{,}915.46$$

$$= \$946{,}210.85 - \$770{,}915.46 = \$175{,}295.39$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$1{,}500.00 + \frac{\$22.00}{.0020547}\right)\left[(1+.0020547)\frac{(1+.0020547)^{72}-1}{.0020547}\right] - \frac{72 * \$22.00}{.0020547}$$

$$= (\$12{,}207.16)(77.6720458) - \$770{,}915.46$$

$$= \$948{,}155.03 - \$770{,}915.46 = \$177{,}239.57$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$1{,}500.00 + \frac{\$22.00}{.0020547}\right)\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-1}{.0020547}\right] - \frac{72 * \$22.00}{.0020547}\right](1+.0020547)^{-72}$$

$$= [(\$12{,}207.16)(77.5127803) - \$770{,}915.46](.8626151)$$

$$= [\$946{,}210.85 - \$770{,}915.46](.8626151) = (\$175{,}295.39)(.8626151)$$

$$= \$151{,}212.45$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$1{,}500.00 + \frac{\$22.00}{.0020547}\right)\left[(1+.0020547)\frac{(1+.0020547)^{72}-1}{.0020547}\right] - \frac{72 * \$22.00}{.0020547}\right](1+.0020547)^{-72}$$

$$= [(\$12{,}207.16)(77.6720458) - \$770{,}915.46](.8626151)$$

$$= [\$948{,}155.03 - \$770{,}915.46](.8626151) = [\$177{,}239.57](.8626151)$$

$$= \$152{,}889.53$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$1{,}500.00\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-(1+.018)^{72}}{.0020547-.018}\right]$$

$$= \$1{,}500.00\left[\frac{1.1592655 - 3.6127675}{.0020547-.018}\right] = \$1{,}500.00\left[\frac{-2.453502}{-0.0159453}\right]$$

$$= \$1{,}500.00(153.8699178) = \$230{,}804.88$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$1{,}500.00(1+.0020547)\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-(1+.018)^{72}}{.0020547-.018}\right]$$

$$= (\$1{,}503.08)\left[\frac{1.1592655 - 3.6127675}{.0020547-.018}\right] = (\$1{,}503.08)\left[\frac{-2.453502}{-0.0159453}\right]$$

$$= (\$1{,}503.08)(\$153.87) = \$231{,}279.11$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$230{,}804.88}{\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-(1+.018)^{72}}{.0020547-.018}\right]} = \frac{\$230{,}804.88}{\left[\frac{1.1592655-3.6127675}{.0020547-.018}\right]} = \frac{\$230{,}804.88}{\left[\frac{-2.453502}{-0.0159453}\right]}$$

$$= \frac{\$230{,}804.88}{153.8699178} = \$1{,}500.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$231{,}279.11}{\left[\frac{(1+.0020547)^{72}-(1+.018)^{72}}{.0020547-.018}\right](1+.0020547)}$$

$$= \frac{\$231{,}279.11}{\left[\frac{1.1592655-3.6127675}{.0020547-.018}\right](1.0020547)} = \frac{\$231{,}279.11}{\left[\frac{-2.453502}{-0.0159453}\right](1.0020547)}$$

$$= \frac{\$231{,}279.11}{(153.8699178)(1.0020547)} = \frac{\$231{,}279.11}{154.1860738} = \$1{,}500.00$$

9.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | 600 | ga | 25 |
| i | 10.5 | gg | 2.4% |
| m | c/20 días | n | 88 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$600.00 + \frac{\$25.00}{.0057534}\right)\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-1}{.0057534}\right] - \frac{88 * \$25.00}{.0057534}$$

$$= (4945.256718)(114.147141) - 382382.5912$$

$$= 564486.9159 - 382382.5912 = 182104.3247$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$600.00 + \frac{\$25.00}{.0057534}\right)\left[(1+.0057534)\frac{(1+.0057534)^{88}-1}{.0057534}\right] - \frac{88 * \$25.00}{.0057534}$$

$$= (\$4{,}945.26)(114.8038752) - \$382{,}382.59$$

$$= \$567{,}734.63 - \$382{,}382.59 = \$185{,}352.04$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$600.00 + \frac{\$25.00}{.0057534}\right)\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-1}{.0057534}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{88*\$25.00}{.0057534}\right](1+.0057534)^{-88}$$
$$= [(\$4{,}945.26)(114.147141) - \$382{,}382.59](.6035971)$$
$$= [\$564{,}486.92 - \$382{,}382.59](.6035971) = (\$182{,}104.32)(.6035971)$$
$$= \$109{,}917.64$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$600.00 + \frac{\$25.00}{.0057534}\right)\left[(1+.0057534)\frac{(1+.0057534)^{88}-1}{.0057534}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{88*\$25.00}{.0057534}\right](1+.0057534)^{-88}$$
$$= [(\$4{,}945.26)(114.8038752) - \$382{,}382.59](.6035971)$$
$$= [\$567{,}734.63 - \$382{,}382.59](.603597139) =$$
$$= [\$185{,}352.04](.6035971) = \$111{,}877.96$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$600.00\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-(1+.024)^{88}}{.0057534-.024}\right] = \$600.00\left[\frac{1.6567342-8.0611348}{.0057534-.024}\right]$$
$$= \$600.00\left[\frac{-6.4044006}{-.0182466}\right] = \$600.00(350.9914505) = \$210{,}594.87$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$600.00(1+.0057534)\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-(1+.024)^{88}}{.0057534-.024}\right]$$
$$= \$600.00(1.0057534)\left[\frac{1.6567342-8.0611348}{.0057534-.024}\right]$$
$$= (\$603.45)\left[\frac{-6.4044006}{-.0182466}\right] = (603.45204)(350.9914505) = \$211{,}806.51$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$210{,}594.87}{\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-(1+.024)^{88}}{.0057534-.024}\right]} = \frac{\$210{,}594.87}{\left[\frac{1.6567342-8.0611348}{.0057534-.024}\right]} = \frac{\$210{,}594.87}{\left[\frac{-6.4044006}{-.0182466}\right]}$$

$$= \frac{\$210{,}594.87}{350.9914505} = \$600.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$211{,}806.51}{\left[\frac{(1+.0057534)^{88}-(1+.024)^{88}}{.0057534-023}\right](1+.0057534)}$$

$$= \frac{\$211{,}806.51}{\left[\frac{1.6567342-8.0611348}{.0057534-.024}\right](1.0057534)} = \frac{\$211{,}806.51}{\left[\frac{-6.4044006}{-.0182466}\right](1.0057534)}$$

$$= \frac{\$211{,}806.51}{(350.9914505)(1.0057534)} = \frac{\$211{,}806.51}{353.0108447} = \$600.00$$

10.-CON LOS SIGUIENTES DATOS, RESOLVER:

| DATOS | | | |
|---|---|---|---|
| $Rp_1$ | $800.00 | ga | $20.00 |
| i | 10.6% | gg | 2.3% |
| m | c/28 días | n | 78 |

POSPAGABLE

$$Mga = \left(\$800.00 + \frac{\$20.00}{.0081315}\right)\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-1}{.0081315}\right] - \frac{78 * \$20.00}{.0081315}$$

$$= (\$3{,}259.57)(108.3183293) - \$191{,}846.52$$

$$= \$353{,}071.26 - \$191{,}846.52 = \$161{,}224.74$$

PREPAGABLE

$$Mga = \left(\$800.00 + \frac{\$20.00}{.0081315}\right)\left[(1+.0081315)\frac{(1+.0081315)^{78}-1}{.0081315}\right] - \frac{78 * \$20.00}{.0081315}$$

$$= (\$3{,}259.57)(109.1991198) - \$191{,}846.52$$

$$= \$355{,}942.26 - \$191{,}846.52 = \$164{,}095.74$$

POSPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$800.00 + \frac{\$20.00}{.0081315}\right)\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-1}{.0081315}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{78*\$20.00}{.0081315}\right](1+.0081315)^{-78}$$
$$= [(\$3{,}259.57)(108.3183293) - \$191{,}846.52](.5316913)$$
$$= [\$353{,}071.26 - \$191{,}846.52](.5316913) = (\$161{,}224.74)(.5316913)$$
$$= \$85{,}721.79$$

PREPAGABLE

$$VAga = \left[\left(\$800.00 + \frac{\$20.00}{.0081315}\right)\left[(1+.0081315)\frac{(1+.0081315)^{78}-1}{.0081315}\right]\right.$$
$$\left.-\frac{78*\$20.00}{.0081315}\right](1+0081315)^{-78}$$
$$= [(\$3{,}259.57)(109.1991198) - \$191{,}846.52](.5316913)$$
$$= [\$355{,}942.26 - \$191{,}846.52](.5316913) = (\$164{,}095.74)(.5316913)$$
$$= \$87{,}248.27$$

POSPAGABLE

$$Mgg = \$800.00\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-(1+.023)^{78}}{.0081315-.023}\right] = \$800.00\left[\frac{1.8807904-5.8924978}{.0081315-.023}\right]$$
$$= \$800.00\left[\frac{-4.0117074}{-.0148685}\right] = \$800.00(269.8125164) = \$215{,}850.01$$

PREPAGABLE

$$Mgg = \$800.00(1+.0081315)\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-(1+.023)^{78}}{.0081315-023}\right]$$
$$= (\$806.51)\left[\frac{1.8807904-5.8924978}{.0081315-.023}\right] = (\$806.51)\left[\frac{-4.0117074}{-.0148685}\right]$$
$$= (\$806.51)(269.8125164) = \$217{,}605.20$$

POSPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$215{,}850.01}{\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-(1+.023)^{78}}{.0081315-.023}\right]} = \frac{\$215{,}850.01}{\left[\frac{1.8807904-5.8924978}{.0081315-.023}\right]} = \frac{\$215{,}850.01}{\left[\frac{-4.0117074}{-.0148685}\right]}$$

$$= \frac{\$215{,}850.01}{269.8125164} = \$800.00$$

PREPAGABLE

$$Rp_1 = \frac{\$217{,}605.20}{\left[\frac{(1+.0081315)^{78}-(1+.023)^{78}}{.0081315-023}\right](1+.0081315)}$$

$$= \frac{\$217{,}605.20}{\left[\frac{1.8807904-5.8924978}{.0081315-.023}\right](1.0081315)} = \frac{\$217{,}605.20}{\left[\frac{-4.0117074}{-.0148685}\right](1.0081315)}$$

$$= \frac{\$217{,}605.20}{(269.8125164)(1.0081315)} = \frac{\$217{,}605.20}{272.0064969} = \$800.00$$

Anexo 10

# Propuesta de ejercicios

# Comics

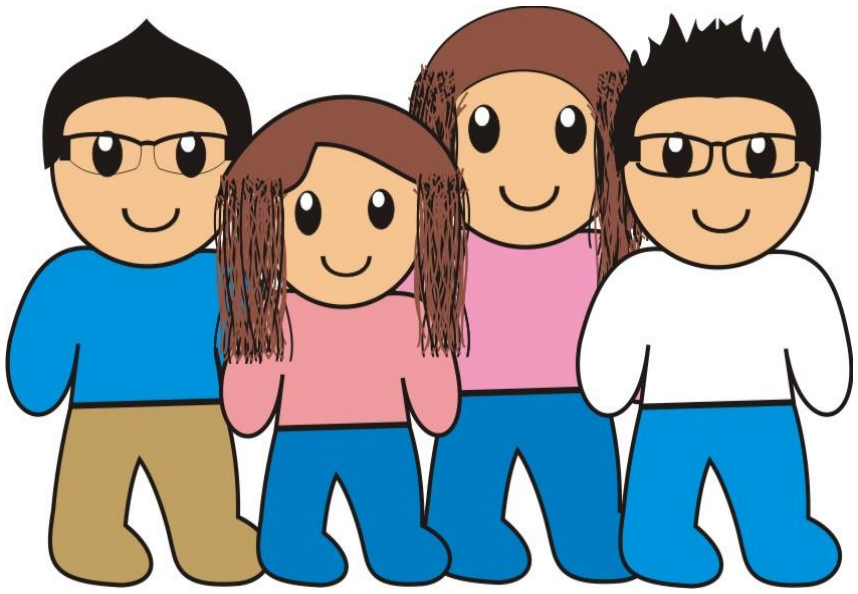

**Por**

**Jenny Angélica Aquino Arellano**

**Fernando Carrera García**

**Ana Carolina Mojica Gil**

**Rafael Omar Roldán Ortíz**

# Interés Simple.










Entonces sería:

## Datos

| | |
|---|---|
| Interés | I = ? |
| Principal o dinero | P = $105,000.00 |
| Tasa de interés | i = 5% ordinario |
| Tiempo | n = 5 meses |

## Formula

$$I = Pin$$

## Procedimiento

$$I = 105000 * \frac{5}{12} * 03$$

$$I = 105000 * 4166667 * 03$$

$$I = 105000 * 0125$$

$$I = 1312.5$$

## Resultado

$$I = \$1312.50$$






# Interés Simple.



# Interés Compuesto.










Entonces sería:

## Datos

| | |
|---|---|
| Interés | I = ? |
| Principal | P = $3,000,000.00 |
| T. de interés | i = 6% ordinario |
| Tiempo | n = 8 años |
| Capitalización | m = trimestralmente |

## Formula

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

## Procedimiento

$$S = 3,000,000.00\left(1+\frac{.06}{4}\right)^{32}$$

$$S = 3,000,000.00\left(1+.015\right)^{32}$$

$$S = 3,000,000.00\left(1.015\right)^{32}$$

$$S = 3,000,000.00\left(1.61032432\right)$$

## Resultado

$S = \$4,830,972.96$






# Interés Compuesto.










Entonces sería:

## Datos

| | |
|---|---|
| Interés | I = ? |
| Principal | P = $3,000.00 |
| T. de interés | i = 12% ordinario |
| Tiempo | n = 18 años |
| Capitalización | m = mensual |

## Formula

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

## Procedimiento

$$S = 3,000.00\left(1+\frac{.12}{12}\right)^{216}$$

$$S = 3,000.00\left(1+.01\right)^{216}$$

$$S = 3,000.00\left(1.01\right)^{216}$$

$$S = 3,000.00\left(8.578606299\right)$$

## Resultado

$S = \$25,735.81$






# Valor presente y valor futuro (logaritmos).



# Valor presente y valor futuro (logaritmos).










Entonces sería:



## Datos

| | |
|---|---|
| Monto o total | S = ? |
| Principal o dinero | P = $4,739.- |
| Tasa de interés | i = 7.5% ordinario |
| Tiempo | n = 185 días |
| Capitalización | m = 5 días |

## Formula

$$S = P(1+\frac{i}{m})^{n}$$

## Procedimiento

$$S = 4739\left[1+\left(\frac{0.075}{360}\bullet 5\right)\right]^{\frac{185}{5}}$$

$$S = 4379\left[1+0.0010416\right]^{37}$$

$$S = 4379\left[1.0010416\right]^{37}$$

$$S = 4379\left(1.0392706\right)$$

## Resultado

$$S = \$4,550.^{96}$$






Entonces sería:

## Datos

| | |
|---|---|
| Monto o total | S = ? |
| Principal o dinero | $P_2$ = $4,379.- |
| Tasa de interés | $i_2$ = 8.3% |
| Capitalización | $m_2$ = 9 días |
| Días | $n_2$ = ? |
| Veces a aumentar | x = 9.23 |

## Calcular días

Formula

$$n = \frac{\log(x)P}{\log\left(1+\frac{i}{m}\right)}$$

$$n = \frac{\log(9.23)}{\log\left(1+\frac{0.083}{360}\bullet 9\right)}$$

$$n = \frac{\log(9.23)}{\log(1.002075)}$$

$$n = \frac{0.9652017}{0.0009002}$$

Resultado

$$n = 1072.2$$

## Calcular Monto

Formula $S = P(1+\frac{i}{m})^n$

$$S = 4550.96(1.002075)^{1072.2}$$

$$S = 4550.96(9.2304697)$$

Resultado

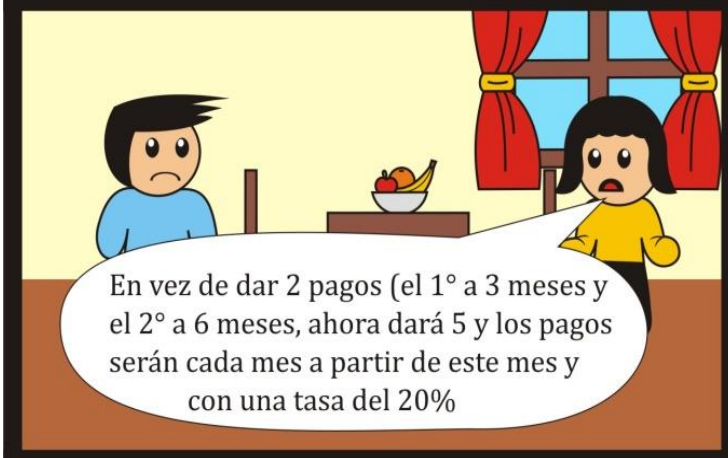
$$S = \$42,007.^{49}$$





# Ecuaciones de valores equivalentes.







Entonces sería:

## Datos

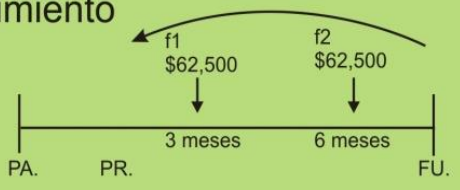
| | |
|---|---|
| Valor de los pagar | Y=? |
| Pagarés | f1/f2 = $62,500.00 |
| T. de interés | i = 20% ordinario |
| Tiempos | n = 1 mes entre pagarés |
| Nuevos pagarés | p= 5 |

## Formula

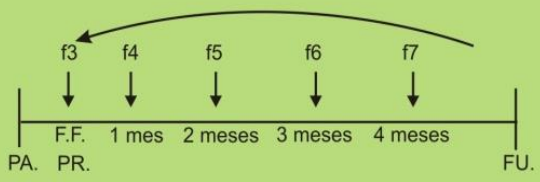
$$V_{DO}=\frac{F_1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}}+\frac{F_2}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}}$$

## Procedimiento

Viejo Esquema




Nuevo Esquema




$$V_{DO}=\frac{\$65,000.00}{(1+.05)}+\frac{\$60,000.00}{(1+.0833333)}$$

$$V_{DO}=\frac{\$65,000.00}{(1.05)}+\frac{\$60,000.00}{(1.0833333)}$$

$$V_{DO}=61,904.7619+55,384.6170$$

$$V_{DO}=117,289.379$$

$$fd_2=\left(1+\frac{i}{m}\right)=\left(1+\frac{.20}{360}*30\right)=1.0166666$$

$$fd_3=\left(1+\frac{i}{m}\right)=\left(1+\frac{.20}{360}*60\right)=1.0333333$$

$$fd_4=\left(1+\frac{i}{m}\right)=\left(1+\frac{.20}{360}*90\right)=1.05$$

$$fd_5=\left(1+\frac{i}{m}\right)=\left(1+\frac{.20}{360}*120\right)=1.0666666$$

$$fd_5 = \left(1 + \frac{i}{m}\right) = \left(1 + \frac{.20}{360} * 120\right) = 1.0666666$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{(fd_2)} + \frac{X_3}{(fd_3)} + \frac{X_4}{(fd_4)} + \frac{X_5}{(fd_5)}$$

$$V_{NE} = 1 + \frac{1_2}{(fd_2)} + \frac{1_3}{(fd_3)} + \frac{1_4}{(fd_4)} + \frac{1_5}{(fd_5)}$$

$$V_{NE} = 1_1 + \frac{1_2}{(1.0166666)} + \frac{1_3}{(1.0333333)} + \frac{1_4}{(1.05)} + \frac{1_5}{(1.0666666)}$$

$$V_{NE} = 1 + .9836066 + .9677419 + .9523808 + .9375000$$

$$V_{NE} = 4.8412293$$

$$Y = \frac{117,289.39}{4.8412293}$$

Resultado

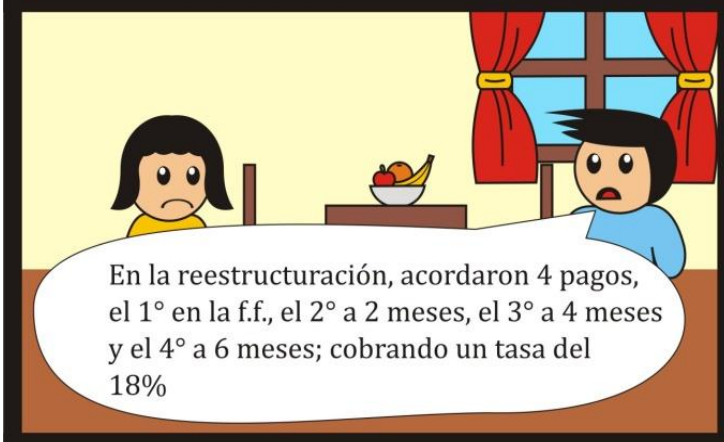
$Y = \$24,227.19$




FIN.

# Ecuaciones de valores equivalentes.







Entonces sería:

## Datos

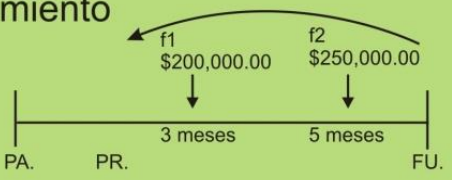
| | |
|---|---|
| Valor de los pagar | Y=? |
| Pagarés | f1 = $200,000.00 |
| | f2 = $250,000.00 |
| T. de interés | i = 15% ordinario |
| Nueva T. de int. | i = 18% ordinario |
| Tiempos | n = F.F., 2, 4 y 6 meses |
| Nuevos pagarés | p= 4 |

## Formula

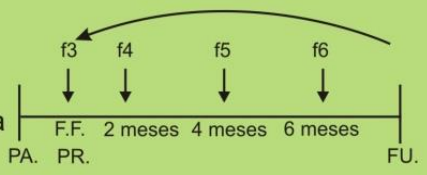
$$V_{DO} = \frac{F_1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}} + \frac{F_2}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}}$$

## Procedimiento

Viejo Esquema




Nuevo Esquema




$$V_{DO} = \frac{F_1}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}} + \frac{F_2}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}}}$$

$$V_{DO} = \frac{\$200,000.00}{\left(1+\frac{.15}{12}*3\right)} + \frac{\$250,000.00}{\left(1+\frac{.15}{12}*5\right)}$$

$$V_{DO} = \frac{\$200,000.00}{(1+.0375)} + \frac{\$250,000.00}{(1+.0625)}$$

$$V_{DO} = \frac{\$200,000.00}{(1.0375)} + \frac{\$250,000.00}{(1.0625)}$$

$$V_{DO} = 192,771.0843 + 235,294.1176$$

$$V_{DO} = 428065.2019$$

$$V_{NE} = \sum_{1=n}^{X_{1...n}} X_{1aff}(fa) + X_{ff} + \sum_{1=n}^{X_{1...n}} \frac{X}{(fd)}$$



$$fd_2 = \left(1 + \frac{i}{m}\right) = \left(1 + \frac{.18}{360} * 60\right) = 1.03$$

$$fd_3 = \left(1 + \frac{i}{m}\right) = \left(1 + \frac{.18}{360} * 120\right) = 1.06$$

$$fd_4 = \left(1 + \frac{i}{m}\right) = \left(1 + \frac{.18}{360} * 180\right) = 1.09$$

$$V_{NE} = X_1 + \frac{X_2}{(fd_2)} + \frac{X_3}{(fd_3)} + \frac{X_4}{(fd_4)}$$

$$V_{NE} = 1 + \frac{1_2}{(fd_2)} + \frac{1_3}{(fd_3)} + \frac{1_4}{(fd_4)}$$

$$V_{NE} = 1_1 + \frac{1_2}{(1.03)} + \frac{1_3}{(1.06)} + \frac{1_4}{(1.09)}$$

$$V_{NE} = 1 + .9708737 + .9433962 + .91743119$$

$$V_{NE} = 3.83170089$$



$$Y = \frac{428,065.2019}{3.83170089}$$

Resultado

*Y = $111,716.75*




# FIN.

# Tasa Efectiva.










Entonces sería:

## Datos

Tasa de interés i = 14.78 nominal
Capitalización m = mensual

## Fórmula

$$Te = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}} - 1\right] \bullet 100$$

$$Te = \left[\left(1+\frac{.1478}{360} \bullet 30\right)^{12} - 1\right] \bullet 100$$

$$Te = \left[(1.0123166)^{12} - 1\right] \bullet 100$$

$$Te = [1.1582339 - 1] \bullet 100$$

$$Te = [0.1582339] \bullet 100$$

## Resultado

*Te = 15.82%*






# FIN.

# Tasa Efectiva.










Entonces sería:

**Datos**

Tasa de interés i = 24.5% nominal
Capitalización m =Quincenalmente

**Fórmulas**

$$Te = \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{\frac{n}{m}} - 1\right] \bullet 100$$

**Procedimiento**

**Resultado**

*Te = 27.36%*




# FIN.

# Tasa Real.










Entonces sería:

**Datos**

Tasa de inflación Ti = 3.46% nominal
Tasa efectiva Te = 27.36%

**Fórmulas**

$$TR = \left[\frac{Te - Ti}{1 - Ti}\right] \bullet 100$$

**Procedimiento**

$$TR = \left[\frac{0.2736 - 0.0346}{1 - 0.0346}\right] \bullet 100$$

$$TR = \left[\frac{0.239}{0.9654}\right] \bullet 100$$

$$TR = [0.2475657] \bullet 100$$

**Resultado**

$TR = 24.75\%$



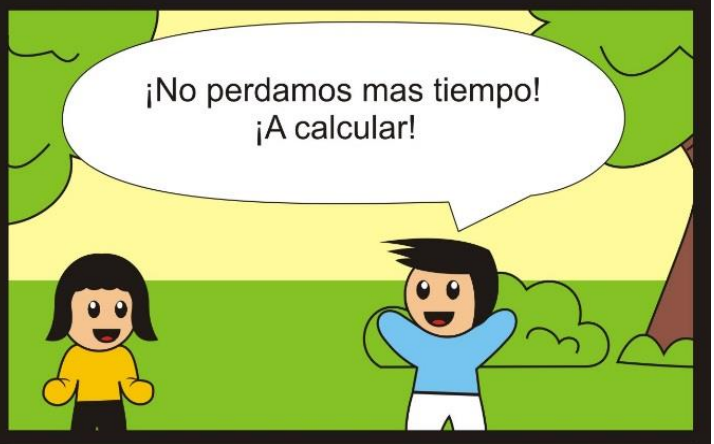

# FIN.

# Tasa Real.










Entonces sería:



**Datos**

Tasa de inflación Ti = 3.46% nominal
Tasa efectiva Te = 27.36%

**Fórmulas**

$$TR = \left[\frac{Te - Ti}{1 - Ti}\right] \bullet 100$$

**Procedimiento**

$Te = 16.6825\%$

$$TR = \left[\frac{0.166825 - 0.035}{1 + 0.035}\right] \bullet 100$$

$$TR = \left[\frac{0.131825}{1.035}\right] \bullet 100$$

$$TR = [0.1273671] \bullet 100$$

$TR = 12.73\%$

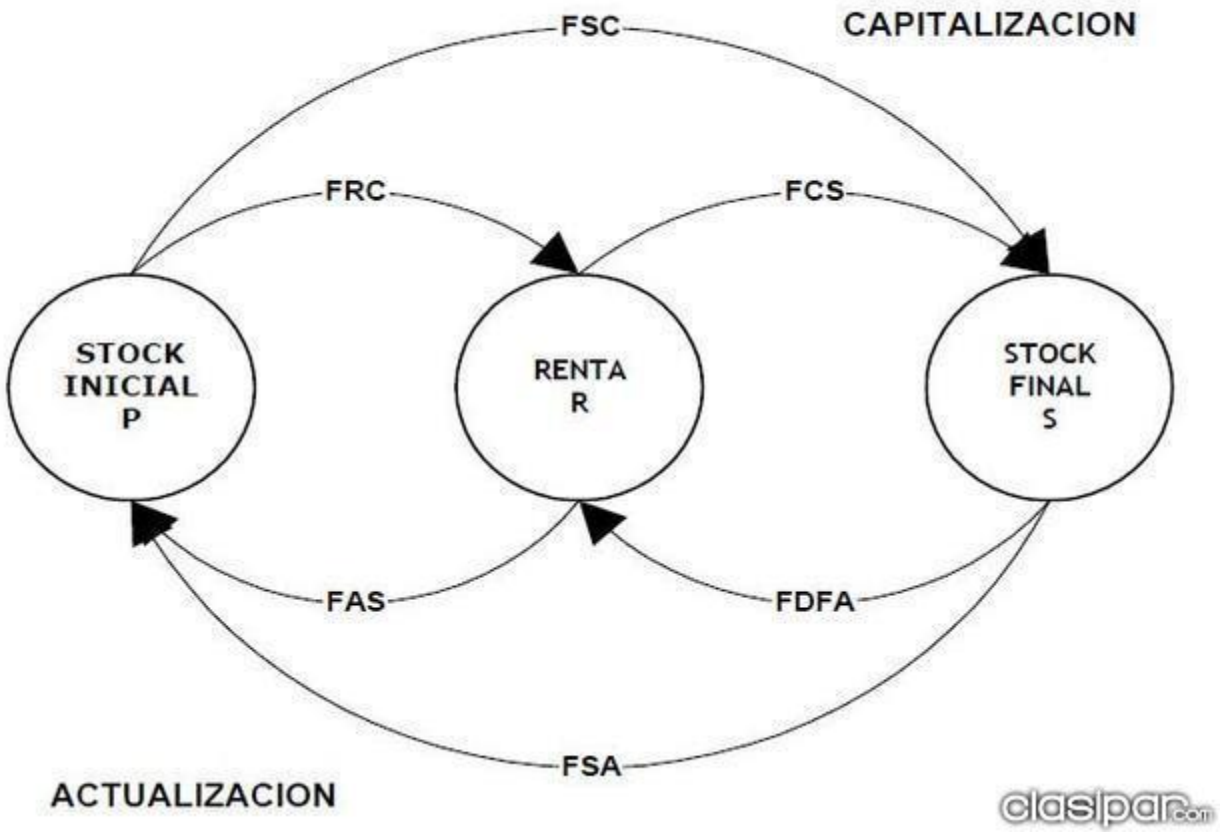
**Resultado**

$TR = 12.73\%$




# FIN.

EL CIRCUITO DE EQUIVALENCIAS FINANCIERAS (CEF)



# ANEXO 9

# EJERCICIOS RESUELTOS (MAYRA RODRÍGUEZ)

## Interés simple

**1.-¿Cuál es el Interés Simple de un capital de $652 000 con una tasa nominal simple ordinaria del 15% semestral en 5 meses?**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **I =?** | **P = $652,000.00** | **i = 15% semestral** | **n = 5 meses** |

$$I = P * i * n$$
$$I = \$652,000.00 * \frac{.15}{6} * 5$$
$$I = \$652,000.00 * .025 * 5$$
$$I = \$81,500.00$$

**INTERÉS SIMPLE = $ 81,500.00**

**2.-¿Qué cantidad genera un capital de $125,000.00 con una tasa nominal simple ordinaria del 22% en 4 meses?**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **S=?** | **P = $125, 000.00** | **i = 22%** | **n = 4 meses** |

$$S = P + (P * i * n)$$
$$S = \$125,000.00 + (\$125,000.00 * \frac{.22}{12 * 4})$$
$$S = \$125,000.00 + (\$125,000.00 * .0183333 * 4)$$
$$S = \$125,000.00 + \$9,166.66$$
$$S = \$134,166.66$$

**CANTIDAD QUE SE GENERA = $ 134,166. 65**

**3.-¿Qué cantidad genera un capital de $ 13,553.00 a una tasa del 45% en 10.5 meses?**

| S =? | P = $13,553.00 | i = 45% | n = 10.5 meses |
|---|---|---|---|

$$S = P + (P * i * n)$$
$$S = \$13,553.00 + \left(\$13,553.00 * 45\% * \frac{10.5}{12}\right)$$
$$S = \$13,553.00 + (45\% * 0.875)$$
$$S = \$13,553.00 + (6098.85 * 0.875)$$
$$S = \$13,553.00 + \$5,336.49$$
$$S = \$18,889.49$$

**CANTIDAD QUE SE GENERA = $ 18,889.49**

**4.-Una casa tiene un valor de $785,550.00 de contado. El Sr. Rogelio Guerra acuerda pagar**

**$440,000.00 el 30 de septiembre y el resto mediante un único pago de $350,000.00 el 28 de noviembre ¿Cuál es la tasa?**

$$\$785,550.00 - \$440,000.00 = \$345,550.00$$
$$\$350,000.00 - \$345,550.00 = \$5,550.00$$

30 de septiembre – 28 de noviembre: 59 días

$$i = \frac{I(360)}{Pt}$$
$$i = \frac{\$5,550.00(360)}{\$345,550.00(59)} = \frac{\$1'998,000.00}{\$20'387,745.00} = 0.980000$$

Tasa= 0.0980000%

COMPROBACIÓN:

$$I = P * i * n$$

$$I = \$345,550.00 * 0.0980000 * (\frac{59}{360})$$

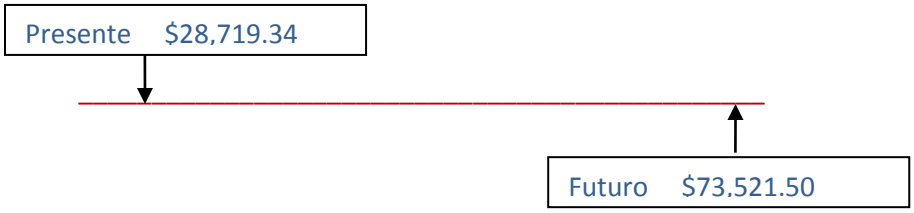
$$I = \$345,550.00 * 0.0980000 * 0.1638888$$

$$I = \$345,550.00 * 0.0160611$$

$$I = \$5,549.91$$

**5.-¿Cuál es el valor presente de $73,521.50 con un interés trimestral del 13% en 6 meses?**

| C (importe a recibir) = $73,521.50 | i = 13% trimestral | n = 6 meses |
|---|---|---|




$$VP = \frac{C}{(1+in)}$$

$$VP = \frac{\$73,521.50}{(1+.13*2)}$$

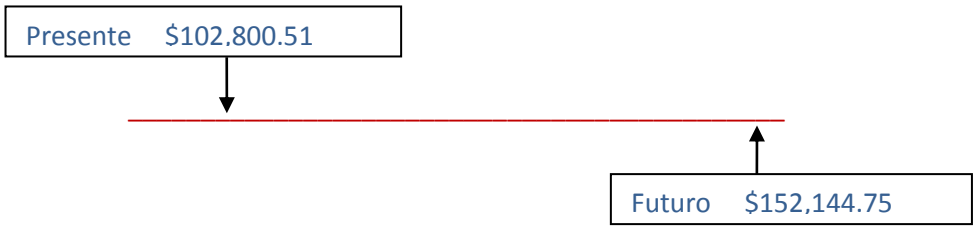
$$VP = \frac{\$73,521.50}{1.26}$$

$$VP = \$58,350.40$$

**EL VALOR PRESENTE DE $73,521.50 ES DE $58,350.4**

**6.-¿Cuál es el valor presente de $152,144.75 con una tasa nominal simple ordinaria del 32% en 18 meses?**

| C = $152,144.75 | i = 32% | n = 18 meses |
|---|---|---|




$$VP = \frac{C}{(1+in)}$$

$$VP = \frac{\$152,144.75}{\left(1+\left(.32*\frac{18}{12}\right)\right)}$$

$$VP = \frac{\$152,144.75}{(1+(.32*1.5))}$$

$$VP = \frac{\$152,144.75}{1.48}$$

$$VP = \$102,800.51$$

**EL VALOR PRESENTE DE $152,144.75 ES $102,800.51**

## Interés compuesto

**7.-¿Cuál es el monto que genera $230 000 con una tasa nominal ordinaria del 14 % capitalizable semestralmente en 5 años?**

| P = $230,000.00 | i= 14% | m= semestral | n=5 años |
|---|---|---|---|

$$S = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S = \$230,000.00*\left(1+\frac{.14}{2}\right)^{10}$$

$$S = \$230,000.00*\left(1+0.07\right)^{10}$$

$$S = \$230,000.00*\left(1.9671513\right)^{10}$$

$$S = \$452,444.81$$

**EL MONTO QUE SE GENERA ES:$452,444.81**

**8.-REESTRUCTURAR LOS SIGUIENTES PAGOS (INTERÉS SIMPLE):**

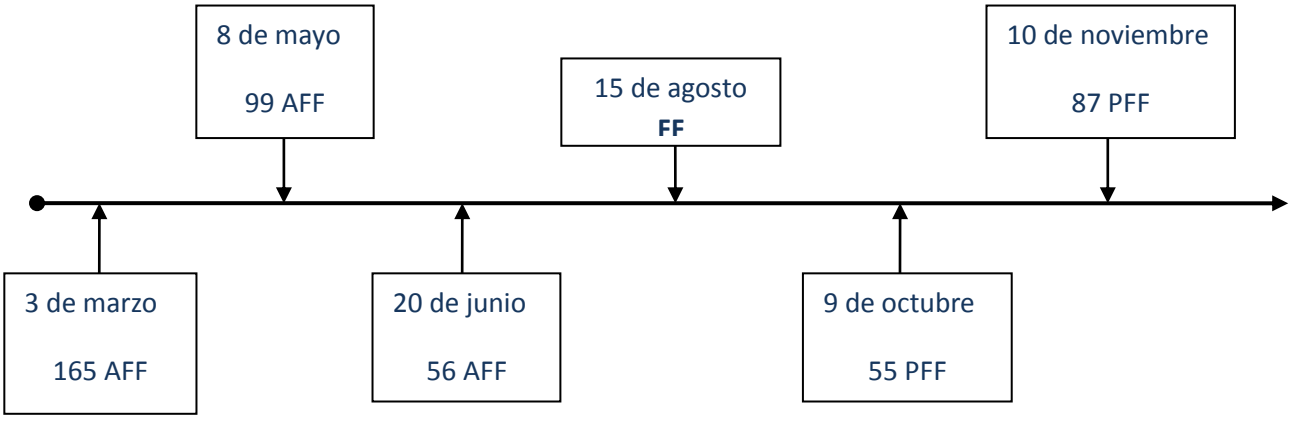
**i= 4.5% nominal simple ordinario**

**$V_{EO}$:**

| FECHA | IMPORTE | DIAS |
|---|---|---|
| **3 DE MARZO** | $14,000.00 | 165 DÍAS AFF |
| **8 DE MAYO** | $22,000.00 | 99 DÍAS AFF |
| **20 DE JUNIO** | $72,000.00 | 56 DÍAS AFF |
| **15 DE AGOSTO** | $50,000.00 | FF |
| **9 DE OCTUBRE** | $35,000.00 | 55 DÍAS PFF |
| **10 DE NOVIEMBRE** | $10,000.00 | 87 DÍAS PFF |

**$V_{EN}$ = 6 PAGOS IGUALES**

| NÚMERO DE PAGO | DÍAS |
|---|---|
| 1 | **FF** |
| 2 | **30 DÍAS PFF** |
| 3 | **50 DÍAS PFF** |
| 4 | **65 DÍAS PFF** |
| 5 | **80 DÍAS PFF** |
| 6 | **92 DÍAS PFF** |




$$V_{EO} = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+\text{in}) + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{1+in}$$

$$V_{EO} = \$14,000.00 + \left(1 + (\frac{.045}{12} * \frac{165}{30})\right) + \$22.000.00\left(1 + (\frac{.045}{12} * \frac{99}{30})\right) + \$72,000.00\left(1 + (\frac{.045}{12} * \frac{56}{30})\right) + \$50,000.00 + ...$$

$$... + \frac{\$35,000.00}{1 + (\frac{.045}{12} * \frac{55}{30})} + \frac{\$100,000.00}{1 + (\frac{.045}{12} * \frac{87}{30})}$$

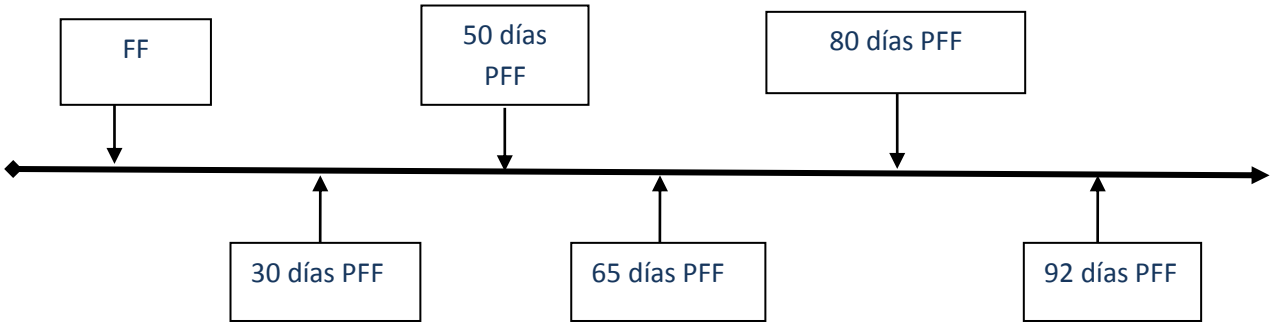
$$VEO = \$14,000.00(.1 + (.00375 * 5.5) + \$22,000.00\left(1 + (.00375 * 3.3)\right) + \$72,000.00\left(1 + (.00375 * 1.8666666)\right)...$$

$$+\$50,000.00 + \frac{\$35,000.00}{1 + \left(.0035 * 1.8333333\right)} + \frac{\$10,000.00}{1 + \left(.00375 * 2.9\right)}$$

$$VEO = \$14,000.00(1.020625) + \$22,000.00(1.012375) + \$72,000.00(1.0069999) + \$50,000.00 + \frac{\$35,000.00}{1.0068749} + \frac{\$10,000.00}{1.010875}$$

$$VEO = \$14,288.75 + \$22,272.25 + \$72,503.99 + \$50,000.00 + \$34,761.02 + \$9,892.42$$

$$VEO = \$203,718.43$$




$$V_{EN} = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1 + \text{in}) + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{1 + in}$$

$$V_{EN=}1+\frac{1}{1+(\frac{.045}{12}*\frac{30}{30})}+\frac{1}{1+(\frac{.045}{12}*\frac{50}{30})}+\frac{1}{1+(\frac{.045}{12}*\frac{65}{30})}+\frac{1}{1+(\frac{.045}{12}*\frac{80}{30})}+\frac{1}{1+(\frac{.045}{12}*\frac{92}{30})}$$

$$V_{EN}=1+\frac{1}{1.00375}+\frac{1}{1+(.00375*1.6666666)}+\frac{1}{1+(.00375*2.1666666)}+\ldots$$

$$\ldots+\frac{1}{1+(.00375*2.6666666)}+\frac{1}{1+(.00375*3.0666666)}$$

$$V_{EN}=1+0.9962640+\frac{1}{1.0062499}+\frac{1}{1.0081249}+\frac{1}{1.0099999}+\frac{1}{1.0114999}$$

$$V_{EN}=1+0.9962640+0.993889+0.9919405+0.9900991+0.9886308$$

$$V_{EN}=5.9607233$$

$$Y=\frac{V_{EO}}{V_{EN}}=\frac{\$203,718.43}{5.9607253}=\$34,176.79$$

**VALOR DE CADA PAGO CON EL NUEVO ESQUEMA: $34,176.79**

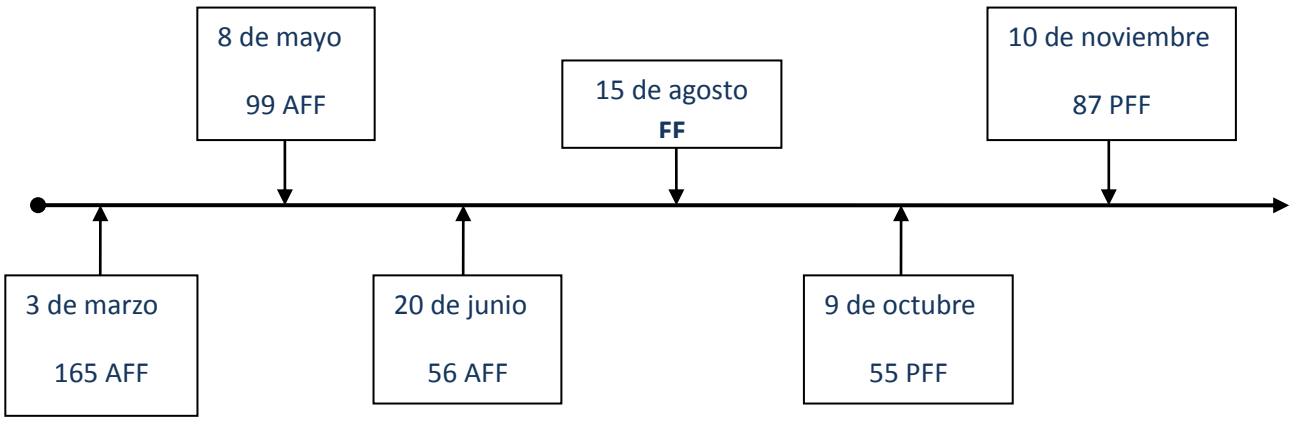
**9.-CON LOS DATOS DEL PROBLEMA ANTERIOR REESTRUCTURAR LOS PAGOS MEDIANTE INTERÉS COMPUESTO:**

**i= 4.5%**

**m= bimestral**

| FECHA | IMPORTE | DIAS |
|---|---|---|
| **3 DE MARZO** | $14,000.00 | 165 DÍAS AFF |
| **8 DE MAYO** | $22,000.00 | 99 DÍAS AFF |
| **20 DE JUNIO** | $72,000.00 | 56 DÍAS AFF |
| **15 DE AGOSTO** | $50,000.00 | FF |
| **9 DE OCTUBRE** | $35,000.00 | 55 DÍAS PFF |
| **10 DE NOVIEMBRE** | $10,000.00 | 87 DÍAS PFF |

| NÚMERO DE PAGO | DÍAS |
|---|---|
| 1 | **FF** |
| 2 | **30 DÍAS PFF** |
| 3 | **50 DÍAS PFF** |
| 4 | **65 DÍAS PFF** |
| 5 | **80 DÍAS PFF** |
| 6 | **92 DÍAS PFF** |




$$V_{EO} = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+i)^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EO=}\$14,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{\frac{165}{60}}+\$22,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{\frac{99}{60}}+\$72,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{\frac{56}{60}}+\ldots$$

$$\ldots+\$50,000.00+\frac{\$35,000.00}{\left(1+\frac{.045}{12}\right)^{\frac{55}{60}}}+\frac{\$10,000.00}{\left(1+\frac{.045}{12}\right)^{\frac{87}{60}}}$$

$$V_{EO}=\$14,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{2.75}+\$22,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{1.65}+\$72,000.00\left(1+\frac{.045}{6}\right)^{0.9333333}+\ldots$$

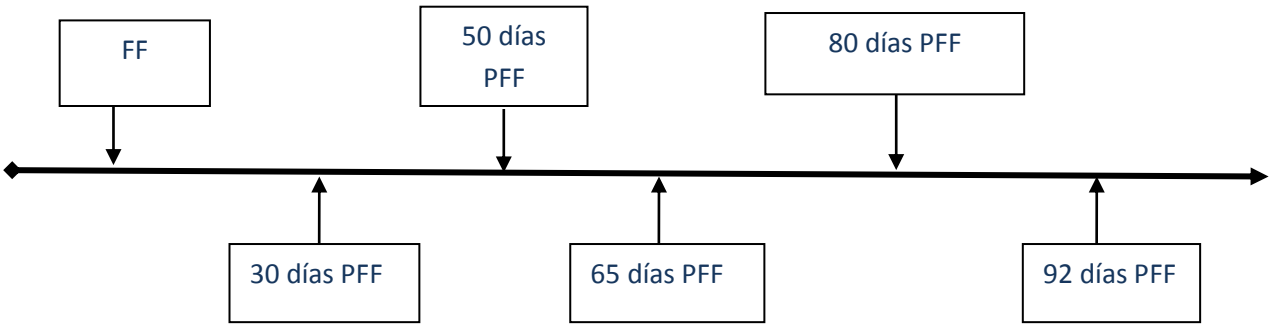
$$\ldots+\$50,000.00+\frac{\$35,000.00}{\left(1+\frac{.045}{12}\right)^{0.9166666}}+\frac{\$10,000.00}{\left(1+\frac{.045}{12}\right)^{1.45}}$$

$$V_{EO}=\$14,000.00(1.0207606)+\$22,000.00(1.0124051)+\$72,000.00(1.0069982)+\ldots$$

$$\ldots+\$50,000.00+\frac{\$35,000.00}{1.0068728}+\frac{\$10,000.00}{1.0108933}$$

$$V_{EO}=\$14,290.65+\$22,272.91+\$72,503.87+\$50,000.00+\$19,370.48+\$9,892.24$$

$$V_{EO}=\$188,330.15$$




$$VEN=\sum_{1=n}^{t}1_{aff}(1+i)^{n}+1_{ff}+\sum_{1=n}^{t}\frac{1_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EN} = 1 + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{\frac{30}{60}} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{\frac{50}{60}} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{\frac{65}{60}} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{\frac{80}{60}} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{\frac{92}{60}}$$

$$V_{EN} = 1 + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{0.5} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{0.8333333} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{1.0833333} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{1.3333333} + \left(\frac{1}{1.0075}\right)^{1.5333333}$$

$$V_{EN} = 1 + \left(\frac{1}{1.0037429}\right) + \left(\frac{1}{1.0062461}\right) + \left(\frac{1}{1.0081275}\right) + \left(\frac{1}{1.0100124}\right) + \left(\frac{1}{1.0115229}\right)$$

$$V_{EN} = 1 + 0.996271 + 0.9937926 + 0.9919380 + 0.990868 + 0.9886083$$

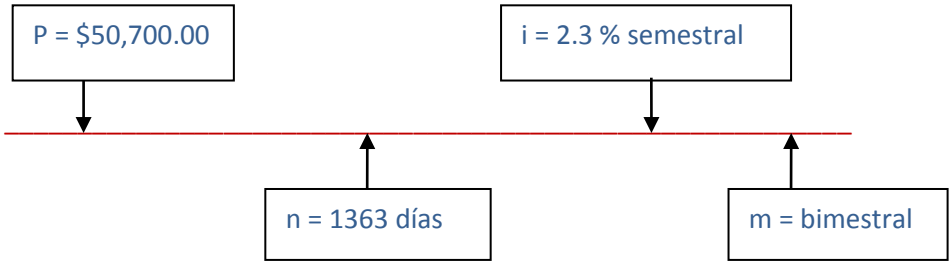
$$V_{EN} = 5.9606967$$

$$Y = \frac{V_{EO}}{V_{EN}} = \frac{\$188,330.15}{5.9606967} = \$31,595.33$$

**VALOR DE CADA PAGO CON EL NUEVO ESQUEMA: $31,595.33**

**10.-Dulce María invierte $50,700.00 en el Banco HSBWC a una tasa semestral del 2.3% capitalizable bimestralmente. Lo invertirá en 1,363 días, debido a que el día siguiente lo ocupará porque se irá de vacaciones a Cancún.**

- **Además Dulce María quisiera saber: ¿En qué tiempo obtendrá 4.5 veces su valor?**




N = 4.5 $S_1$ = ¿? $S_2$ = ¿?

$$S_1 = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}$$

$$S_1 = \$50,700.00*\left(1+\frac{.023}{3}\right)^{\frac{1363}{60}}$$

$$S_1 = \$50,700.00*\left(1+\frac{.023}{3}\right)^{22.7166666}$$

$$S_1 = \$50,700.00*(1+0.0076666)^{22.7166666}$$

$$S_1 = \$50,700.00*(1.189456977)$$

$$S_1 = \$60,305.46$$

Para que su valor sea de 4.5 veces, tenemos ahora que:

$$n = \frac{\log(4.5)}{\log(1.0076666)} = \frac{0.65321251}{0.00331689} = 196.9352603$$

## Comprobación:

$$S_2 = S_1 * (1+i)^n$$

$$S_2 = \$60,305.46 * (1.0076666)^{196.9352603.}$$

$$S_2 = \$60,305.46 * (4.5000000)$$

$$S_2 = \$271,374.57$$

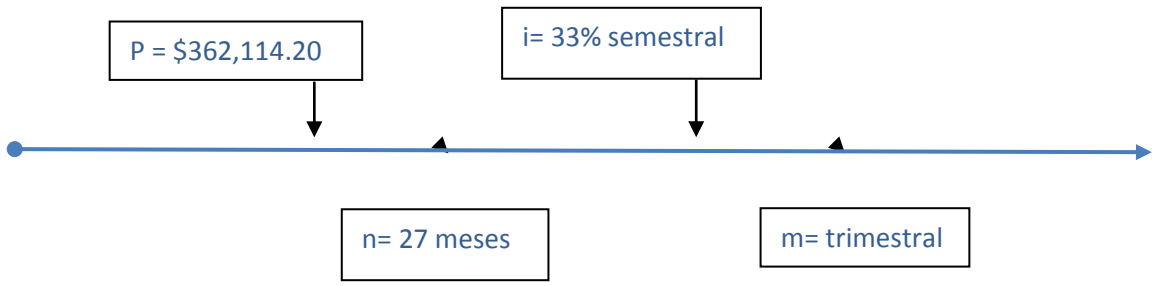
$S_1$ = $60,305.46

$S_2$ = $271,374.57

Que es lo mismo que. **$60,305.46 + $60,305.46 + $60,305.46 + $60,305.46+ ($60,305.46/2)=$271,374.57**

**11.-OBTENER LOS MONTOS DE ACUERDO CON LOS SIGUIENTES DATOS:**

Calcular $S_1$ y posteriormente llevar a $N_1$ y $N_2$ la cantidad obtenida de $S_1$ para obtener $S_2$ y $S_3$




Convertir $N_1$ = 3.7 veces  Convertir $N_2$ = 8.4 veces  $S_1$= ¿?  $S_2$ = ¿?  $S_3$ = ¿?

Calcular $S_1$

Para $S_1$ tenemos que:

$$S_1 = P\left(1+\frac{i}{m}\right)^n$$

$$S_1 = \$362{,}114.20 * \left(1+\frac{.33}{2}\right)^{\frac{27}{6}}$$

$$S_1 = \$362{,}114.20 * (1+0.165)^{4.5}$$

$$S_1 = \$362{,}114.20 * (1.988230191)$$

$$S_1 = \$719{,}966.38$$

Si $S_1$=$719,966.38 y se desea transformar en 3.7 veces es = $2'663,875.61

Ahora convertir con la fórmula $N_1$ = 3.7 veces

$$n_1 = \frac{\log(3.7)}{\log(1.165)} = \frac{0.5682017}{0.06632593} = 8.56681186$$

$$comprobación_para_S_2$$

$$S_2 = S_1 * \left(1+\frac{i}{m}\right)^n$$

$$S_2 = \$719{,}966.38 * (1.165)^{8.56681186}$$

$$S_2 = \$719{,}966.38 * (3.70000000)$$

$$S_2 = \$2'663{,}875.61$$

Si $S_1$=$719,966.38 y se desea transformar en 8.4 veces es = $6'047,717.59

Ahora convertir con la fórmula $N_2$ = 8.4 veces

$$n = \frac{\log(8.4)}{\log(1.165)} = \frac{0.92427929}{0.06632593} = 13.9354149$$

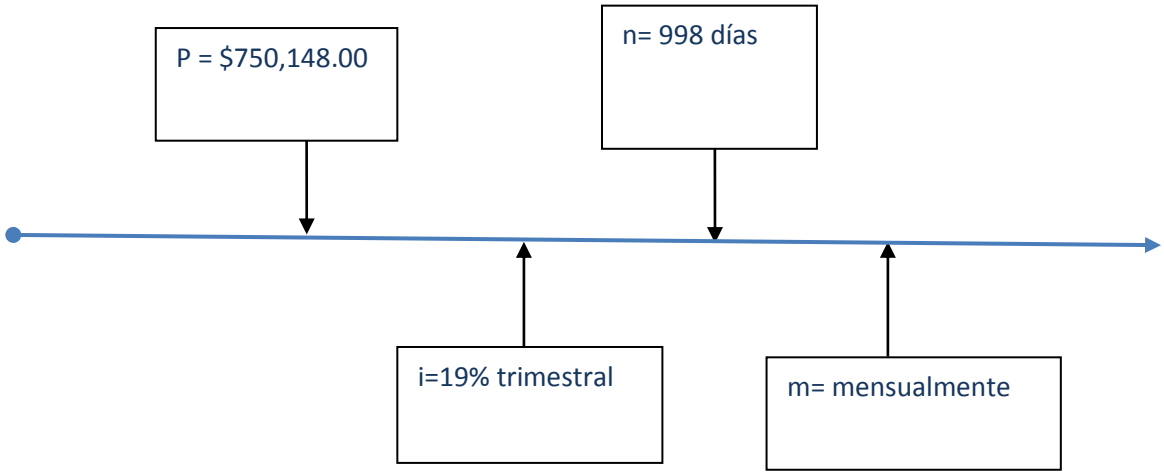
$$S_3 == \$719,966.38 * (1.165)^{13.9354149}$$

$$S_3 == \$719,966.38 * (8.4000000)$$

$$S_3 = \$6'047,717.59$$

**$S_1$ = $719 966.38**
**$S_2$= $2'663,875.61**
**$S_3$ = $6'047,717.59**

**12.-OBTENER LOS MONTOS QUE SE PIDEN DE ACUERDO CON LOS SIGUIENTES DATOS:**




$N_1$=2.8 veces $N_2$ =7.6 veces $S_1$ = ¿? $S_2$ = ¿? $S_3$ = ¿?

$$S_1 = P * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$

$$S_1 = \$750{,}148.00 * (1 + .19/3)^{998/30}$$
$$S_1 = \$750{,}148.00 * (1 + .19/3)^{33.26666666}$$
$$S_1 = \$750{,}148.00 * (1 + 0.06333333)^{33.26666666}$$
$$S_1 = \$750{,}148.00 * (1.06333333)^{33.26666666}$$
$$S_1 = \$750148 * (7.7126378)$$
$$S_1 = \$5'785,619.83$$

Si $S_1$=$5'785,619.83 y se desea transformar en 2.8 veces es = $16'199,735.52

$$n_1 = \frac{\log(2.8)}{\log(1.0633333)} = \frac{0.44715803}{0.02666943} = 16.7666906$$

*entonces*

$$S_2 = S_1 * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$
$$S_2 = \$5'785,619.83 * \left(1.06333333\right)^{16.7666906}$$
$$S_2 = \$5'785,619.83 * \left(2.80000000\right)$$
$$S_2 = \$16'199,735.52$$

Si $S_1$=$5'785,619.83 y se desea transformar en 7.6 veces es = $43'970,710.71

También se puede tomar $S_2$

$$n_2 = \frac{\log(7.6)}{\log(1.0633333)} = \frac{0.88081359}{0.02666943} = 33.02709102$$

$$S_3 = S_1 * \left(1 + \frac{i}{m}\right)^n$$
$$S_3 = \$5'785,619.83 * \left(1.0633333\right)^{33.02709102}$$
$$S_3 = \$5'785,619.83 * \left(7.599999\right)$$
$$S_3 = \$43'970,669.73$$

**$S_1$ = $5'785,619.83**

**$S_2$ = $16'199,735.52**

**$S_3$ = $43'970,669.73**

**13.-El Sr. Ramírez acordó liquidar previamente un crédito con el Banco BANORTAZO habiendo firmado los siguientes:**

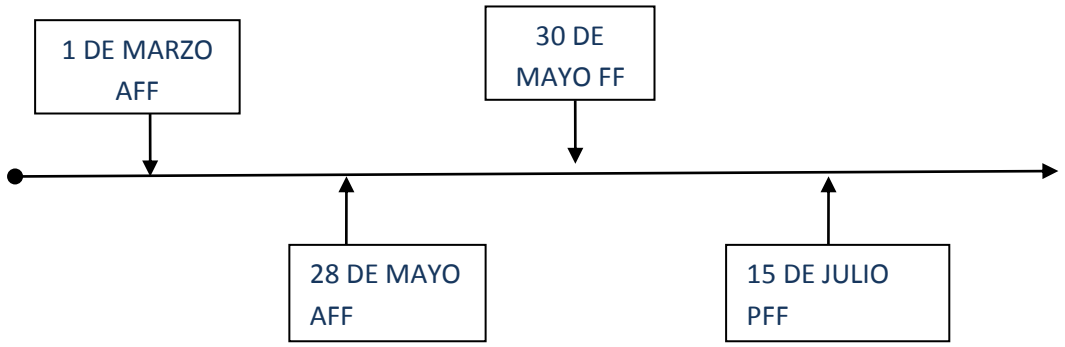
| PAGARÉS | FECHA DE VENCIMIENTO |
|---|---|
| **$3,000.00** | 1 DE MARZO |
| **$20.000.00** | 28 DE MAYO |
| **$15,000.00** | 15 DE JULIO |

**Debido a que el Sr. Ramírez no cuenta con los suficientes ingresos para saldar los pagarés acuerda con el Banco reestructurar la deuda de la manera siguiente:**

| NÚMERO DE PAGO | MONTO | FECHA |
|---|---|---|
| **1** | $3,000.00 | 28 mayo |
| **2** | | 13 de julio |
| **3** | $15,000.00 | 25 de julio |

**L a fecha focal se acordó será el 30 de mayo.**

**Se manejará una tasa del 20% capitalizable cada 13 días.**




$$V_{EO} = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+i)^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EO} = \$3,000.00 * \left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{90}{13}} + \$20,000.00 * \left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{2}{13}} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\$15,000.00}{\left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{\frac{46}{13}}}$$

$$V_{EO} = \$3,000.00 * \left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{6.9230769} + \$20,000.00 * \left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{0.1538461} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\$15,000.00}{\left(1+\left(\frac{.20}{360}*13\right)\right)^{3.5384153}}$$

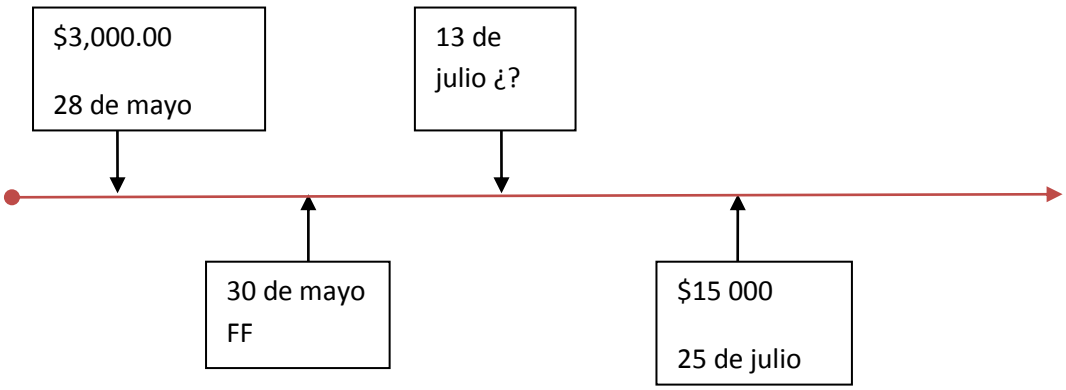
$$V_{EO} = \$3,000.00 * \left(1.0072222\right)^{6.9230769} + \$20,000.00 * \left(1.0072222\right)^{0.1538461} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\$15,000.00}{(1.0072222)^{3.5384153}}$$

$$V_{EO} = \$3,000.00\left(1,0510820\right) + \$20,000.00\left(1.001107\right) + \frac{\$15,000.00}{1.0257902}$$

$$V_{EO} = \$3,153.25 + \$20,022.14 + \$14,622.87$$

$$V_{EO} = \$37,798.26$$




$$V_{EN} = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1+i)^{n} + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EN} = \$3,000.00\left(1.0072222\right)^{\frac{2}{13}} + \frac{S_2}{\left(1.0072222\right)^{\frac{44}{13}}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.0072222\right)^{\frac{56}{13}}}$$

$$V_{EN} = \$3,000.00\left(1.0072222\right)^{0.1538461} + \frac{S_2}{\left(1.0072222\right)^{3.3846153}} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.0072222\right)^{4.3076923}}$$

$$V_{EN} = \$3,000.00\left(1.0011077\right) + \frac{S_2}{\left(1.0246555\right)} + \frac{\$15,000.00}{\left(1.0314846\right)}$$

$$V_{EN} = \$3,003.32 + \frac{S_2}{1.0246555} + 14,542.15$$

**Entonces: ¿Cuál es el valor del pagaré del 13 de julio?**

$$S_2 = \frac{V_{EO} - (S_1 + S_3)}{1.0246555}$$

$$S_2 = \frac{\$37,798.26 - (\$3,003.32 + \$14,542.15)}{(1.0246555)}$$

$$S_2 = \frac{(\$37,798.26 - \$17,545.47)}{1.0246555}$$

$$S_2 = \frac{\$20,252.79}{1.0246555}$$

$$S_2 = \$19,765.46$$

**EL VALOR DEL SEGUNDO PAGARÉ ES DE: $19,765.46**

**14.-Con los siguientes datos resolver lo siguiente:**

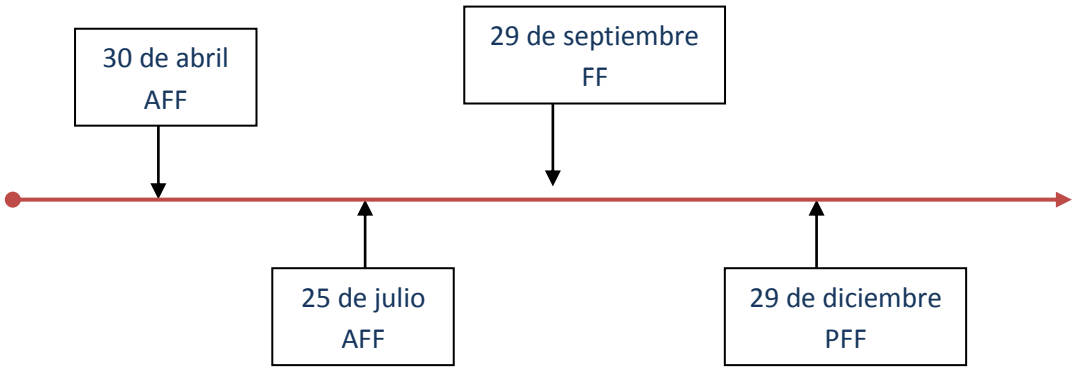
| PAGARÉS | FECHA DE VENCIMIENTO |
|---|---|
| **$18,000.00** | 30 de abril |
| **$30,000.00** | 25 de julio |
| **$15,000.00** | 29 de septiembre |
| **$25,000.00** | 29 de diciembre |

**Se reestructurarán los pagos de la siguiente manera:**

| NÚMERO DE PAGO | MONTO | FECHA |
|---|---|---|
| **1** | $18,000.00 | 25 de julio |
| **2** | $30,000.00 | 8 de agosto |
| **3** | ¿? | 30 de septiembre |
| **4** | $15,000.00 | 24 de octubre |

**Se estableció El 25 de julio como fecha focal**

**Tasa bimestral del 12% con una capitalización mensual.**



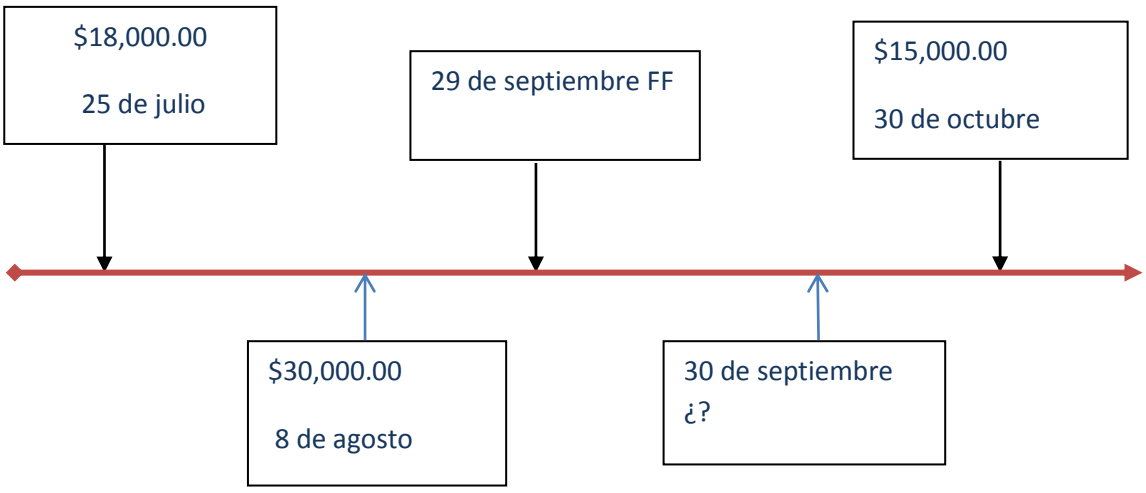

$$V_{EO} = \sum_{1=n}^{t} S_{aff}(1+i)^{n} + S_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{S_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EO} = \$18,000.00 * \left(1+\frac{.12}{2}\right)^{\frac{152}{30}} + \$30,000.00 * \left(1+\frac{.12}{2}\right)^{\frac{66}{30}} + \$15,000.00 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{\$25,000.00}{\left(1+\frac{.12}{2}\right)^{\frac{91}{30}}}$$

$$V_{EO} = \$18,000.00 * \left(1+\frac{.12}{2}\right)^{5.0666666} + \$30,000.00 * \left(1+\frac{.12}{2}\right)^{2.2} + \$15,000.00 + \ldots$$
$$\ldots + \frac{\$25,000.00}{\left(1+\frac{.12}{2}\right)^{3.0333333}}$$

$$V_{EO} = \$18,000.00(1.06)^{5.0666666} + \$30,000.00(1.06)^{2.2} + \$15,000.00 + \frac{\$25,000.00}{(1.06)^{3.0333333}}$$

$$V_{EO} = \$18,000.00(1.3434341) + \$30,000.00(1.1367707) + \$15,000.00 + \$\frac{25,000.00}{1.1933315}$$
$$V_{EO} = \$24,181.81 + \$34,103.12 + \$15,000.00 + \$20,949.75$$
$$V_{EO} = \$94,234.68$$




$$V_{EN} = \sum_{1=n}^{t} 1_{aff}(1+i)^{n} + 1_{ff} + \sum_{1=n}^{t} \frac{1_{pff}}{(1+i)^{n}}$$

$$V_{EO} = \$18,000.00 * \left(1 + \frac{.12}{2}\right)^{\frac{66}{30}} + \$30,000.00 * \left(1 + \frac{.12}{2}\right)^{\frac{52}{30}} + \frac{S_3}{\frac{1}{(1.12)^{\frac{1}{30}}}} + \ldots$$

$$\ldots + \frac{\$15,000.00}{\left(1 + \frac{.12}{2}\right)^{\frac{16}{30}}}$$

$$V_{EN} = \$18,000.00 * (1.06)^{\frac{66}{30}} + \$30,000.00(1.06)^{\frac{52}{30}} + \frac{S3}{\frac{1}{(1.06)^{\frac{1}{30}}}} + \frac{\$15,000.00}{(1.06)^{\frac{16}{30}}}$$

$$V_{EN} = \$18,000.00 * (1.06)^{2.2} + \$30,000.00(1.06)^{1.7333333} + \frac{S_3}{\frac{1}{(1.06)^{0.0333333}}} + \frac{\$15,000.00}{(1.06)^{0.5333333}}$$

$$V_{EN} = \$18,000.00(1.136770785) + \$30,000.00(1.106276021) + \frac{S_3}{\frac{1}{(1.001944182)}} + \frac{\$15,000.00}{1.031564672}$$

$$VEN = \$20,461.87 + \$33,188.28 + \frac{S_3}{0.998059591} + \$14,541.02$$

**¿Cuál es el valor del tercer pago?**

$$S_3 = \frac{(VEO - (S_1 + S_2 + S_4))}{0.998059591}$$

$$\frac{S_3 = (\$94,234.68 - (\$20,461.87 + \$33,188.28 + \$14,541.02))}{0.998059591}$$

$$\frac{S_3 = (\$94,234.68 - \$68,191.17)}{0.998059591}$$

$$S_3 = \frac{\$26,043.51}{0.998059591}$$

$$S_3 = \$26,094.14$$

**EL VALOR DEL TERCER PAGO ES: $26,094.14**

# Anexo 11

UNIVERSIDAD CRISTOBAL COLON

MAESTRIA EN ADMINISTRACION DE NEGOCIOS

"Educar para servir"

TUTORIAL PARA SIMULADOR FINANCIERO SIRA V1.0

MATEMATICAS FINANCIERAS

DR. ARTURO GARCIA SANTILLAN


**ELABORADO POR:**

*Simón Sarabia Sánchez*

*Ma. Del Rosario Durán Hernández*

*Ariadna Perdomo Báez*




# Tabla de contenido

***1.0 EJERCICIO DE INTERES SIMPLE ..... 684***

***2.0 EJERCICIO DE INTERES COMPUESTO ..... 687***

***3.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES ORDINARIAS ..... 691***

**VALOR FUTURO ..... 691**

**RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO 3 TASAS ..... 695**

**RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO ..... 700**

**TIEMPO EN VALOR FUTURO ..... 703**

**VALOR PRESENTE NETO ..... 706**

**RENTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE ..... 709**

**TIEMPO EN VALOR PRESENTE ..... 711**

***4.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES ANTICIPADAS. ..... 713***

**VALOR FUTURO ..... 713**

**RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO ..... 715**

**TIEMPO EN VALOR FUTURO ..... 717**

**VALOR PRESENTE ..... 719**

**RENTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE ..... 721**

**TIEMPO EN VALOR PRESENTE ..... 723**

***5.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES DIFERIDAS ..... 725***

**VALOR FUTURO ..... 725**

**RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO ..... 727**

**TIEMPO EN VALOR FUTURO ..... 729**

**VALOR PRESENTE ..... 731**

**RENTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE ..... 733**

**TIEMPO EN VALOR PRESENTE ..... 735**

***6.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES GENERALES ..... 737***

**VALOR FUTURO ..... 737**

**RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO ..... 739**

***7.0 EJERCICIOS DE ECUACIONES EQUIVALENTES CON INTERESES SIMPLE. ..... 741***

***8.0 ECUACIONES EQUIVALENTE INTERES COMPUESTO ..... 748***

***9.0 EJERCICIO DE AMORTIZACION ..... 757***

***10.0 EJERCICIO DE FONDO DE AMORTIZACION ..... 760***

***11.0 EJERCICIO DE GRADIENTE ARITMETICO ..... 763***

***12.0 EJERCICIO DE GRADIENTE GEOMETRICO ..... 766***

# 1.0 EJERCICIO DE INTERÉS SIMPLE

**Se solicita calcular el monto de los intereses durante un periodo de 3 meses. El capital inicial es de $10,000.00. Calcular el monto al finalizar dicho periodo. Tasa de interés nominal del 10%.**

P= $10,000.00

i= 10%

n=3 años

$P = Capital$ o principal
n: plazo
i= tasa de interés anual
I= Interés ganado

$$I = P*i*n$$

**Fórmula a aplicar: *Del Valor Futuro***

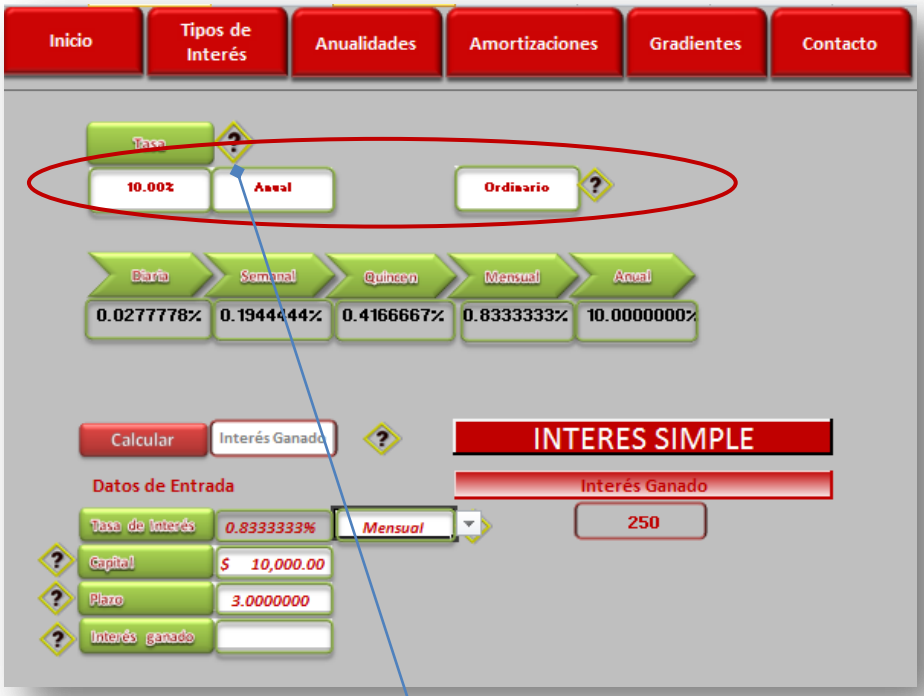
Sustituyendo la fórmula:

$$I = \$10,000.00*0.10/12*3$$
$$I = \$10,000.00*0.0083333*3$$
$$I = \$83.33*3$$
$$I = \$250.00$$

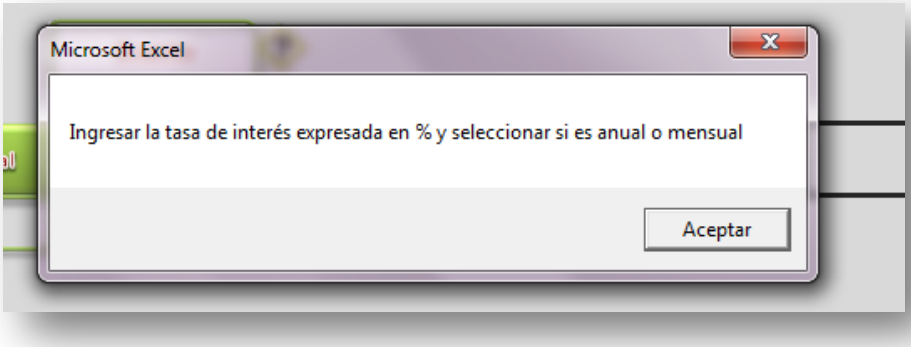
El monto al finalizar el periodo es de $250.00.

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Interés simple.**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de interés simple.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días).




5. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.




6. Indicar que variable queremos calcular en el caso del ejercicio práctico es Interés ganado.
7. Ingresar el tipo de tasa que usaremos en el caso del ejercicio se quiere saber el importe de los intereses en 3 meses, se selecciona la tasa “mensual.

8. Se captura el monto del capital y el plazo, se deja en blanco la casilla de la variable que se quiere calcular.
9. El resultado lo indica automáticamente.

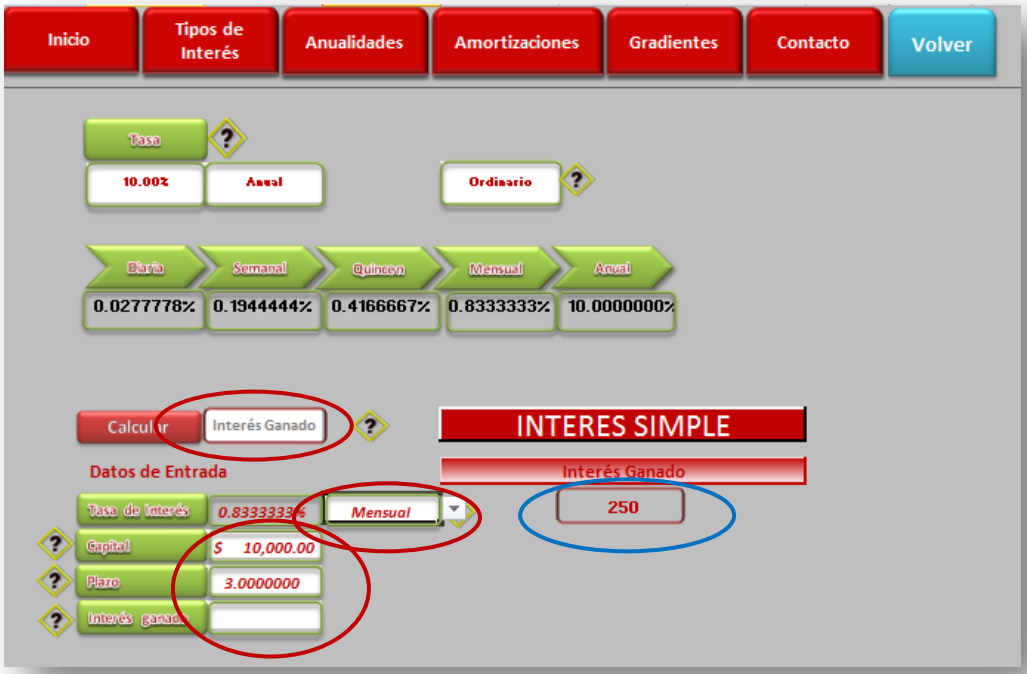



***Figura 3***

## 2.0 EJERCICIO DE INTERÉS COMPUESTO

**Se solicita capitalizar los intereses cada semestre durante un periodo de 3 años. El capital inicial es de $10,000.00. Calcular el monto al finalizar dicho periodo. Tasa de interés 10%.**

P= $10,000.00

i= 10%

$$S = P(1+ i/m)^n$$

n=3 años

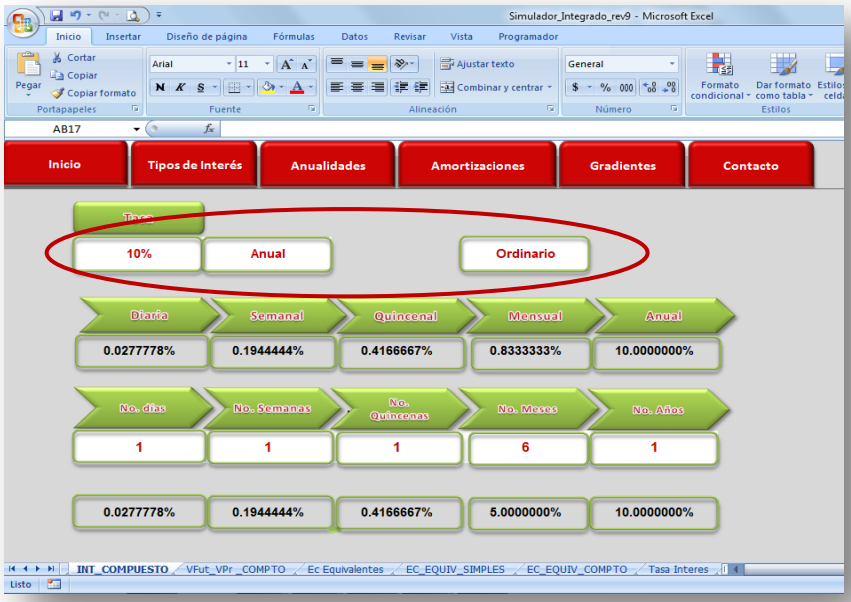
m=semestral

$$S = P(1+ i/m)^n$$
$$S = \$10,000.00(1+ \cdot 10/2)^6$$
$$S = \$10,000.00(1.05)^6$$
$$S = \$10,000.00(1.3400956)$$
$$S = \$13,400.96$$

El monto al finalizar la inversión es de $13,400.96.

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero SIRA v1.0**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de Interés Compuesto
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)




5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es semestral, por lo tanto indicamos 6 en la opción No. De meses.

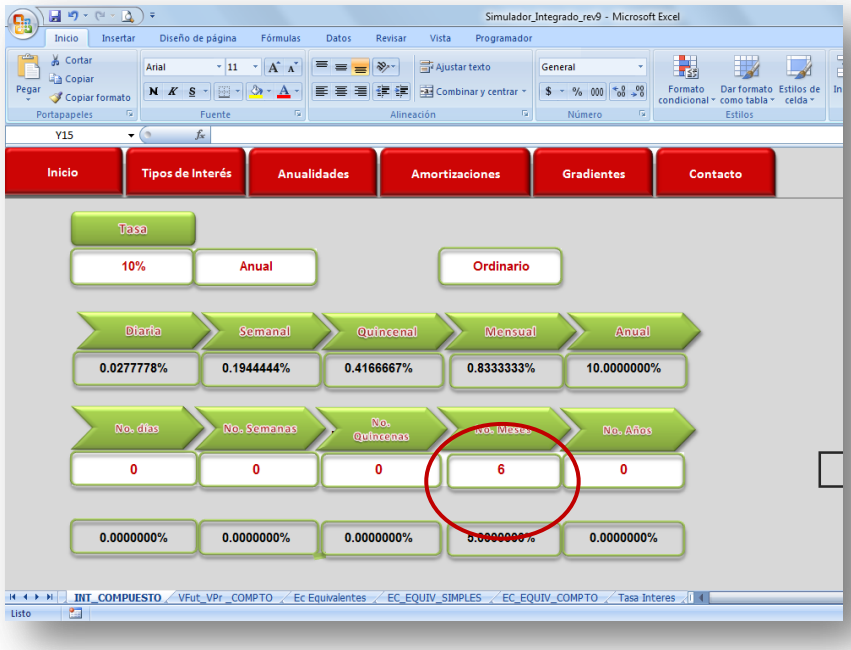



***Figura 2***

6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea realizar, “Interés ganado Compuesto”

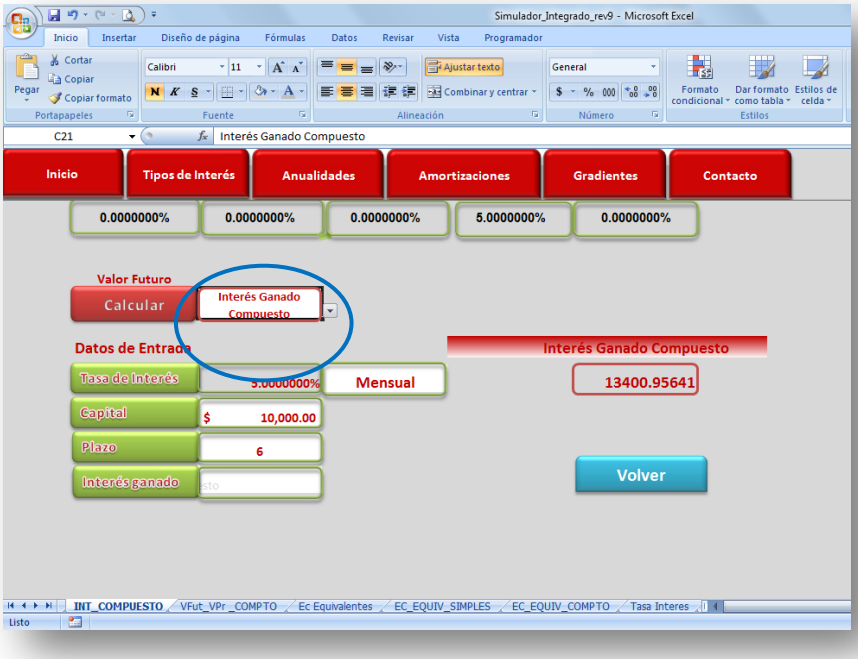



***Figura 3***

7. Seleccionar el tipo de tasa utilizada de acuerdo a la capitalización, para este ejemplo es **“**mensual**”.**

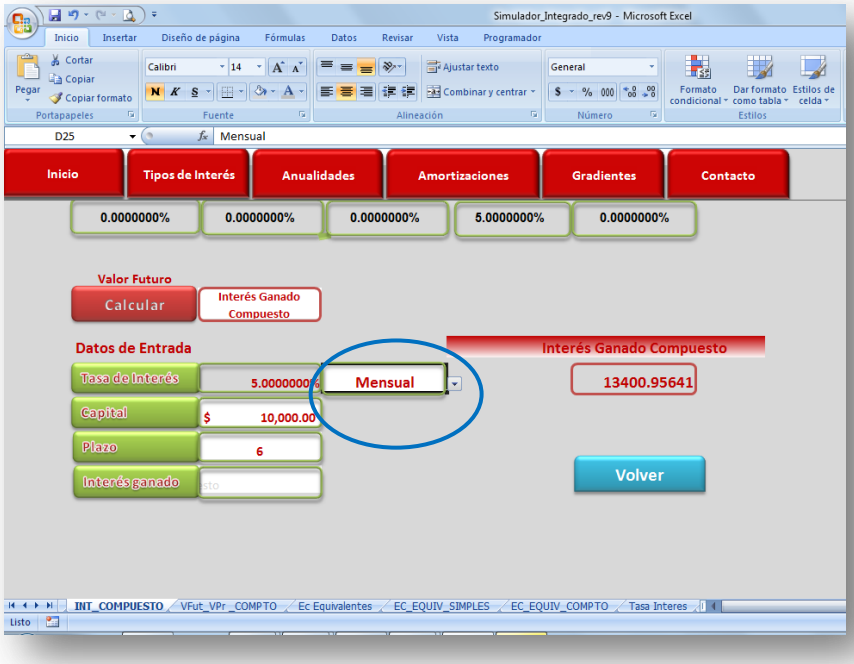



***Figura 4***

8. Ingresar el monto de capital y el plazo, en este ejemplo como la capitalización es semestral y el periodo es a 3 años, se sabe que en 3 años, hay 6 semestres, por lo tanto el plazo a indicar en el simulador es "6"

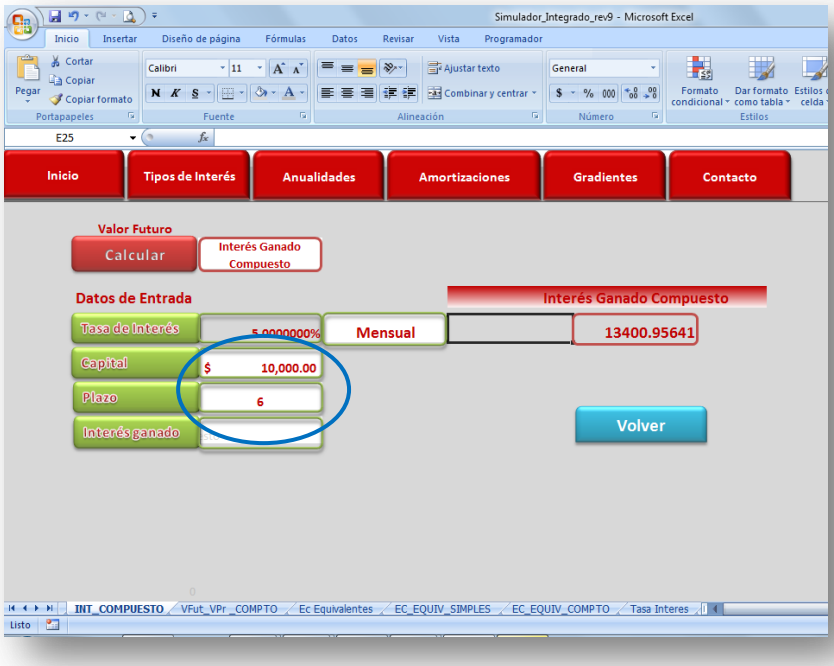



***Figura 5***

9. Al finalizar de ingresar los datos para el cálculo, obtenemos el resultado de esta operación.

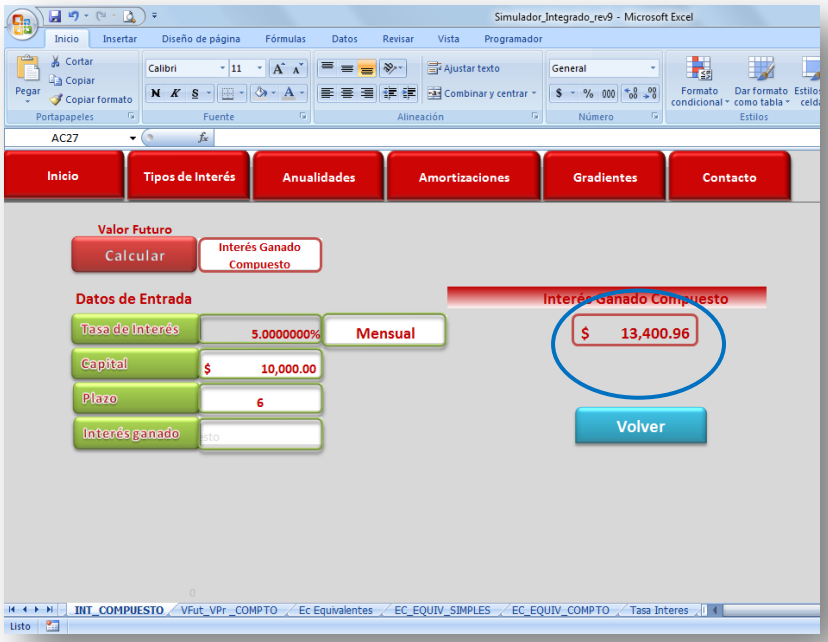



***Figura 6***

# 3.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES ORDINARIAS

*VALOR FUTURO*

1) En los últimos 4 años Pedro ha depositado $1,000.00 cada fin de mes en una cuenta bancaria que le paga el 18% de interés, con capitalización bimestral ¿Cuánto habrá al final después de haber hecho el último depósito?

Aplicamos la fórmula de **VALOR FUTURO**:

Rp=$1,000.00

i=18% (.18)

m=bimestral (6)

n=4 años (24)

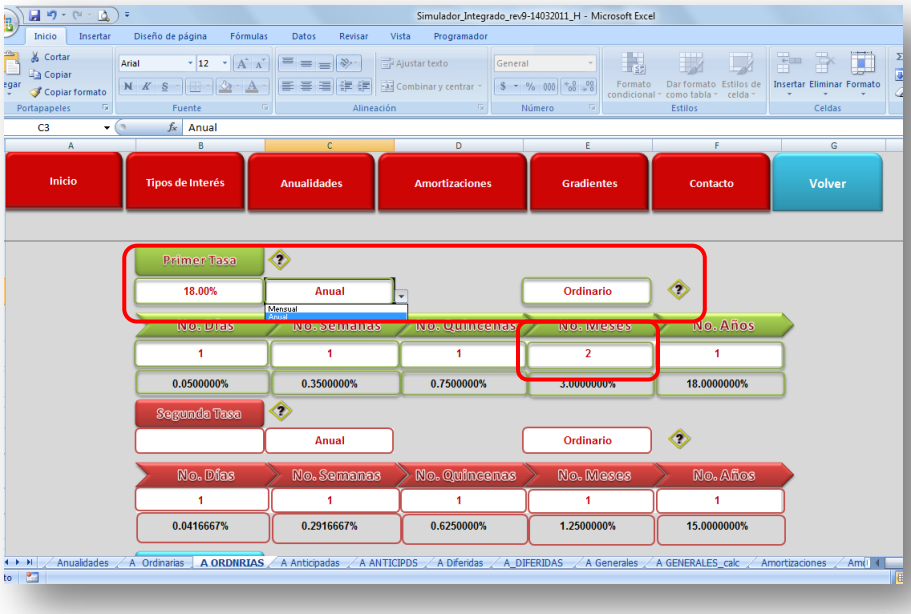
$$VF = Rp\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]$$

$$VF = \$1,000.00\left[\frac{(1+\frac{.18}{6})^{24}-1}{\frac{.18}{6}}\right] = \$1,000.00\left[\frac{(1.03)^{24}-1}{.03}\right] = \$1,000.00\left[\frac{2.0327941-1}{.03}\right]$$

$$VF = \$1,000.00\left[\frac{1.0327941}{.03}\right] = \$1,000.00\left[34.4264702\right] = \$34,426.47$$

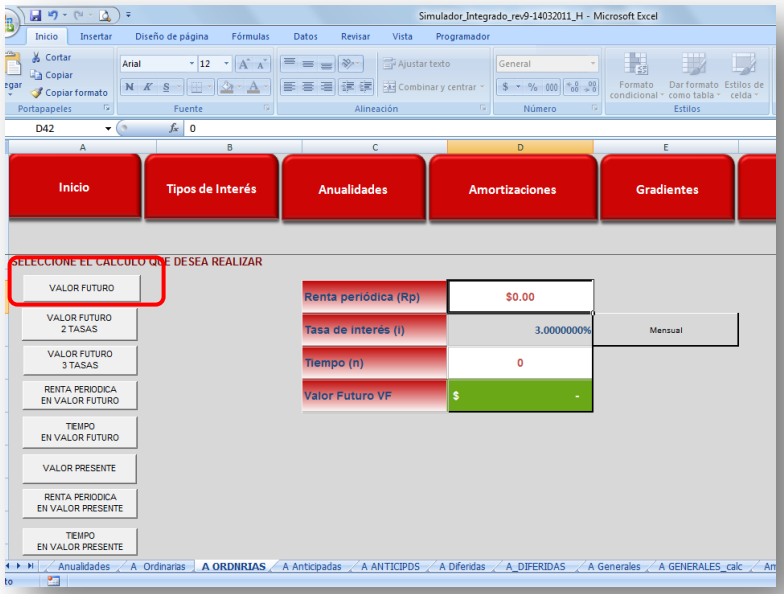
**Guía para cálculo en el Simulador Financiero SIRA v1.0**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Ordinarias
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar  si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el  periodo de capitalización, para este ejemplo es bimestral, por lo tanto indicamos 2 en la opción No. De meses.



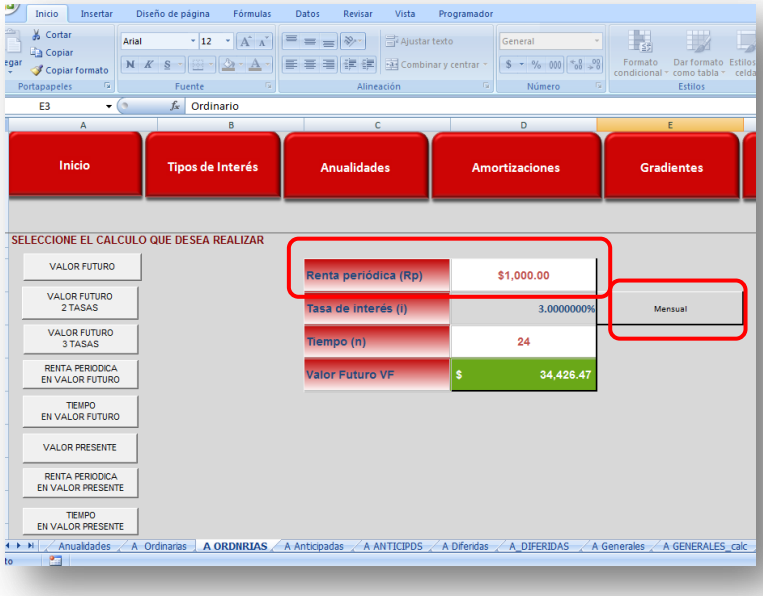

6. Este cálculo solo es de una tasa, dejamos en blanco las celdas de “segunda y tercera tasa”.

7. Seleccionamos el cálculo que se desea calcular, “Valor Futuro”.

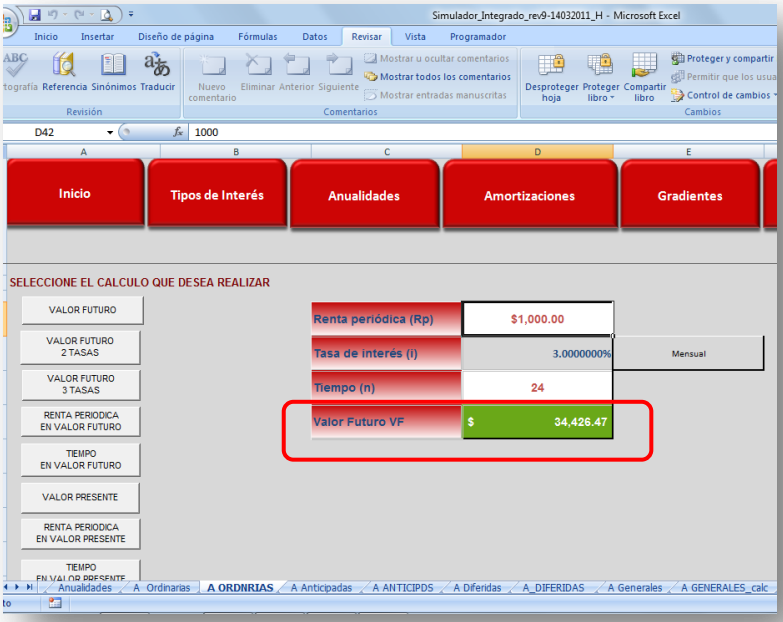



8. Capturar los datos requeridos de “Renta Periódica” y “Tiempo”

9. Seleccionar si la tasa que usaremos es “diaria, semanal, quincenal, mensual o anual” para este ejercicio elegiremos la mensual.



10. Y entonces, nos arroja el resultado requerido.



*RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO CON 3 TASAS*

2) El Sr. Pérez ha decidido crear un fondo para su hijo, el pequeño Martín, el cual podrá disponer íntegramente el día de su graduación Universitaria. Para ello, comienza depositando $200.00 al final de cada mes, dando inicio cuando su hijo Martín, cumplió un año y hasta el día de su cumpleaños No. 23. Durante los primeros 10 años la cuenta le paga un interés de 12% anual capitalizable mensualmente. Los siguientes 10 años pago un interés un interés de 15% anual capitalizable mensualmente y los últimos 2 años pago un interés del 18% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuál es la suma que recibirá Martincito cuando cumpla 23 años?

Se aplica la fórmula del Conjunto de Cuotas Uniformes

- Durante los primeros 10 años pagó un interés de:

$$M = A\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n} - 1}{i}$$

$$M = \$200.00\frac{(1+ {}^{.12}\!/_{12})^{120} - 1}{{}^{.12}\!/_{12}} = \$200.00\frac{3.30038 - 1}{0.01} = \$200.00\frac{2.30038}{0.01} = \$200.00(230.038) = \$46,007.74$$

- Durante los siguientes 10 años pagó un interés de:

$$VF_2 = VF_1(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n} + Rp\frac{(1+ {}^{i}\!/_{m})^{n} - 1}{i}$$

$$VF_2 = \$46,007.74(1+{}^{.15}\!/_{12})^{120} + \$200.00\frac{(1+{}^{.15}\!/_{12})^{120}-1}{{}^{.15}\!/_{12}} = \$46,007.74(4.44021) + \$200.00\frac{(4.44021)-1}{0.0125}$$

$$VF = \$46,007.74(4.44021) + \$200.00\frac{3.44021}{0.0125} = \$46,007.74(4.44021) + 200(275.21) = \$204,284.02 + \$55,043.36$$

$$VF = \$259,327.58$$

- Durante los últimos 2 años acumuló:

$$VF_3 = VF_2(1+{}^{i}\!/_{m})^{n} + Rp\frac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n}-1}{i}$$

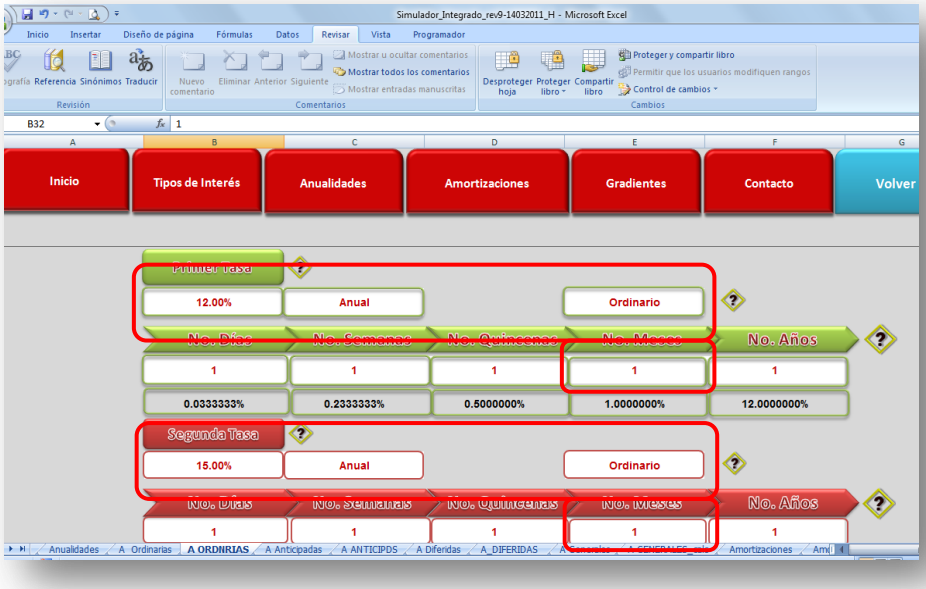
$$VF_3 = \$259,327.58(1+{}^{.18}\!/_{12})^{24} + \$200.00\frac{(1+{}^{.18}\!/_{12})^{24}-1}{{}^{.18}\!/_{12}} = \$259,327.58(1.4295028) + \$200.00\frac{0.4295028}{0.015}$$

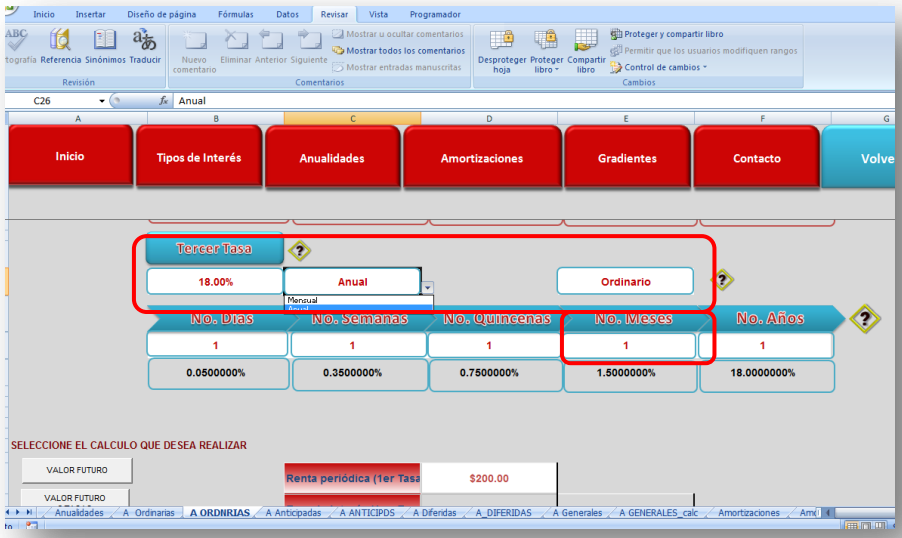
$$VF = \$259,327.58(1.4295028) + \$200.00(28.63352) = \$370,709.50 + \$5,726.70$$

$$VF = \$376,436.21$$

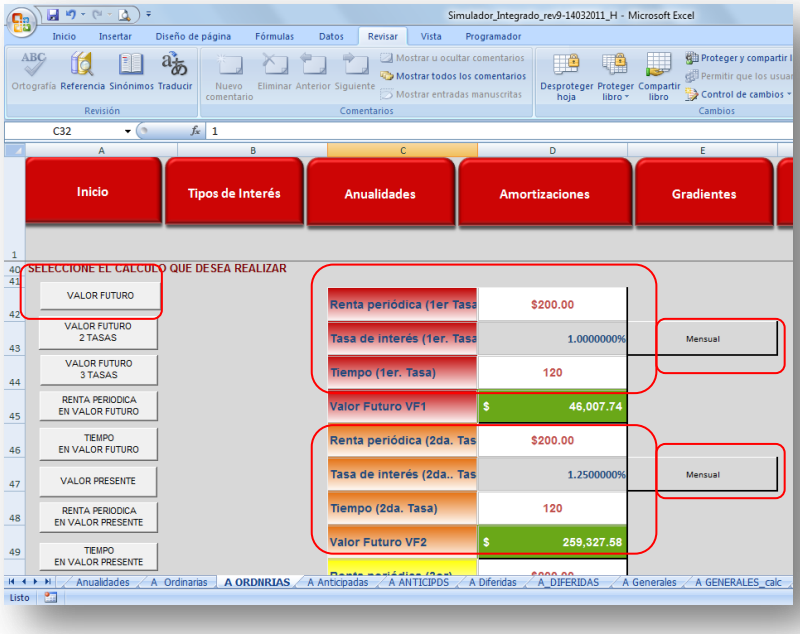
**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

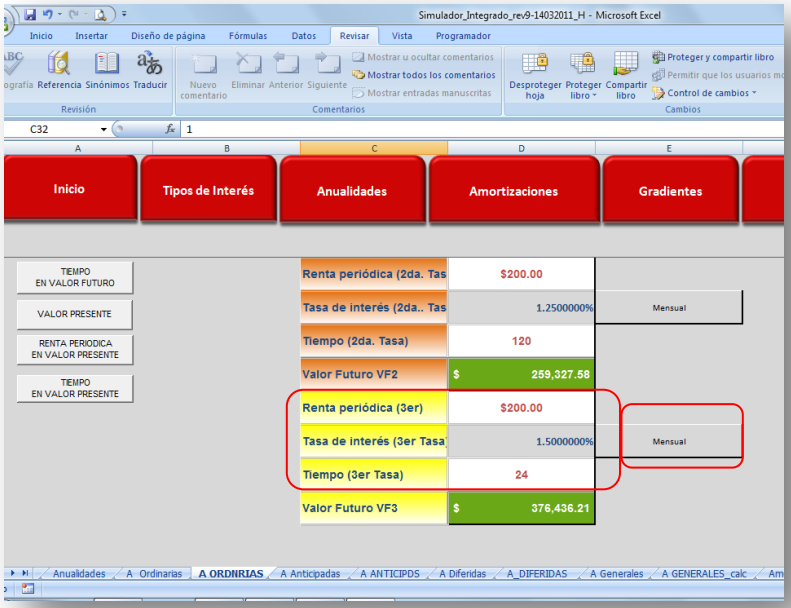
1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Ordinarias
2. Ingresar en el recuadro de “Primera Tasa”, el porcentaje de interés dado para el primero periodo 12%.
3. Ingresar en el recuadro de “Segunda Tasa”, el porcentaje de interés dado para el segundo periodo 15%.
4. Ingresar en el recuadro de “Tercera Tasa”, el porcentaje de interés dado para el tercer periodo 18%.
5. En los tres casos seleccionar  la tasa anual.
6. Seleccionar el tipo de Interés  Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
7. Ingresar el  periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción No. de meses.



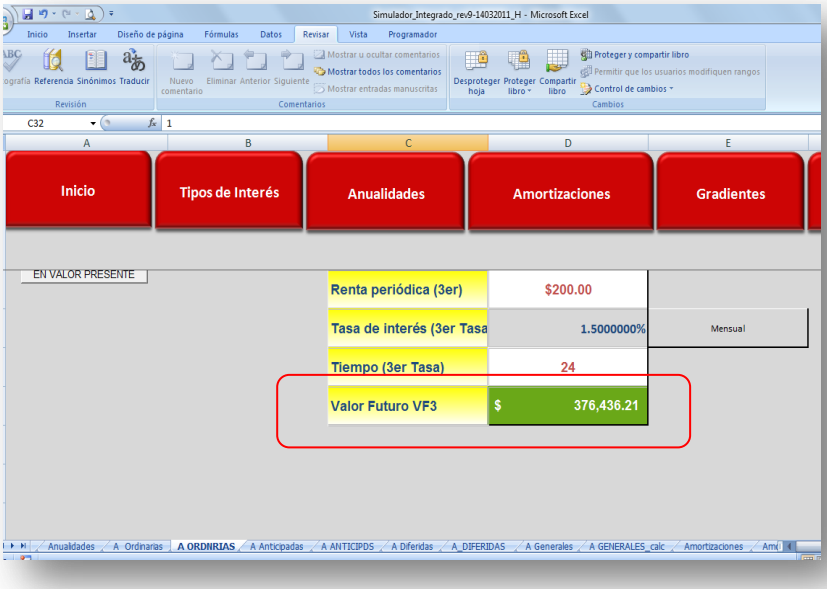



8. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea realizar “Valor futuro 3 tasas”.
9. Capturar la cuota periódica $200.00 y el tiempo 120 meses (porque son 10 años) para la primer tasa:
10. Capturar la cuota periódica $200.00 y el tiempo 120 meses (porque son 10 años) para la segunda tasa:
11. Capturar la cuota periódica $200.00 y el tiempo 24 meses (porque son 2 años) para la tercera tasa:
12. Seleccionar “Mensual” para el tipo de tasa a utilizar en los tres casos.






13. Y así obtenemos el resultado de cuanto logrará ahorrar el Sr. Pérez al término del tiempo ahorrado.



*RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO*

3) Si Juan Pérez quiere invertir en Profuturo GNP Fondos y ahorrar en 5 años la cantidad de $300,000.00 para comprar una camioneta, ¿Qué cantidad mensual cada fin de mes tendría que depositar si la tasa nominal que ofrece es de 4.5% con capitalización mensual y depósito inicial de $15,000.00?

Aplicamos la fórmula de **VALOR DE LA CUOTA PERIÓDICA EN VF**:

Rp=$ (?) m=mensual (12)

n=5 años (60) i=4.5%

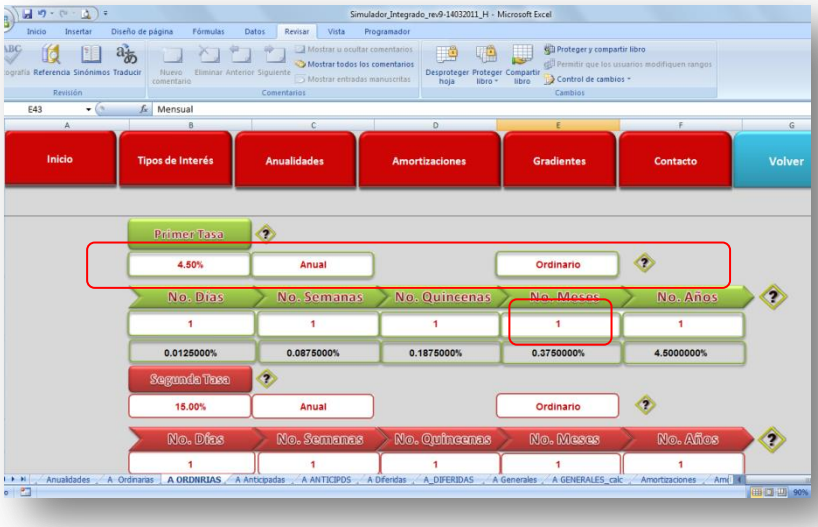
$$Rp = \frac{VF}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$285,000.00}{\left[\frac{(1+\frac{.045}{12})^{60}-1}{.045/12}\right]} = \frac{\$285,000.00}{\left[\frac{(1.00375)^{60}-1}{.00375}\right]} = \frac{\$285,000.00}{\left[\frac{(1.2517958)-1}{.00375}\right]} = \frac{\$285,000.00}{\left[\frac{(0.2517958)}{.00375}\right]}$$

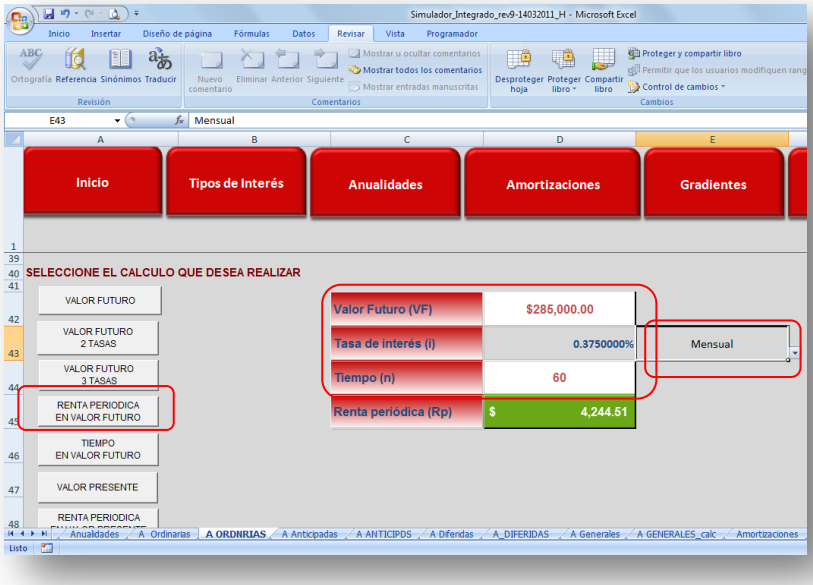
$$Rp = \frac{\$285,000.00}{67.1455521} = \$4,244.51$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

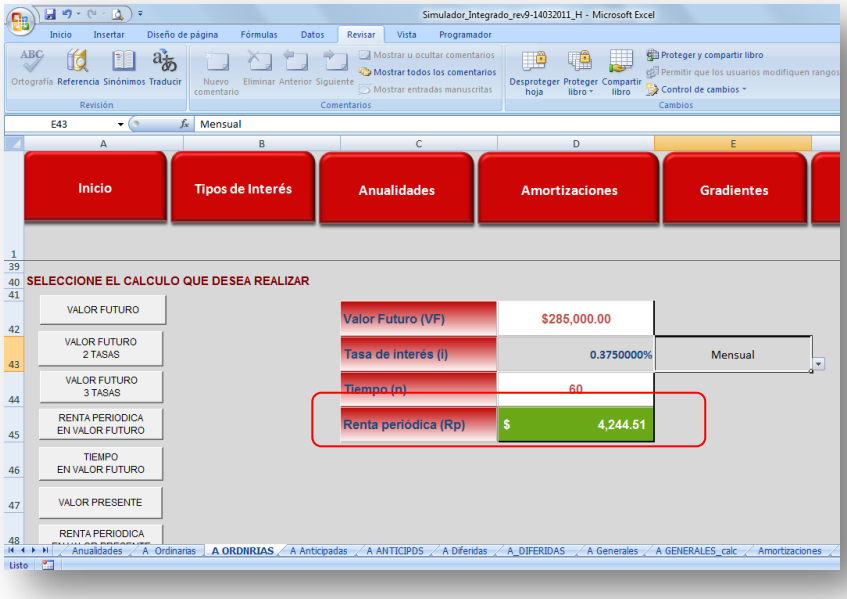
1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Ordinarias
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 4.5%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción No. de meses.




6. Seleccionar el cálculo que se desea realizar “Renta Periódica en Valor futuro”.
7. Capturar el Valor Futuro $285,000 , y el tiempo 60 meses (5 años * 12)
8. Seleccionar la tasa de capitalización “Mensual”



9. Y obtenemos el resultado de $4,244.51



*TIEMPO EN VALOR FUTURO*

4) Una ama de casa ahorró $100.00 al final de cada mes durante "n" meses, habiendo recibido una tasa de interés del 15% anual con capitalización mensual, y cuyo monto ascendió a la cantidad de $8,857.45 ¿Cuál fue el plazo de esta operación?

Aplicamos la fórmula de **TIEMPO EN VF:**

$donde:$

$VF = \$8,857.45$

$i = 15\%$

$Rp = \$100.00$

$n = ?$

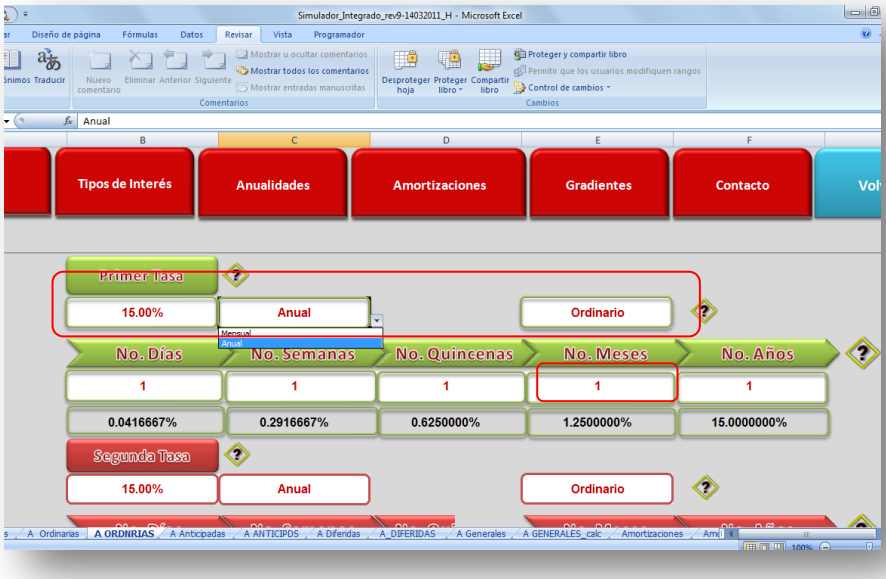
$$n = \frac{Log[(VF/Rp)*i]+1}{Log(1+i/m)}$$

$$n = \frac{Log[(8,857.45/100)*.15/12]+1}{Log(1+.15/12)} = \frac{Log[(88.5745)(0.0125)]+1}{Log(1.0125)} = \frac{Log[(1.10718125)]+1}{Log(1.0125)}$$

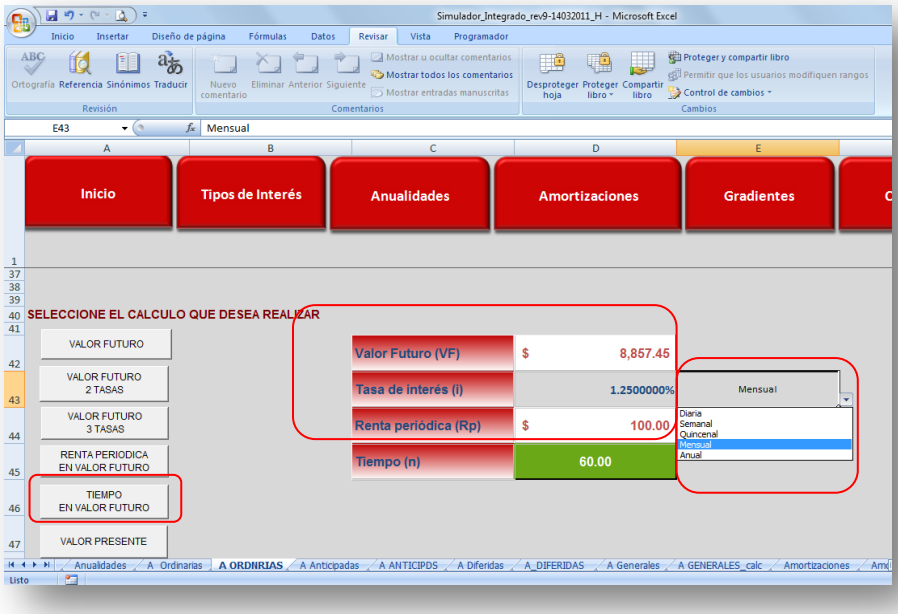
$$n = \frac{Log(2.10718125)}{Log(1.0125)} = \frac{0.32370189}{0.00539503} = 60$$

**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

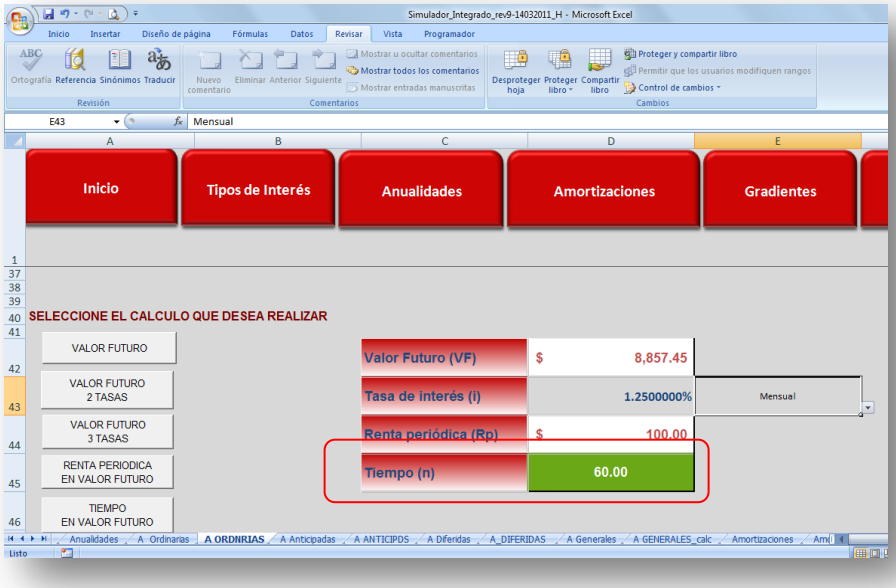
1. Utilizar la fórmula de cálculo de "Anualidades Ordinarias
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado 15%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción No. de meses.




6. Seleccionar el cálculo que se desea realizar “Tiempo en Valor Futuro”
7. Capturar el Valor Futuro $8,857.45 y la Renta periódica $100
8. Seleccionar la capitalización de tasa que se va a utilizar “Mensual”



9. Y nos arroja el resultado de 60 meses.



*VALOR PRESENTE NETO*

5) Supongamos que una persona desea adquirir una pantalla de plasma mediante 30 pagos iguales de $30.00 vencidos. Si la tasa de inflación que permanecerá vigente durante todo el lapso de tiempo es del 0.5% mensual, entonces ¿Cuál es el precio de contado de dicha pantalla?

Aplicamos la fórmula de **VALOR PRESENTE- VPN:**

$$m = 30_pagos$$
$$Rp = \$30,000.00$$
$$i = 0.5\%_mensual$$

$$VPN = Rp\frac{1-(1+ i/m)^{-n}}{i/m}$$

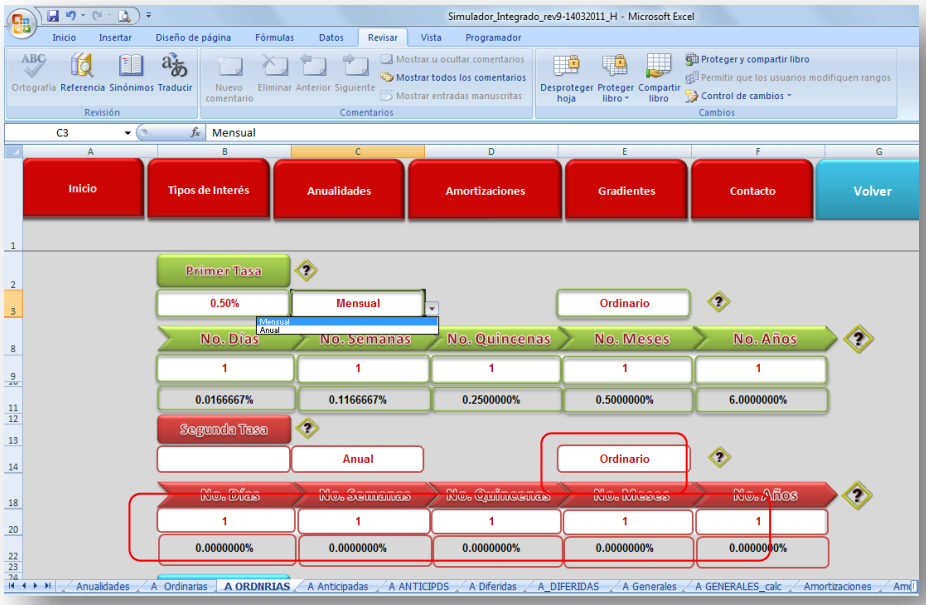
$$VPN = \$30,000.00\frac{1-(1+.005)^{-30}}{.005} = \$30,000\frac{1-0.8610297}{.005} =$$

$$VPN = \$30,000.00\frac{0.1389703}{.005} = \$30,000.00(27.79406) = \$833,821.62$$

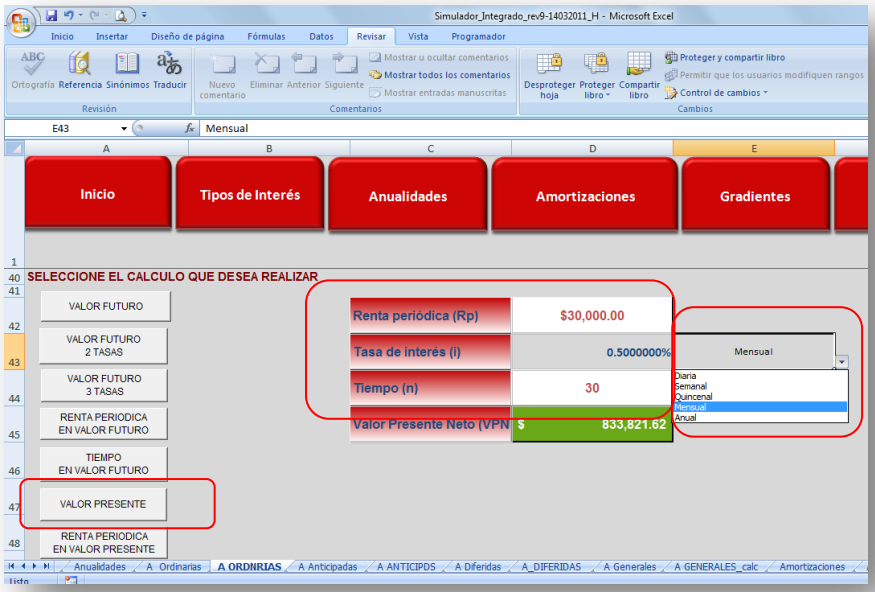
El valor presente de la Pantalla de Plasma es $833,821.62

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

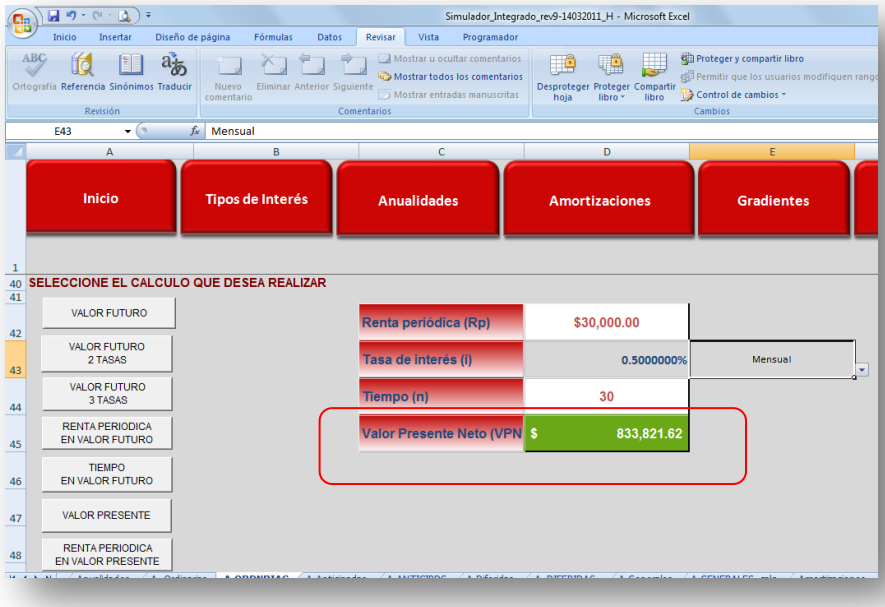
1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Ordinarias
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 0.5%.
3. Seleccionar la tasa “mensual”
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.



6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Presente”
7. Capturar la Renta Periódica $30,000.00 y el tiempo 30 meses
8. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización “Mensual”




9. Y obtenemos el resultado final de $833,821.62



*RENTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE*

6) Calcular el importe del pago semestral que debe realizar el Sr. Eleazar Montemayor por la adquisición de una casa que le costó $243,313.40 y que deberá pagar en 8 años y medio a una tasa del 8% capitalizable semestralmente.

Se aplica la fórmula de **CUOTA PERIODICA EN VP:**

*donde*:

$VPN = \$243,313.40$
$n = 8.5_años = 17_semestres$
$i = 8\%$
$m = semestral$

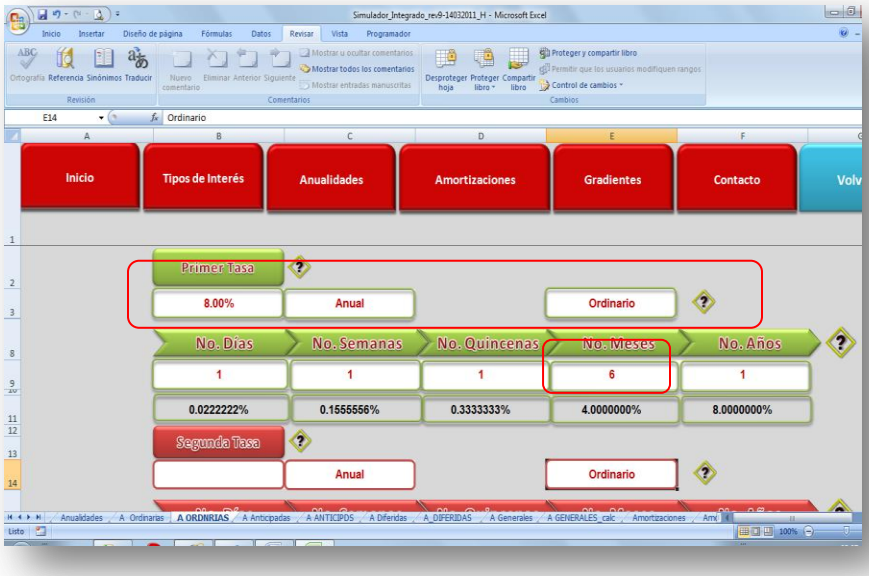
$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+ i/m)^{-n}}{i/m}}$$

$$Rp = \frac{\$243,313.40}{\frac{1-(1+0.08/2)^{-17}}{0.08/2}} = \frac{\$243,313.40}{\frac{1-(1.04)^{-17}}{0.04}} = \frac{\$243,313.40}{\frac{1-0.5133732}{0.04}} = \frac{\$243,313.40}{\frac{0.4866268}{0.04}}$$

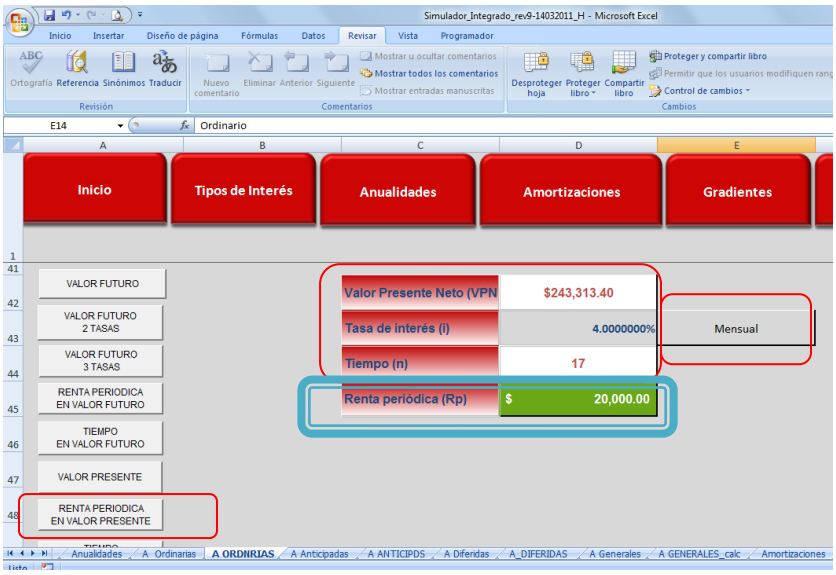
$$Rp = \frac{\$243,313.40}{12.16567} = \$20,000.00$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Ordinarias”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 8%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es semestral, por lo tanto indicamos 6 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Renta Periódica en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $243,313.40 y el tiempo 17 semestres (8.5 años * 2)
8. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización “Mensual”
9. Y obtenemos el resultado de $20,000.00



*TIEMPO EN VALOR PRESENTE*

7) Para comprobar el ejercicio anterior, calcular el tiempo:

Se aplica la fórmula de **TIEMPO EN VPN:**

*donde*:

$VPN = \$243,313.40$
$Rp = \$20,000$
$i = 8\%$
$m = semestral$

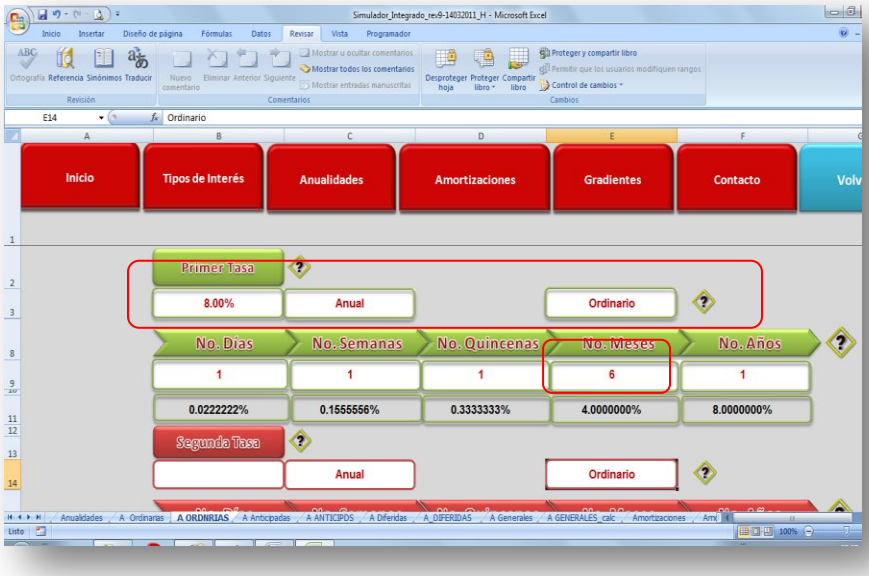
$$-n = \frac{Log(1-(\frac{VPN*(i/m)}{Rp}))}{Log(1+i/m)}$$

$$-n = \frac{Log(1-(\frac{\$243,313.40*(0.08/2)}{\$20,000.00}))}{Log(1+0.08/2)} = \frac{Log(1-(\frac{\$9,733.736}{\$20,000.00}))}{Log(1.04))} = \frac{Log(1-(0.4866868)}{Log(1.04))}$$

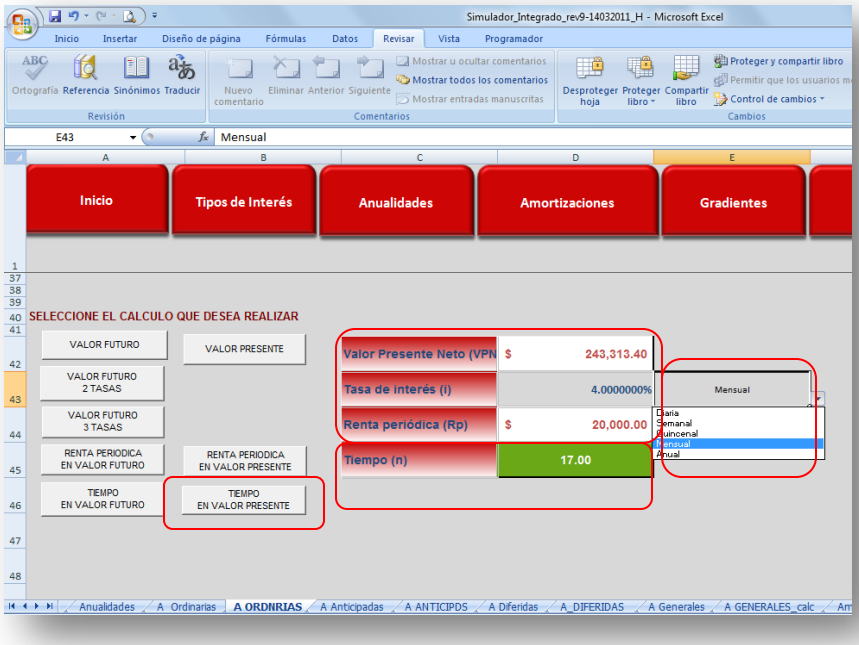
$$-n = \frac{Log(0.5133132)}{Log(1.04))} = \frac{-0.2896175}{0.0170333} = -17$$

**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de "Anualidades Ordinarias"
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado 8%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es semestral, por lo tanto indicamos 6 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Tiempo en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $243,313.40 y la Renta Periódica de $20,000
8. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización “Mensual”
9. Y obtenemos el resultado de 17 semestres



# 4.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES ANTICIPADAS.

*VALOR FUTURO*

1) En los últimos dos años Rafael ha depositado $1,000.00 al inicio de cada catorcena en una cuenta bancaria que le paga el 18% capitalizable catorcenal ¿Cuánto habrá al final después de haber hecho el último depósito?

Aplicamos la fórmula de **VALOR FUTURO VF:**

A=$1,000.00

i=18%

n=2 años (360 entre 14 por 2) = 51.42857143

VF=?

*Fórmula*

$$VF = A(1+ i/m)\frac{(1+ i/m)^{n} -1}{i/m}$$

$$VF = \$1,000.00(1+ (.18)(14)/360)\frac{(1+ (.18)(14)/360)^{51.42857143} -1}{(.18)(.14)/360}$$

$$VF = \$1,000.00(1+0.007)\frac{(1+0.007)^{51.42857143} -1}{0.007} = \$1,000.00(1.007)\frac{(1.43153293) -1}{0.007}$$

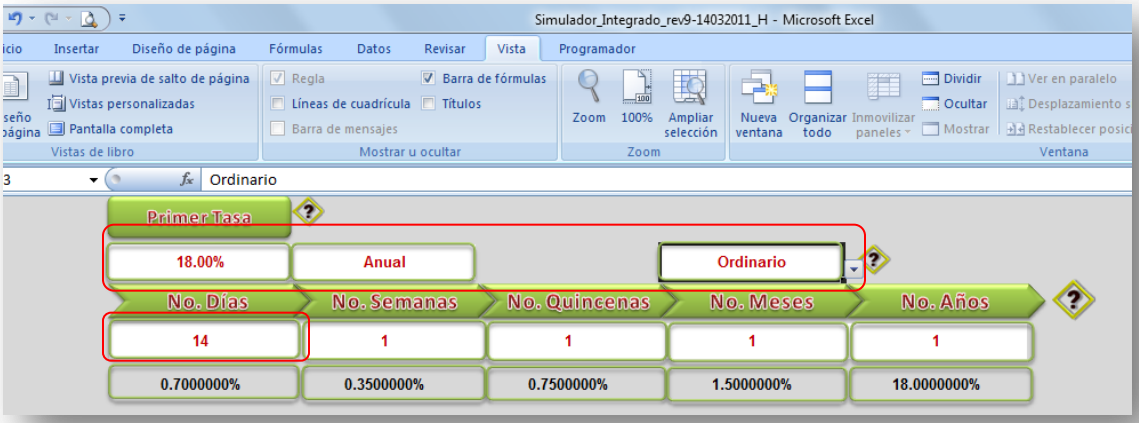
$$VF = \$1,000.00(1.007)\frac{(0.43153293)}{0.007} = (\$1,007.00)(61.64756147)$$

$$VF = \$62,079.09$$

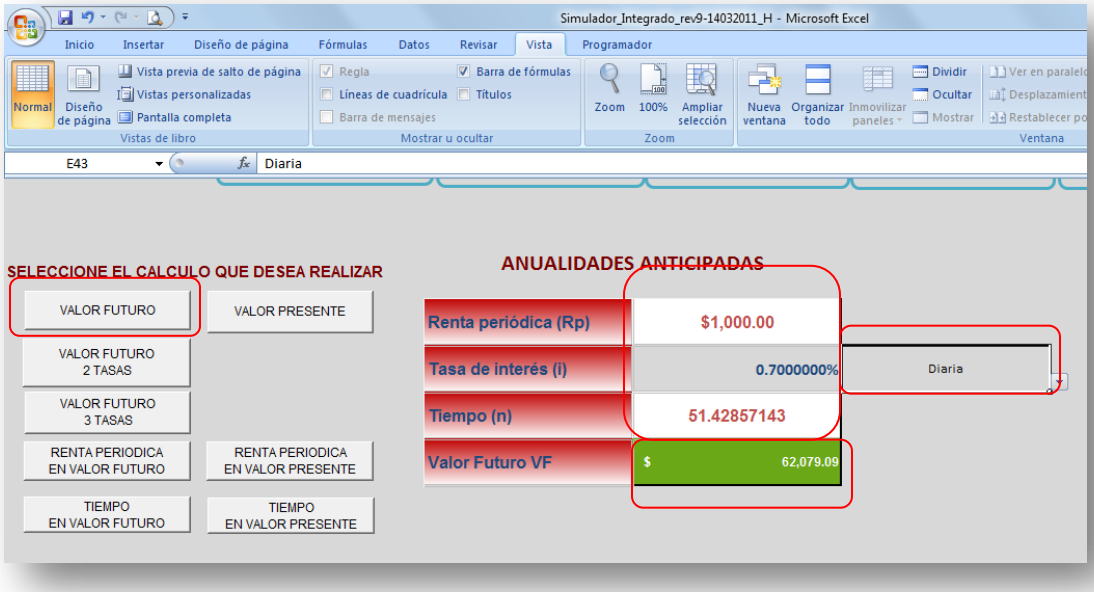
**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 18%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)

5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es catorcenal, por lo tanto indicamos 14 en la opción de No. De días.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Futuro”
7. Capturar la Renta Periódica de $1,000
8. Capturar el Tiempo (360/14)*2=51.42857143
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Diaria”
10. Y obtenemos el resultado de $62,079.09



*RENTA PERIODICA EN VALOR FUTURO*

2) Pablo compra hoy un seguro de vida de $16,800.00 anuales, a pagar en 12 pagos al inicio de mes con una tasa nominal del 12% ¿Cuál es el monto a pagar por mes?

Aplicamos la fórmula de **VALOR DE LA CUOTA PERIÓDICA EN VF:**

M=$16,800.00

i=12%

A=? cada mes

n=12

$$Rp = \frac{VF}{(1+ i/m)\left[\frac{(1+ i/m)^n - 1}{i/m}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$16,800.00}{(1+.12/12)\left[\frac{(1+.12/12)^{12} - 1}{.12/12}\right]} = \frac{\$16,800.00}{(1+.12/12)\left[\frac{(1+.12/12)^{12} - 1}{.12/12}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$16,800.00}{(1+.01)\left[\frac{(1+.01)^{12} - 1}{.01}\right]} = \frac{\$16,800.00}{(1.01)\left[\frac{1.1268250 - 1}{.01}\right]}$$

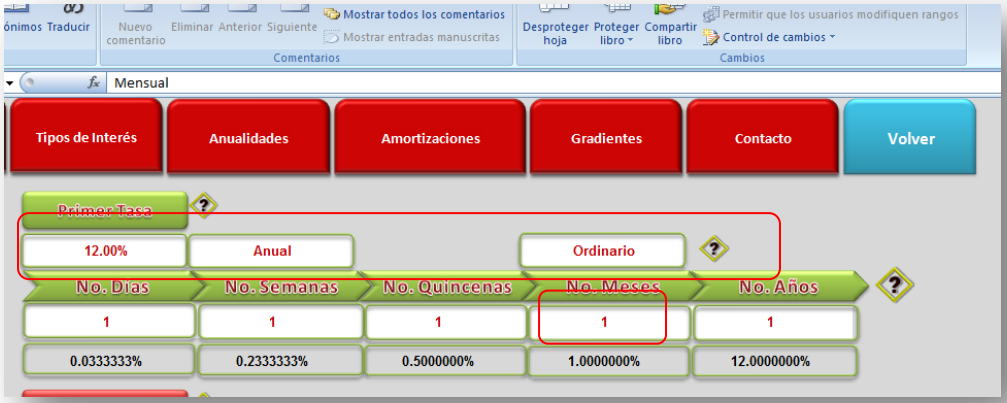
$$Rp = \frac{\$16,800.00}{(1.01)\left[\frac{0.1268250}{.01}\right]} = \frac{\$16,800.00}{(1.01)(12.6825030)}$$

$$Rp = \frac{\$16,800.00}{12.80932804} = \$1,311.54$$

**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 12%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)

5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Renta Periódica en Valor Futuro”
7. Capturar el Valor Futuro $16,800
8. Capturar el Tiempo: 12 meses
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Mensual”
10. Y obtenemos el resultado de $1,311.54



*TIEMPO EN VALOR FUTURO*

3) Una persona ha comprado maquinaria para su empresa y ha comenzado a liquidar desde el inicio de la adjudicación. La maquinaria tiene un costo de $875,129.70 sí se liquida en un solo pago.

La compañía ha decidido adquirirlo en anualidades de $100,000.00 mensual, el interés aplicado será del 9%.

En cuantos pagos se liquidará la deuda?

Aplicamos la fórmula de **TIEMPO EN VF:**

*Donde:*

*VF= $875,129.70*
*Rp= $100,000*
*i= 9%*
*m= mensual*

Para calcular el número de pagos, se considera

$$n=\frac{\log\left[\left|\left(\frac{VF}{Rp}\right)*\left(\frac{i}{m}\right)\right|+1\right]}{\log\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)\left(1+\frac{i}{m}\right)\right]}$$

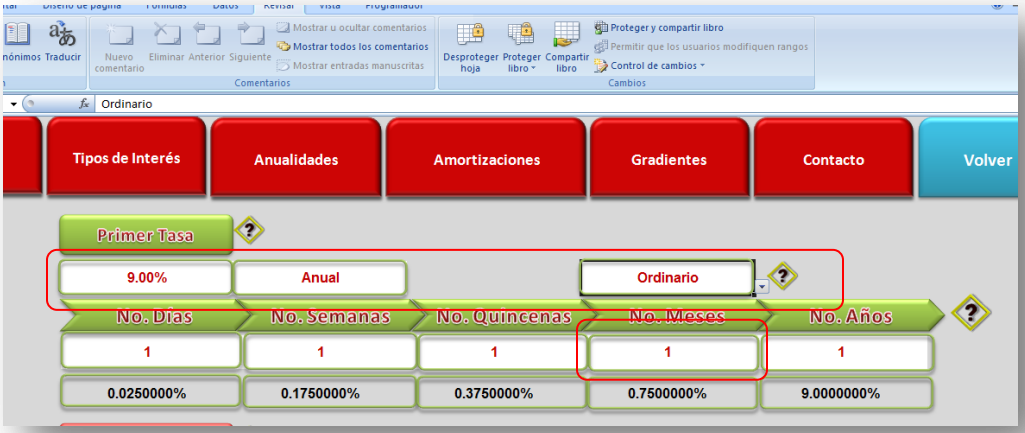
$$n=\frac{\log\left[\left|\left(\frac{\$875{,}129.70}{\$100{,}000.00}\right)*\left(\frac{0.09}{12}\right)\right|+1\right]}{\left[\log\left(1+\frac{0.09}{12}\right)\right]\left(1+\frac{0.09}{12}\right)}$$

$$n=\frac{\log\left[\left|(8.751297)*(0.0075)\right|+1\right]}{\left[\log(1.0075)\right](1.0075)}=\frac{\log 1.065634728}{0.003269392}$$

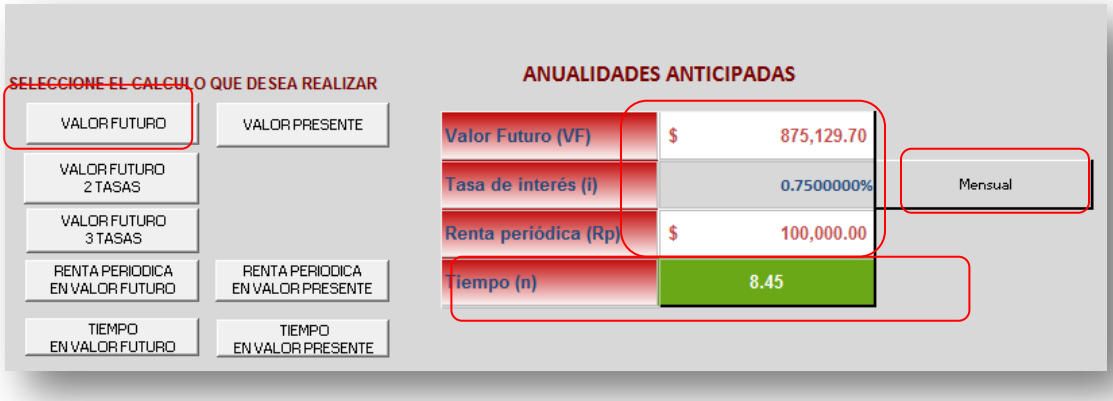
$$n=\frac{0.027608365}{0.003269392}=8.45$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 9%.
3. Seleccionar la tasa anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. de meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Tiempo Periódica en Valor Futuro”
7. Capturar el Valor Futuro $875,129.70
8. Capturar la Renta periódica $100,000.00
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Mensual”
10. Y obtenemos el resultado de 8.45 meses



*VALOR PRESENTE*

4) Supongamos que una persona desea adquirir una pantalla de plasma mediante 30 pagos iguales de $30,000.00 vencidos. Si la tasa de inflación que permanecerá vigente durante todo el lapso de tiempo es del 0.5% mensual, entonces ¿Cuál es el precio de contado de dicha pantalla?

Aplicamos la fórmula de **VALOR PRESENTE:**

$$m = 30_pagos$$
$$Rp = \$30,000.00$$
$$i = 0.5\%_mensual$$

$$VPN = Rp(1+ {}^{i}\!/_{m}) \frac{1-(1+ {}^{i}\!/_{m})^{-n}}{{}^{i}\!/_{m}}$$

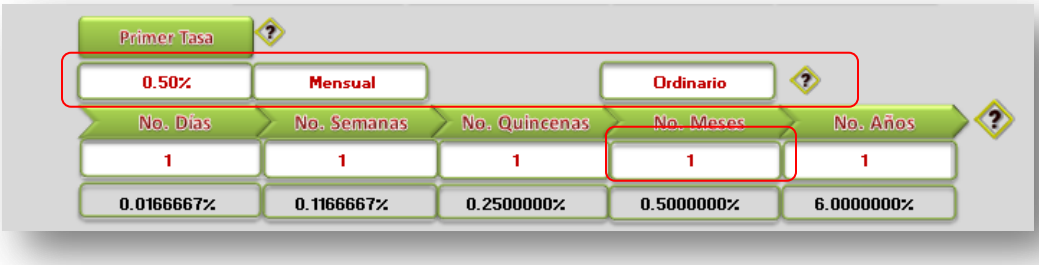
$$VPN = \$30,000.00(1+.005)\frac{1-(1+.005)^{-30}}{.005} = \$30,150.00\frac{1-0.8610297}{.005} =$$

$$VPN = \$30,150.00\frac{0.1389703}{.005} = \$30,150.00(27.79406) = \$837,990.73$$

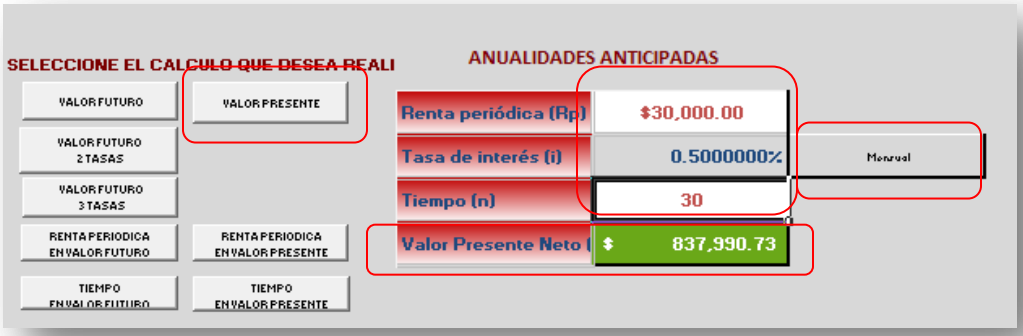
El valor presente de la Pantalla de Plasma es $837,990.73

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 0.5%.
3. Seleccionar la tasa Mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Presente”
7. Capturar la renta periódica $30,000
8. Capturar el tiempo: 30 meses
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Mensual”
10. Y obtenemos el resultado de $837,990.73



*RENTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE*

5) Supongamos que una persona desea adquirir una casa que tiene un valor de 1,350,000.00 con pagos mensuales durante 8 años. Si la tasa de inflación que permanecerá vigente durante todo el lapso de tiempo es del 11%, entonces ¿De cuánto serían los pagos mensuales?

Aplicamos la fórmula de **VALOR DE LA CUOTA PERIÓDICA EN VPN:**

$VPN = \$1,350,000.00$

$m = mensual$

$i = 11\%$

$n = 8 años$

$$Rp = \frac{VPN}{(1+ i/m)\dfrac{1-(1+ i/m)^{-n}}{i/m}}$$

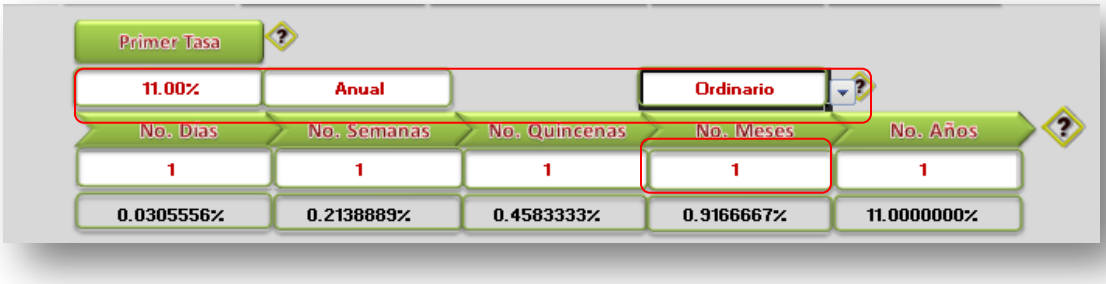
$$Rp = \frac{\$1,350,000.00}{(1+.11/12)\dfrac{1-(1+.11/12)^{-(12*8)}}{.11/12}} = \frac{\$1,350,000.00}{(1.0091666)\dfrac{1-(1.0091666)^{-96}}{.0091666}} = \frac{\$1,350,000.00}{(1.0091666)\dfrac{1-.4164490}{.0091666}}$$

$$Rp = \frac{\$1,350,000.00}{(1.0091666)\dfrac{0.583551}{.0091666}} = \frac{\$1,350,000.00}{(1.0091666)(63.6605720)} = \frac{\$1,350,000.00}{64.2441230} = \$21,013.75$$

Esta persona tendría que hacer pagos mensuales de $21,013.75 para pagar la casa en 8 años.

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 11%.
3. Seleccionar la tasa Anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Renta Periódica en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $1,350,000.00
8. Capturar el tiempo: 96 meses
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Mensual”
10. Y obtenemos el resultado de $21,013.75



*TIEMPO EN VALOR PRESENTE*

6) Mariana adquirió mobiliario para su nuevo negocio de estética, los cuales sumaron $125,000. En la mueblería, le otorgaron un financiamiento con pagos de $4,300.00 quincenales, a una tasa de 14%. ¿En cuánto tiempo terminará de pagar Mariana los muebles de su Estética?

Aplicamos la fórmula de **TIEMPO EN VPN:**

*Donde:*

*VPN= 125,000.00*
*Rp= $4,300.00*
*i= 14%*
*m= quincenal*

$$-n = \frac{Log(1-\frac{(VPN)(i/m)}{Rp}}{Log(1+i/m)(1+i/m)}$$

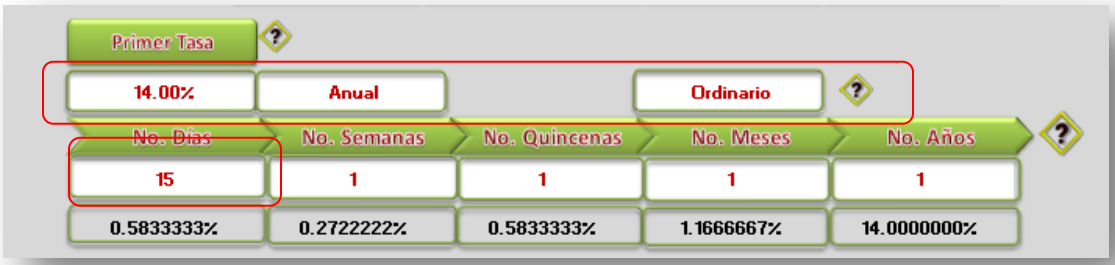
$$-n = \frac{Log(1-(\frac{\$125,000.00(.14/360)(15)}{\$4,300.00})}{Log(1+.14/360)(15)(1+.14/360)(15))} = \frac{Log(1-(\frac{\$125,000.00(.0058333)}{\$4,300.00})}{Log(1.0058333)(1.0058333)} = \frac{Log(1-(\frac{\$729.1625}{\$4,300.00})}{.0025260(1.0058333)}$$

$$-n = \frac{Log(1-.1695726)}{.00254073} = \frac{Log(.8304274)}{.00254073} = \frac{-0.0806983}{.00254073} = -31.74$$

Mariana, terminará de pagar su deuda en 31.74 quincenas.

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Anticipadas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 14%.
3. Seleccionar la tasa Anual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es quincenal, por lo tanto indicamos 15 en la opción de No. De dias.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Tiempo Periódica en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $125,000.00
8. Capturar la Renta Periódica $4,300.00
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “Diaria”
10. Y obtenemos el resultado de 31.74 quincenas



## 5.0 EJERCICIOS DE ANUALIDADES DIFERIDAS

*VALOR FUTURO*

1) Hoy una empresa adquiere una máquina para su taller en $145,000.00, con mensualidades de $15,000.00 durante 13 meses, si le cargan un interés del 9% mensual, hallar el valor final. La máquina se recibe a los 15 días de haber autorizado la cotización y a partir de esa recepción empieza el primer pago.

Aplicamos la fórmula de **VALOR FUTURO VF**:

$$VF = Rp\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{\frac{i}{m}}\right]$$

Rp=$15,000.00

i=9%

n=13 meses

$$VF = \$15,000.00\left[\frac{(1+.09)^{13}-1}{.09}\right] = \$15,000.00\left[\frac{(1.09)^{13}-1}{.09}\right]$$

$$VF = \$15,000.00\left[\frac{3.0658046-1}{.09}\right] = \$15,000.00\left[\frac{2.0658046}{.09}\right]$$

$$VF = \$15,000.00(22.9533845) = \$344,300.77$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Diferidas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 9%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual .
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Futuro”
7. Capturar la Renta Periódica $15,000.00
8. Capturar el tiempo 13 meses
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
10. Y obtenemos el resultado del Valor Futuro $344,300.77



*RENTA PERIÓDICA EN VALOR FUTURO*

2) Mayra aprovechó la promoción de LIVERPOOL, compró ayer y va a pagar en 48 pagos fijos a partir del mes de mayo, ¿Cuál es el monto que abonará mensualmente a su cuenta si adeuda $60,000.00 con una tasa del 8% nominal?

Aplicamos la fórmula de **VALOR DE LA CUOTA PERIÓDICA EN VF**:

$en_donde:$
$VF = \$60,000.00$
$i = 8\%$
$n = 48\, pagos$
$m = mensual$

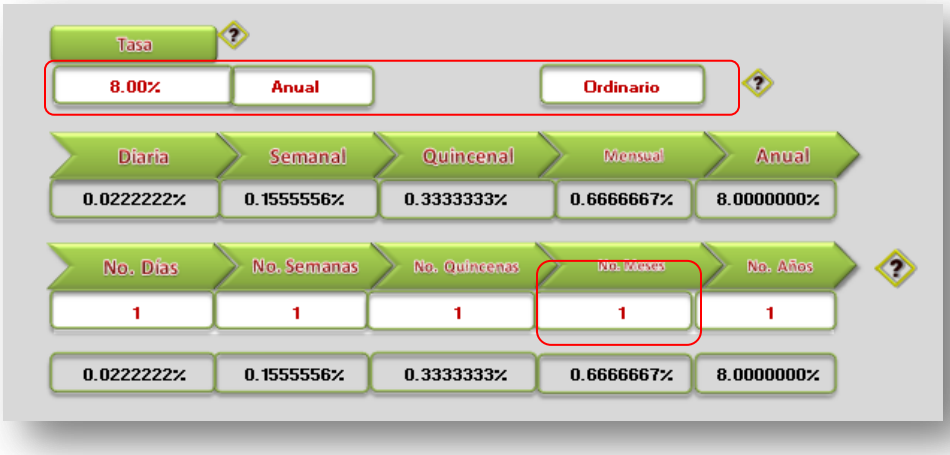
$$Rp = \frac{VF}{\left[\frac{(1+\frac{i}{m})^{n}-1}{i/m}\right]}$$

$$Rp = \frac{\$60,000.00}{\left[\frac{(1+\frac{.08}{12})^{48}-1}{0.08/12}\right]} = \frac{\$60,000.00}{\left[\frac{(1.0066666)^{48}-1}{.0066666}\right]} = \frac{\$60,000.00}{\left[\frac{(1.3756617)-1}{.0066666}\right]}$$

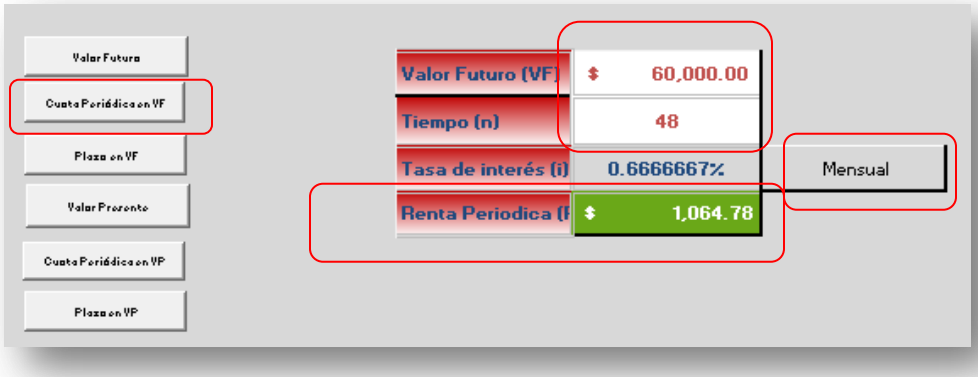
$$Rp = \frac{\$60,000.00}{\left[\frac{0.3756617}{.0066666}\right]} = \frac{\$60,000.00}{56.3498185} = \$1,064.78$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de "Anualidades Diferidas"
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado 8%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer "Renta Periódica en Valor Futuro"
7. Capturar el Valor Futuro $60,000.00
8. Capturar el tiempo 48 meses
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar "mensual"
10. Y obtenemos el resultado de la Renta periódica $1,064.78



*TIEMPO EN VALOR FUTURO*

3) Un empleado de gobierno se propone ahorrar a partir del siguiente año la cantidad de $7,459.00 para comprarse el Xbox Kinect mas reciente, para eso pretende depositar el bono que le otorgan por honestidad y buen servicio, que le entregan en la segunda quincena de cada mes, mismo que asciende a 580.00 la cuenta de ahorro le ofrece el 15% nominal capitalizable mensualmente. ¿En cuánto logrará acumular esta persona el monto deseado?

Se aplica fórmula de **TIEMPO EN VF:**

*donde*:

$M = \$7,459.00$

$A = \$580.00$

$i = 15\%$

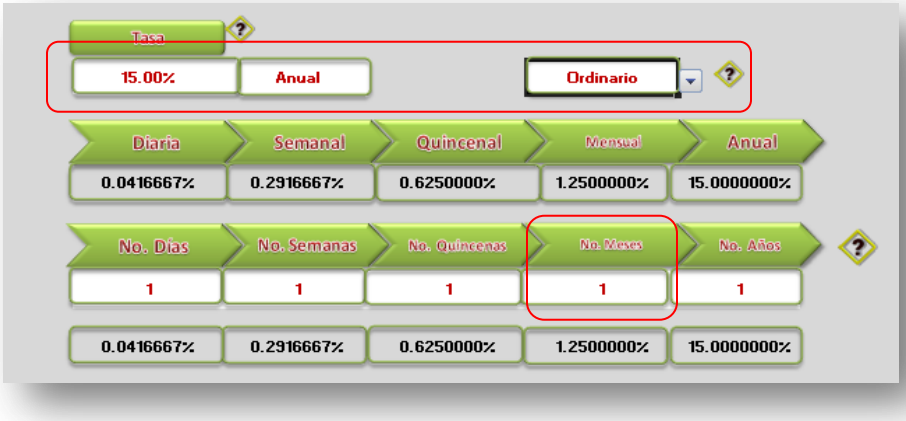
$$n = \frac{\log[(M/A) * i/m] + 1}{Log(1 + i/m)}$$

$$n = \frac{\log[(7,459/580) * .15/12] + 1}{Log(1 + .15/12)} = \frac{\log[(12.8603448) * 0.0125] + 1}{Log(1.0125)}$$

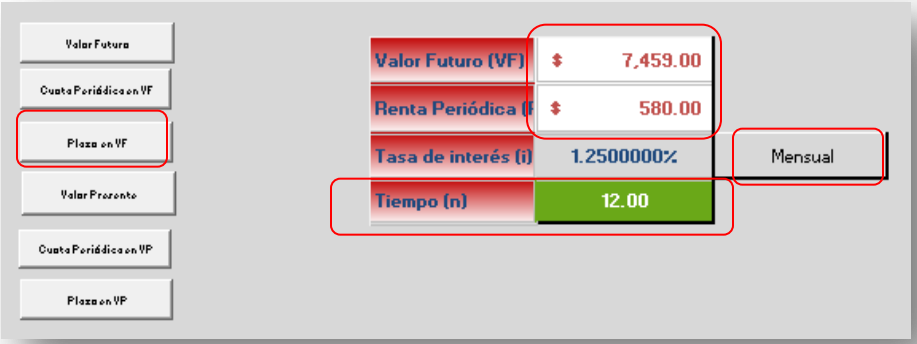
$$n = \frac{\log[0.16075431] + 1}{Log(1.0125)} = \frac{\log[1.16075431]}{Log(1.0125)} = \frac{0.0647403}{0.00539503} = 11.9999856 = 12$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Diferidas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 8%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. de meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Tiempo en Valor Futuro”
7. Capturar el Valor Futuro $7,459.00
8. Capturar la renta Periódica $580.00
9. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
10. Y obtenemos el Tiempo de 12 meses



*VALOR PRESENTE*

4) Calcular el Valor Presente de un automóvil que se pretende comprar por el cual se pagarán anualidades de $39,376.87 a una tasa de interés del 1.5% mensual a pagar en 15 mensualidades, si el primer pago se hace al vencimiento del tercer mes, una vez que se haya dado el enganche.

Se aplica fórmula de **VALOR PRESENTE:**

*donde*:

$i = 1.5\%$
$Rp = \$39,376.87$
$n = 15$
$k = 3$

$$VPN = Rp\frac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}}{{}^{i}\!/_{m}(1+{}^{i}\!/_{m})^{k-1}}$$

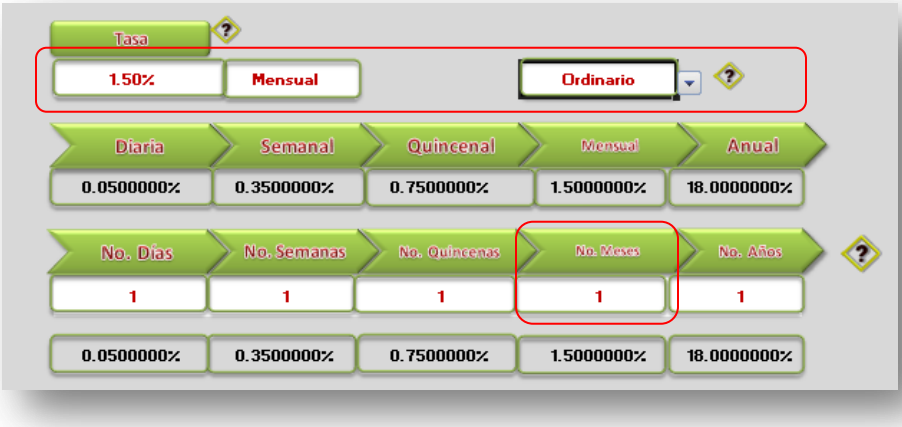
$$VPN = \$39,376.87\frac{1-(1+.015)^{-15}}{0.015(1+0.015)^{3-1}} = \$39,376.87\frac{1-(1+.015)^{-15}}{0.015(1+0.015)^{3-1}}$$

$$VPN = \$39,376.87\frac{1-(0.7998515)}{0.015(1.030225)} = \$39,376.87\frac{1-0.7998515}{0.0154533} = \$39,376.87\frac{0.2001485}{0.0154533}$$

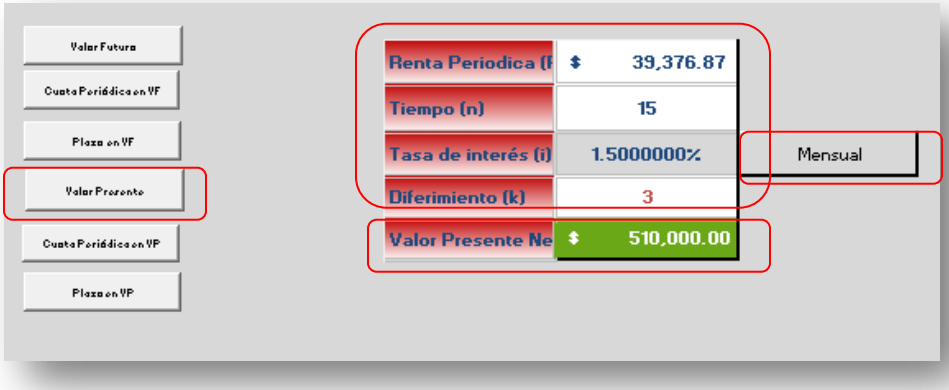
$$VPN = \$39,376.87(12.95182906) = \$510,000.00$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Diferidas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 1.5%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Presente”
7. Capturar la renta Periódica $39,376.87
8. Capturar el tiempo 15 meses
9. Capturar el diferimiento 3 meses
10. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
11. Y obtenemos el Valor Presente $510,000.00



*RENTA PERIÓDICA EN VALOR PRESENTE*

5) Se adeudan $100,000.00 los cuales deben ser liquidados en 12 pagos mensuales iguales, el primero de ellos 6 meses después de la firma del convenio. Se pacta una tasa de 1.5% mensual.

Se aplica la fórmula de **CUOTA PERIODICA EN VALOR PRESENTE:**

*donde*:

$VPN = \$100,000.00$
$i = 15\%$
$n = 12$
$k = 6$

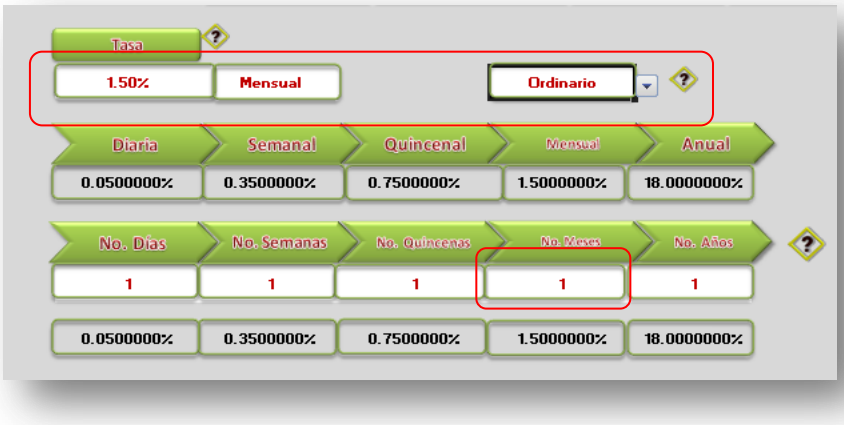
$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+ i/m)^{-n}}{i/m(1+ i/m)^{k-1}}}$$

$$Rp = \frac{\$100,000.00}{\frac{1-(1.015)^{-12}}{0.015(1.015)^{6-1}}} = \frac{\$100,000.00}{\frac{1-(0.83638742)}{0.015(1.077284)}} = \frac{\$100,000.00}{\frac{0.16361258}{0.01615926}}$$

$$Rp = \frac{\$100,000.00}{10.1250043} = \$9,876.54$$

**GUÍA PARA CALCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Diferidas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 1.5%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Renta Periódica en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $100,000.00
8. Capturar el tiempo 12 meses
9. Capturar el diferimiento 6 meses
10. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
11. Y obtenemos la renta periódica en valor presente $9,876.54



*TIEMPO EN VALOR PRESENTE*

6) Con los datos del ejercicio anterior, comprobamos el tiempo:

Aplicamos la fórmula de **TIEMPO EN VPN:**

*donde*:

$VPN = \$100,000.00$
$i = 1.5\%$
$Rp = \$9,876.54$
$k = 6$

$$-n = \frac{Log(1 - \frac{VPN * (i/m)(1 + i/m)^{k-1}}{Rp}}{Log(1 + i/m)}$$

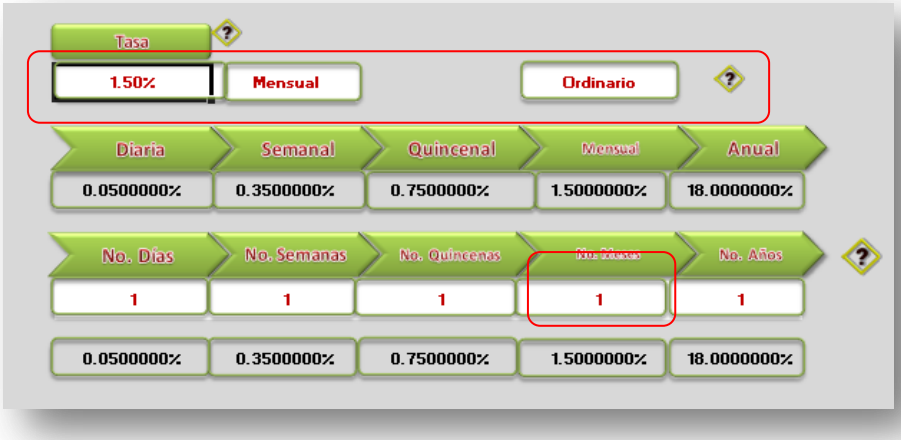
$$-n = \frac{Log(1 - \frac{\$100,000.00 * (0.015)(1.015)^{6-1}}{9,876.54}}{Log(1.015)} = \frac{Log(1 - \frac{1,615.93}{9,876.54}}{Log(1.015)}$$

$$-n = \frac{Log(1 - 0.16361256)}{Log(1.015)} = \frac{Log(0.83638744)}{Log(1.015)} = \frac{-0.0775925}{0.0064660042}$$

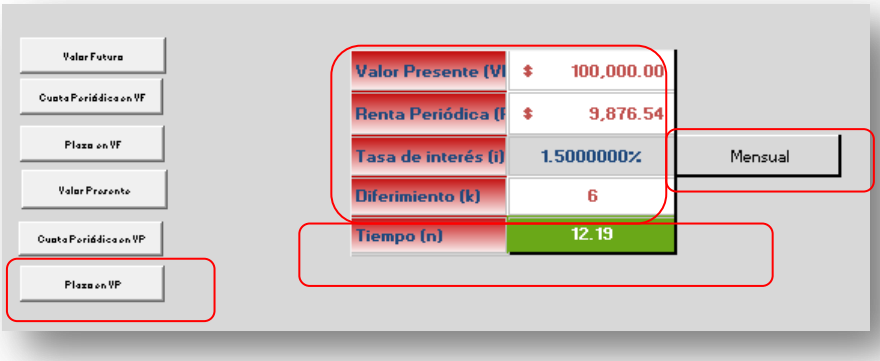
$$-n = 11.999799 = 12.19$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Diferidas”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 1.5%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es mensual, por lo tanto indicamos 1 en la opción de No. De meses.




6. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Tiempo en Valor Presente”
7. Capturar el Valor Presente $100,000.00
8. Capturar la renta Periódica $9,876.54
9. Capturar el diferimiento 6 meses
10. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
11. Y obtenemos el Tiempo de 12.19 meses



## **6.0** EJERCICIOS DE ANUALIDADES GENERALES

*VALOR FUTURO*

1) Silvia deposita $200.00 bimestralmente empezando dentro de un mes al 1.8% mensual capitalizable mensualmente. ¿Cuánto tendrá en 6 bimestres? Obtener la tasa equivalente capitalizable bimestralmente.

Aplicamos la fórmula de **VALOR FUTURO- VF Y CONVERTIMOS A TASA EQUIVALENTE:**

$$M = A\left[\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}\right] \qquad \text{TE}\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1\right]*100$$

A=$200.00

i=1.8% mensual

n=6 bimestres

$$\text{TE}=\left[(1+.018)^{2}-1\right]*100 \qquad \text{TE}=\left[(1.018)^{2}-1\right]*100 \qquad \text{TE}=\left[(1.036324)\ -1\right]*100$$

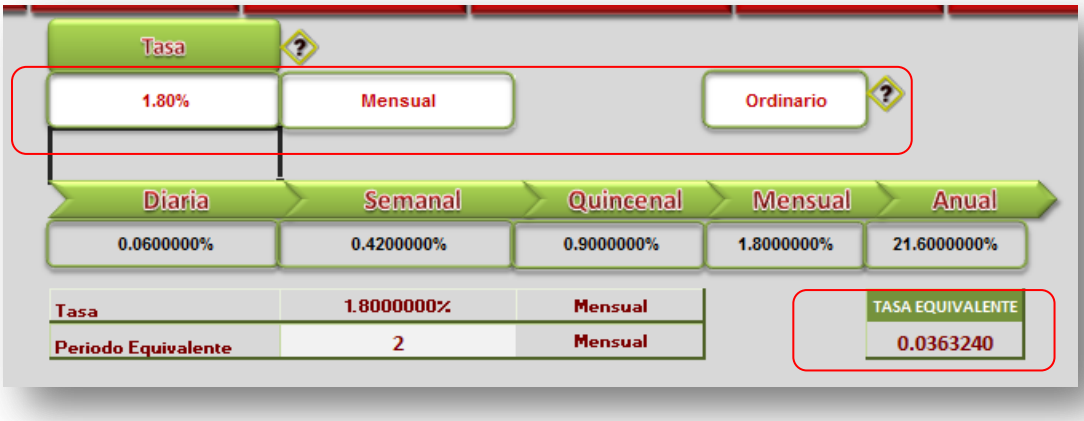
$$\text{TE}=3.6324$$

$$M = \$200.00\left[\frac{(1+.036324)^{6}-1}{.036324}\right] = \$200.00\left[\frac{(1.036324)^{6}-1}{.036324}\right] = \$200.00\left[\frac{1.2387205-1}{.036324}\right]$$

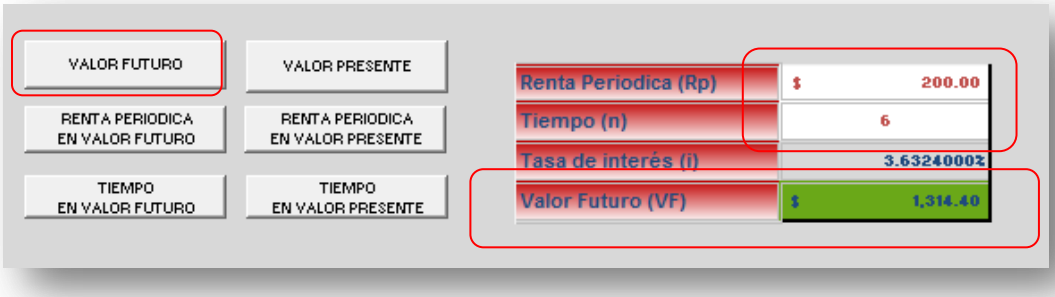
$$M = \$200.00\left[\frac{.2387205}{.036324}\right] = \$200.00(6.5719780) = \$1,314.40$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de “Anualidades Generales”
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado 1.5%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es bimestral, por lo tanto indicamos 2 en la opción de Periodo Equivalente.
6. Esta operación calculará la Tasa Equivalente a utilizar




7. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer “Valor Futuro”
8. Capturar la renta Periódica $200.00
9. Capturar el Tiempo 6 bimestres
10. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar “mensual”
11. Y obtenemos el Valor Futuro $1,314.40



*RENTA PERIÓDICA EN VALOR FUTURO*

2) Cuanto debe depositar trimestralmente durante 15 meses en una cuenta que ofrece el 8.5% capitalizable mensualmente, si desea tener $1,000.00 al final del periodo.

Aplicamos la fórmula de **VALOR DE LA CUOTA PERIÓDICA EN VF Y CONVERTIMOS A TASA EQUIVALENTE**:

$$A=\frac{M}{\left[\frac{(1+\frac{\bar{i}}{m})^{n}-1}{\bar{i}/m}\right]} \qquad \text{TE}\left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{n}-1\right]*100$$

A=?

M=$1,000.00

i=8.5%

n=15 meses= 5 trimestres

$$\text{TE}=\left[\left(1+\frac{.085}{12}\right)^{3}-1\right]*100 \qquad \text{TE}=\left[(1.0017083)^{3}-1\right]*100 \qquad \text{TE}=\left[(1.0214008)\ -1\right]*100$$

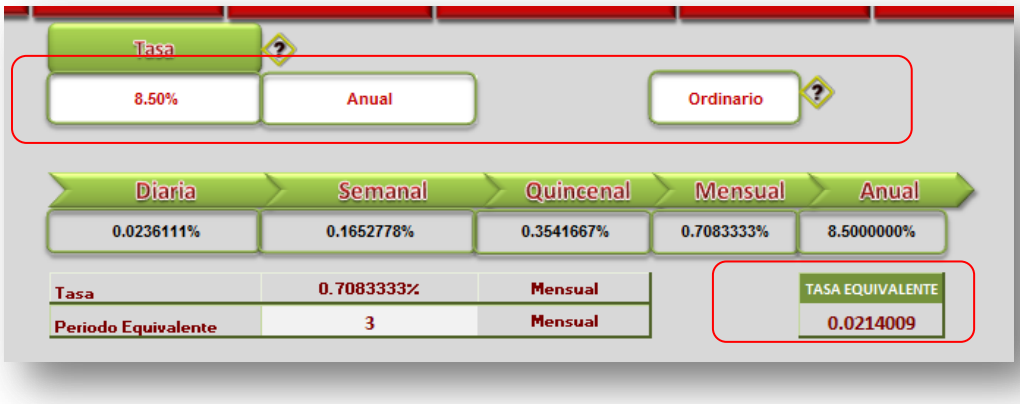
TE=2.14%

$$A=\frac{\$1,000.00}{\left[\frac{(1+.0214)^{5}-1}{.0214}\right]}=\frac{\$1,000.00}{\left[\frac{(1.0214)^{5}-1}{.0214}\right]}=\frac{\$1,000.00}{\left[\frac{(1.1116786)-1}{.0214}\right]}$$

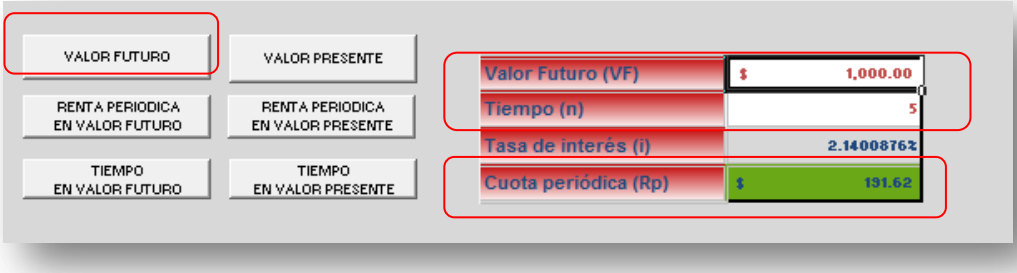
$$A=\frac{\$1,000.00}{\left[\frac{(0.1116786)}{.0214}\right]}=\frac{\$1,000.00}{5.2186261}=\$191.62$$

**GUÍA PARA CÁLCULO EN SIMULADOR FINANCIERO**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de "Anualidades Generales"
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado 8.5%.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés Ordinario (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Ingresar el periodo de capitalización, para este ejemplo es trimestral, por lo tanto indicamos 3 en la opción de Periodo Equivalente.
6. Esta operación calculará la Tasa Equivalente a utilizar



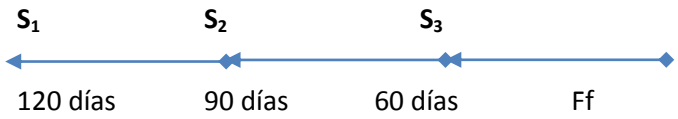

7. Seleccionar el tipo de cálculo que se desea hacer "Renta Periódica en Valor Futuro"
8. Capturar el Valor Futuro $1,000.00
9. Capturar el Tiempo 5 trimestres
10. Seleccionar el tipo de tasa de capitalización a utilizar "mensual"
11. Y obtenemos el monto de la Cuota Periódica de $191.62



## 7.0 EJERCICIOS DE ECUACIONES EQUIVALENTES CON INTERÉS SIMPLE.

1) Paco tiene una deuda a pagar en 3 pagos: el primero en 4 meses por $55,000.00, el segundo en 3 meses por $50,0000.00, el tercero en 2 meses por $30,000.00, le cobran un interés de 19% exacto anual, como sabe que no podrá liquidarlos propone pagarle al proveedor en 4 pagos, uno en la fecha focal, otro al mes, el otro en 2 meses, el siguiente en 3 meses con la misma tasa de interés. Determinar la VEO y VEN.

**$P_1$ $55,000.00 no vencido a 120 días**
**$P_2$ $50,000.00 no vencido a 90 días**
**$P_3$ $30,000.00 no vencido a 60 días**




Para calcular la el Valor del esquema original aplicar la siguiente fórmula:

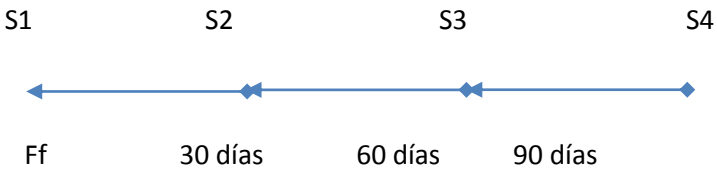
$$VE_O = Ff + \sum_{1=n\ldots}^{fi\ldots} \frac{P1\ldots\infty}{(1+ i/n)\ldots\infty}$$

$$VE_O = \frac{\$55,000.00}{(1+\frac{.19(120)}{365})} + \frac{\$50,000.00}{(1+\frac{.19(90)}{365})} + \frac{\$30,000.00}{(1+\frac{.19(60)}{365})}$$

$$VE_O = \frac{\$55,000.00}{(1.0624657)} + \frac{\$50,000.00}{1.0468493} + \frac{\$30,000.00}{1.0312328}$$

$$VE_O = \$51,766.37 + \$47,762.36 + \$29,091.39$$

$$VE_O = \$128,620.12$$




Para calcular la el Valor del esquema nuevo aplicar la siguiente fórmula:

$$VE_n = Ff + \sum_{1=n\ldots}^{Si\ldots} \frac{S1\ldots\infty}{(1+ {}^{i}\!/_{n})\ldots\infty}$$

$$VE_n = 1 + \frac{1}{(1+\frac{.19(30.4)(1)}{365})} + \frac{1}{(1+\frac{.19(30.4)(2)}{365})} + \frac{1}{(1+\frac{.19(30.4)(3)}{365})}$$

$$VE_n = 1 + \frac{1}{1.0158246} + \frac{1}{1.0316493} + \frac{1}{1.0474739}$$

$$VE_n = 1 + 0.9844219 + 0.9693216 + 0.9546777$$

$$VE_n = 3.9084212$$

Cálculo del monto de los pagos:

$$Y = \frac{VEo}{VEn}$$

$$Y = \frac{\$128,620.12}{3.9084212}$$

$$Y = \$32,908.45$$

$$Y = en_total_son : (4) * \$32,908.45 = \$131,633.80$$

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Ecuaciones Equivalentes con interés simple.**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de Ecuaciones Equivalentes con interés simple.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.




***Figura 1***

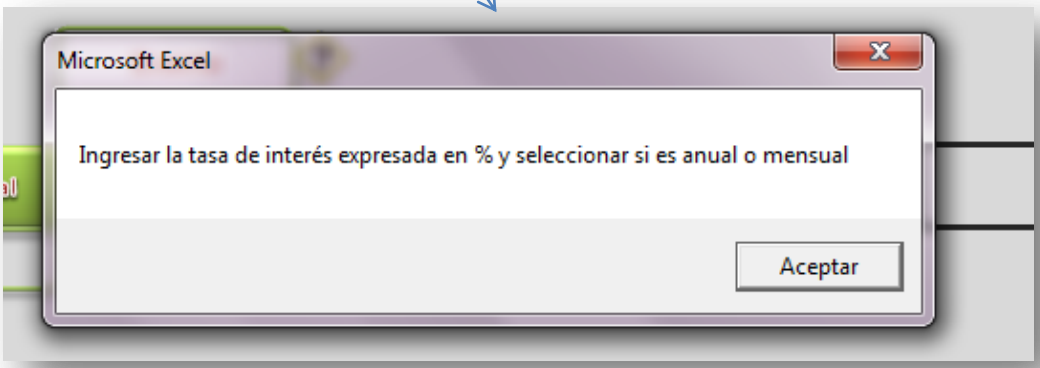



***Figura 2***

6. Indicar que tipo de tasa utilizaremos en el caso del ejercicio es diaria
7. Ingresar los pagos y su plazo, es importante saber si es vencido, no vencido o en la fecha focal, para poder capturarlos correctamente.
8. El resultado lo indica automáticamente.

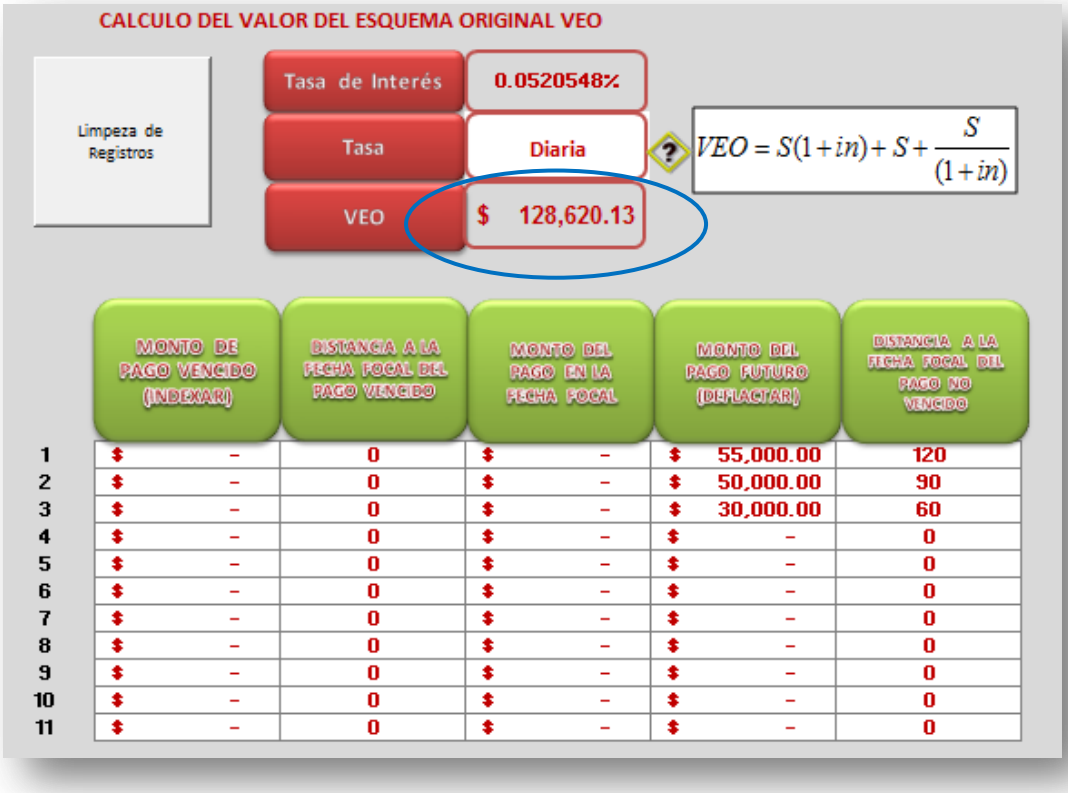



***Figura 3***

9. El detalle del resultado del Valor del esquema original te lo muestra en el siguiente recuadro por cada pago.

| DETALLE DEL VEO | S(1+in) | S | S/ (1+in) |
|---|---|---|---|
| 1 | $ - | $ - | $ 51,766.37 |
| 2 | $ - | $ - | $ 47,762.37 |
| 3 | $ - | $ - | $ 29,091.39 |
| 4 | $ - | $ - | $ - |
| 5 | $ - | $ - | $ - |
| 6 | $ - | $ - | $ - |
| 7 | $ - | $ - | $ - |
| 8 | $ - | $ - | $ - |
| 9 | $ - | $ - | $ - |
| 10 | $ - | $ - | $ - |
| 11 | $ - | $ - | $ - |

***Figura 4***

10. Lo siguiente es calcular el Valor del esquema Nuevo hay que seleccionar el tipo de tasa, en el ejercicio es mensual y el número de pagos son 4.

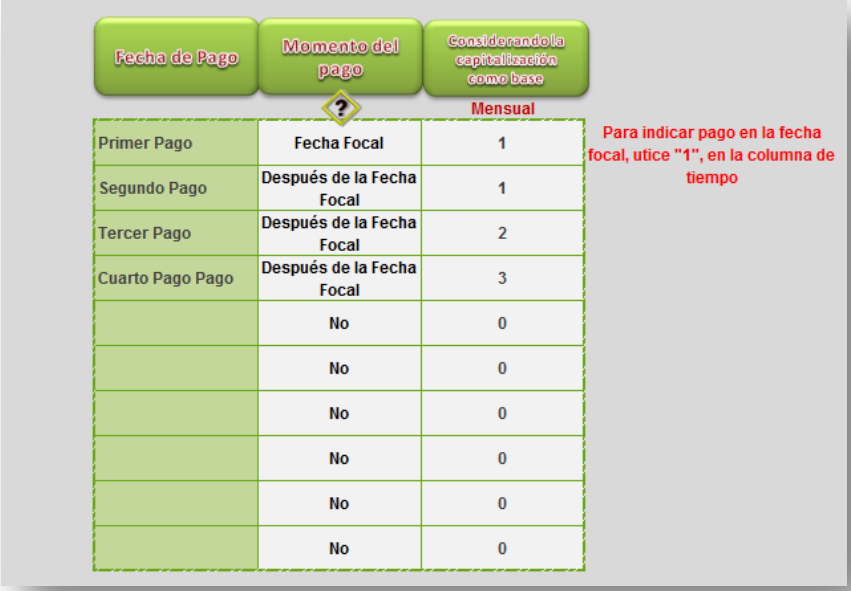
CALCULO DEL VALOR DEL ESQUEMA NUEVO VEN

$$VEN = S(1+in)+S+\frac{S}{(1+in)}$$

| | | |
|---|---|---|
| Tasa de Interés | 1.5824658% | *Tasa de Interés de esquema nuevo* |
| Tasa | Mensual | ? |
| No. de Pagos | 4 | *Por la negociación acreedor-deudor* |
| VEN | 3.908421154 | |
| Y | $ 131,633.85 | |
| = VEO / VEN | $ 32,908.46 | |

***Figura 5***

11. Por último indicar en la tabla los términos de la negociación de la deuda, si es en la fecha focal indicamos el pago con el número 1, y para los subsecuentes pagos indicar si es al mes con el número uno y así sucesivamente.



| Fecha de Pago | Momento del pago | Considerando la capitalización como base |
|---|---|---|
| | ? | Mensual |
| Primer Pago | Fecha Focal | 1 |
| Segundo Pago | Después de la Fecha Focal | 1 |
| Tercer Pago | Después de la Fecha Focal | 2 |
| Cuarto Pago Pago | Después de la Fecha Focal | 3 |
| | No | 0 |
| | No | 0 |
| | No | 0 |
| | No | 0 |
| | No | 0 |
| | No | 0 |

Para indicar pago en la fecha focal, utice "1", en la columna de tiempo

***Figura 6***

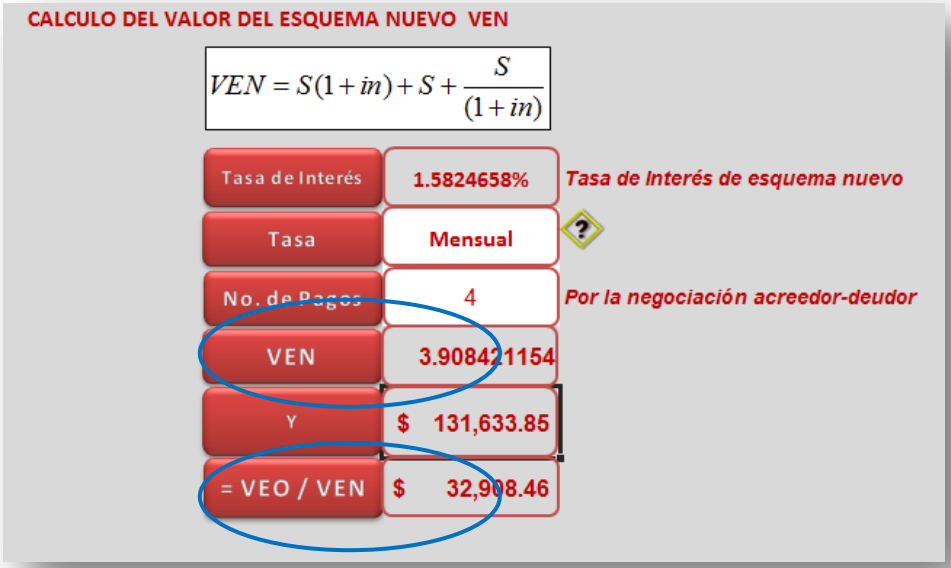
12. Si queremos ver detalle del cálculo en la siguiente tabla lo muestra.



| DETALLE DEL VEN | Factor | S/ (1+in) |
|---|---|---|
| 1 | Primer Pago | 1 |
| 2 | Segundo Pago | 0.984421861 |
| 3 | Tercer pago | 0.969321634 |
| 4 | Cuarto Pago | 0.954677659 |
| 5 | Quinto Pago | 0 |
| 6 | Sexto Pago | 0 |
| 7 | Séptimo Pago | 0 |
| 8 | Octavo Pago | 0 |
| 9 | Noveno Pago | 0 |
| 10 | Décimo Pago | 0 |

***Figura 7***

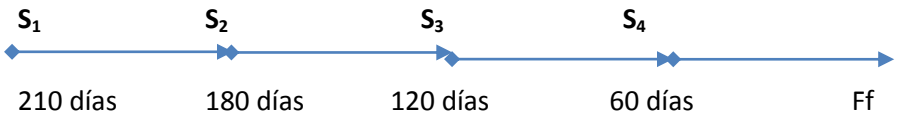
13. El resultado final se muestra en la figura 5



# 8.0 ECUACIONES EQUIVALENTES CON INTERÉS COMPUESTO

1) El deudor de una casa decide hoy negociar su deuda, no ha tenido solvencia para liquidarla y espera re-estructurar sus vencimientos, le consideran cobrar un interés exacto del 8%, capitalización a 30 días y la propuesta de hacer 3 pagos posteriores a 45 días, el segundo a 120 días y el último a 160 días.

P1 $60,000.00 vencido a 60 días
P2 $30,000.00 vencido a 120 días
P3 $63,500.00 vencido a 180 días
P4 $20,000.00 vencido a 210 días




210/30=7
180/30=6
120/30=4
60/30=2

Aplicar la fórmula:

$$VE_0 = Ff + \sum_{1=n\ldots}^{fi\ldots} \frac{P1\ldots\infty}{(1+ i/m)^{n}\ldots\infty}$$

$$VE_0 = \$20,000.00(1+\frac{.08(30)}{365})^{7} + \$63,500.00(1+\frac{.08(30)}{365})^{6} + \$30,000.00(1+\frac{.08(30)}{365})^{4} + \$60,000.00(1+\frac{.08(30)}{365})^{2}$$

$$VE_0 = \$20,000.00(1.046945351) + \$63,500.00(1.040106296) + \$30,000.00(1.02656192) + \$60,000.00(1.01319392)$$

$$VE_0 = \$20,938.90 + \$66,046.75 + \$30,796.85 + \$60,791.63$$

$$VE_0 = \$178,574.13$$



Ff 45 días 120 días 160 días

Aplicar la fórmula:

45/30=1.5
120/30=4
160/30=5.3333333

$$VE_N = \frac{S_1}{1+in_1} + \frac{S_2}{1+in_2} \ldots\infty$$

$$VE_N = \frac{1}{(1+\frac{.08(30)}{365})^{1.5}} + \frac{1}{(1+\frac{.08(30)}{365})^{4}} + \frac{1}{(1+\frac{.08(30)}{365})^{5.3333333}}$$

$$VE_N = \frac{1}{(1.009879209)} + \frac{1}{(1.02656192)} + \frac{1}{(1.035571763)}$$

$$VE_N = 0.990217435 + .97412536 + 0.965650122$$

$$VE_N = 2.929992917$$

$$Y = \frac{VE_O}{VE_N}$$

$$Y = \frac{\$178,574.13}{2.929992917}$$

$$Y = \$60,946.95x3 = \$182,840.85$$

RESULTADO= $182,840.85

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Ecuaciones Equivalentes con interés compuesto.**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de Ecuaciones Equivalentes con interés compuesto.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual o mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.

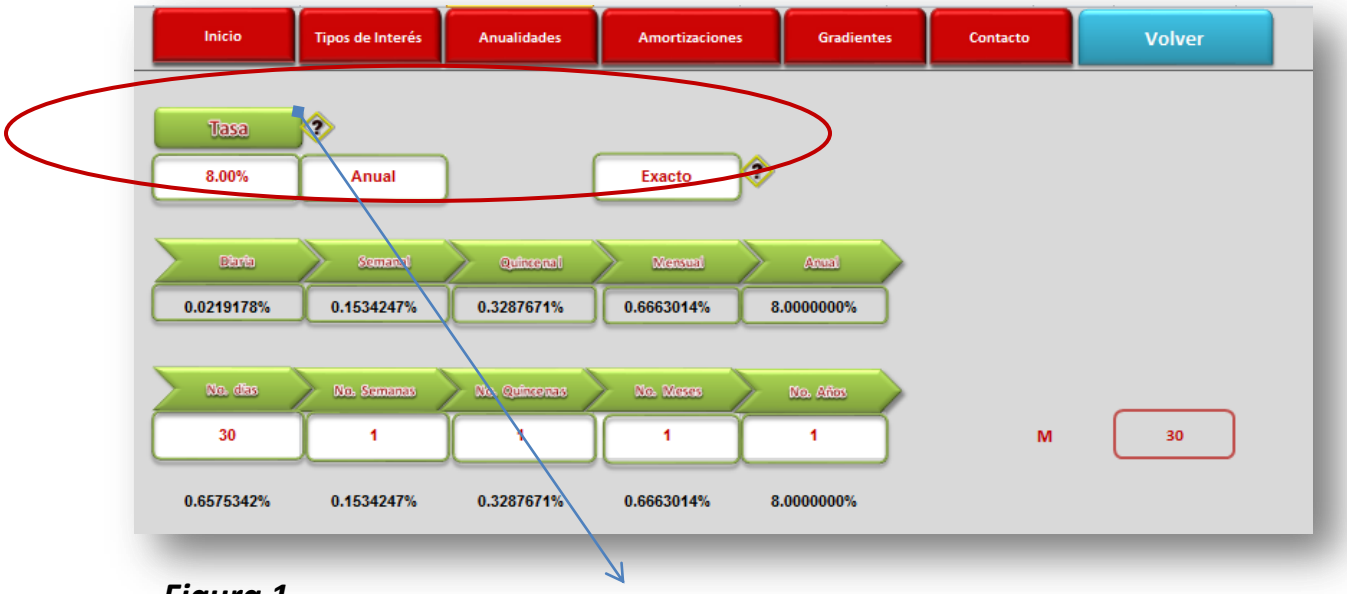



***Figura 1***

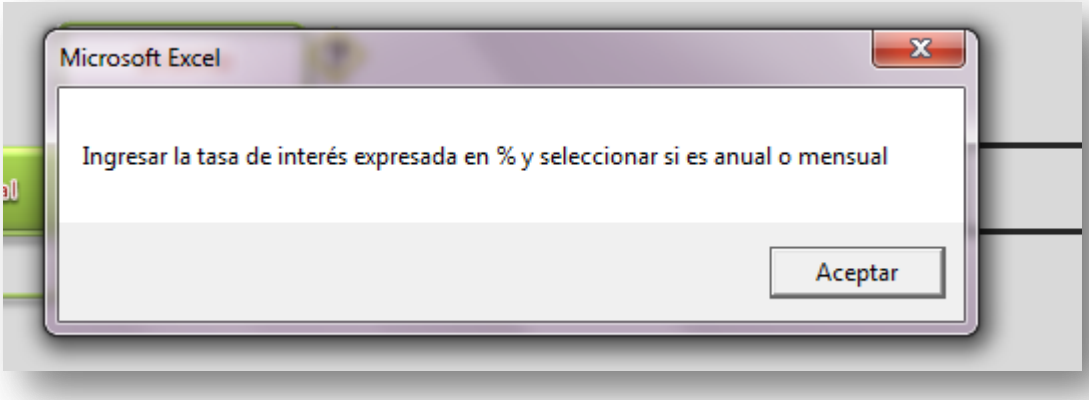



***Figura 2***

6. Para el caso del ejercicio los plazos de pago son dados en días y la capitalización es a 30 días, por lo que indicamos este dato en el recuadro correspondiente a días.

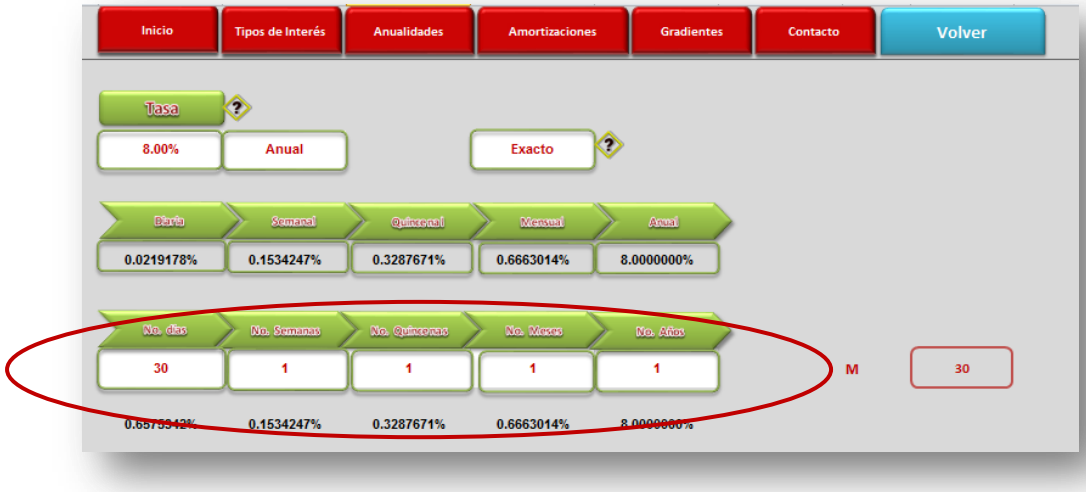



***Figura 3***

7. Indicar que tipo de capitalización utilizaremos en el cálculo del Valor del Esquema Original, en el caso del ejercicio es diaria.
8. Ingresar los pagos y su plazo, es importante saber si es vencido, no vencido o en la fecha focal, para poder capturarlos correctamente.
9. El resultado lo indica automáticamente.




***Figura 4***

10. El detalle del resultado del Valor del esquema original te lo muestra en el siguiente recuadro por cada pago.



| DETALLE DEL VEO | S(1+i)^n | S | S/ (1+i)^n |
|---|---|---|---|
| 1 | $ 60,791.64 | $ - | $ - |
| 2 | $ 30,796.86 | $ - | $ - |
| 3 | $ 66,046.75 | $ - | $ - |
| 4 | $ 20,938.91 | $ - | $ - |
| 5 | $ - | $ - | $ - |
| 6 | $ - | $ - | $ - |
| 7 | $ - | $ - | $ - |
| 8 | $ - | $ - | $ - |
| 9 | $ - | $ - | $ - |
| 10 | $ - | $ - | $ - |
| 11 | $ - | $ - | $ - |

***Figura 5***

11. Lo siguiente es calcular el Valor del esquema Nuevo hay que seleccionar el tipo de capitalización, en el ejercicio nos indica que es a 30 días y el número de pagos son 3.

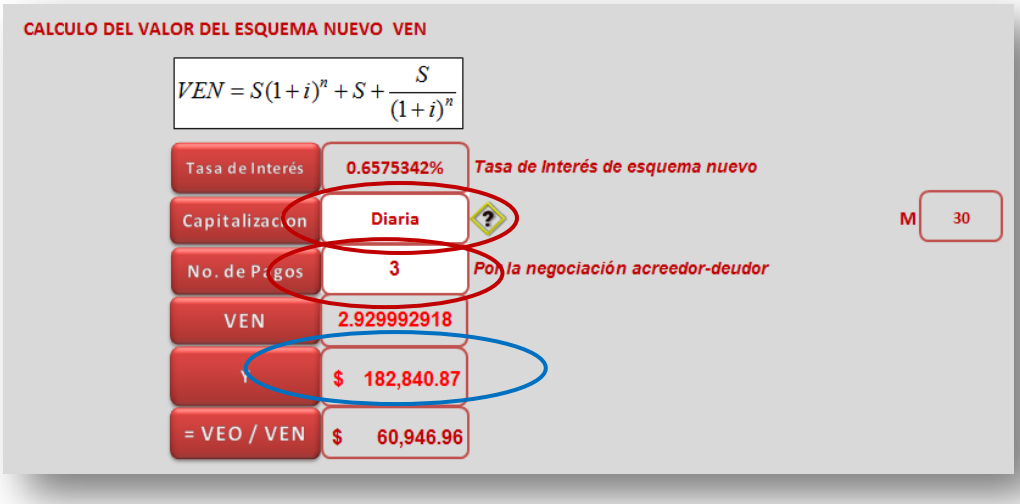



***Figura 6***

12. Por último indicar en la tabla los términos de la re-negociación de la deuda, si es en la fecha focal indicamos el pago con el número 1, y para los pagos como son en días como es el caso del ejercicio, capturarlos como tal.



13. Si queremos ver el detalle del cálculo en la siguiente tabla lo muestra.



| DETALLE DEL VEN | Factor | S/ (1+i)^n |
|---|---|---|
| 1 | Primer Pago | 0.990217435 |
| 2 | Segundo Pago | 0.97412536 |
| 3 | Tercer pago | 0.965650123 |
| 4 | Cuarto Pago | 0 |
| 5 | Quinto Pago | 0 |
| 6 | Sexto Pago | 0 |
| 7 | Séptimo Pago | 0 |
| 8 | Octavo Pago | 0 |
| 9 | Noveno Pago | 0 |
| 10 | Décimo Pago | 0 |

***Figura 8***

14. El resultado final se muestra en la figura 6.

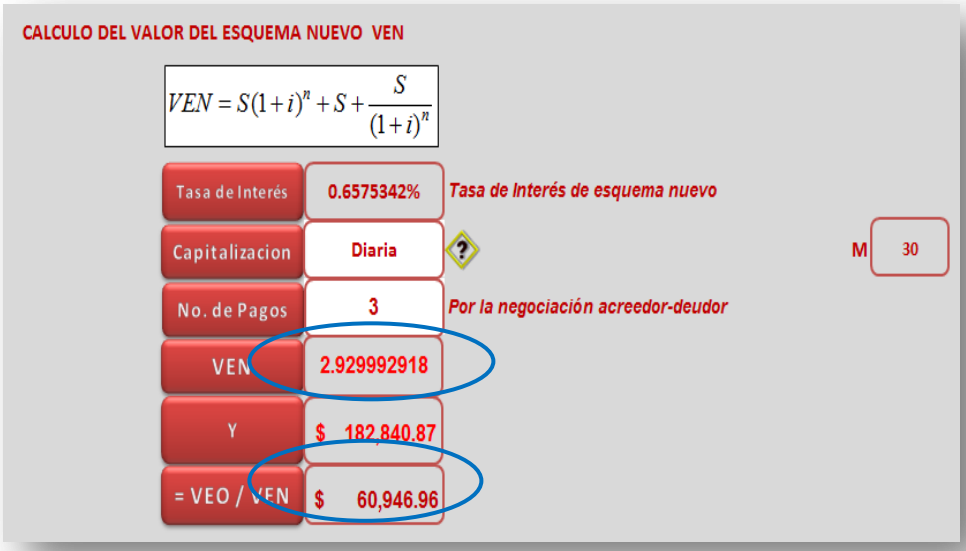



***Figura 6***

## 9.0 EJERCICIO DE AMORTIZACIÓN

Se adeudan $250,000.00 los cuales serán liquidados en 10 pagos iguales vencidos, considerando una tasa nominal de 12%.

***Donde:***

VPN= Valor Presente de la deuda
Rp= Pago periódico
i= tasa de interés
m= Capitalización
-n= el tiempo o número de pagos

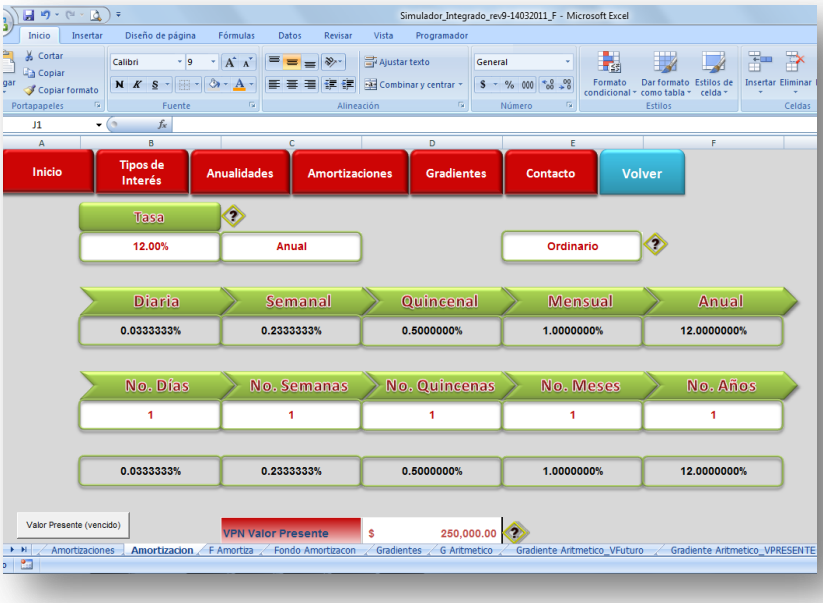
$$Rp = \frac{VPN}{\frac{1-(1+{}^{i}\!/_{m})^{-n}}{i/m}}$$

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{\frac{1-(1+{}^{.12}\!/_{12})^{-10}}{.12/12}} = \frac{\$250,000.00}{\frac{1-(1.01)^{-10}}{0.01}} = \frac{\$250,000.00}{\frac{1-0.90528685}{0.01}}$$

$$Rp = \frac{\$250,000.00}{9.47130453} = \$26,395.52$$

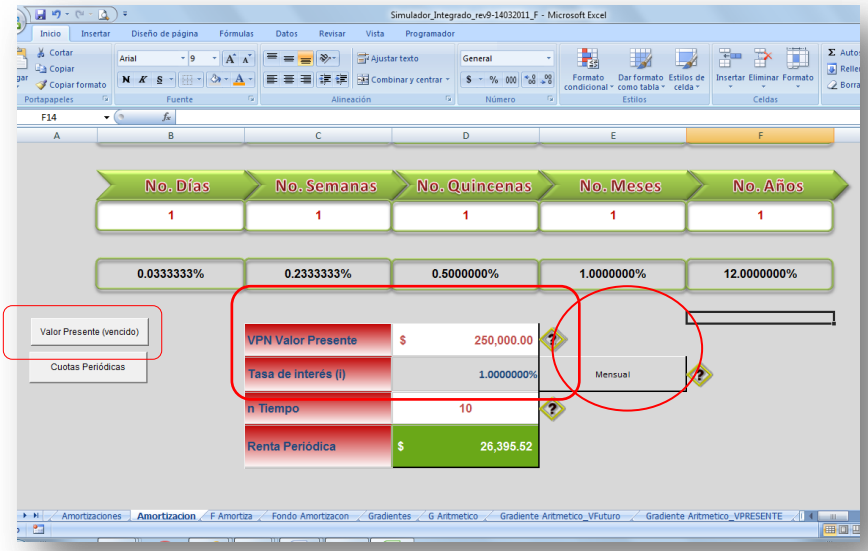
**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Amortizaciones.**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de Amortización.
2. Ingresar en el recuadro de “Tasa”, el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar  si la tasa es anual, mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para el

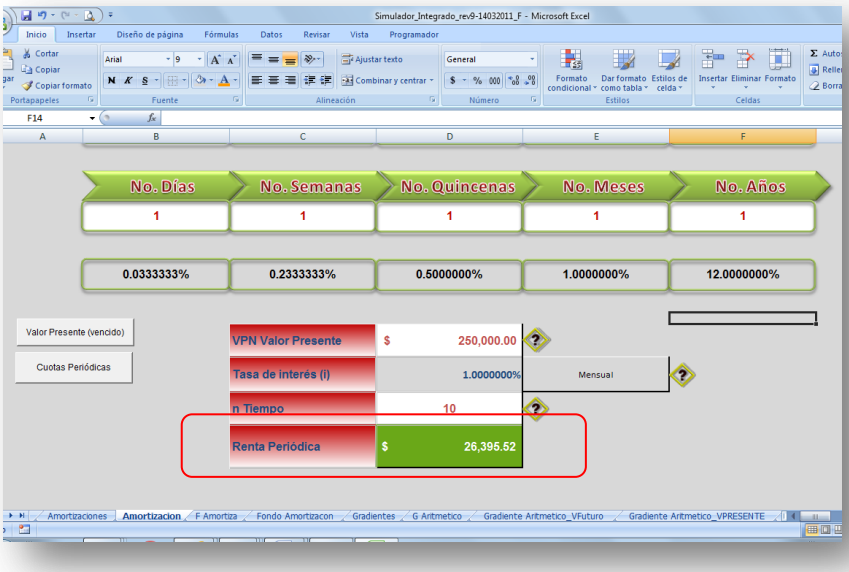



cálculo exacto son 365 días y para el cálculo ordinario son 360 días)

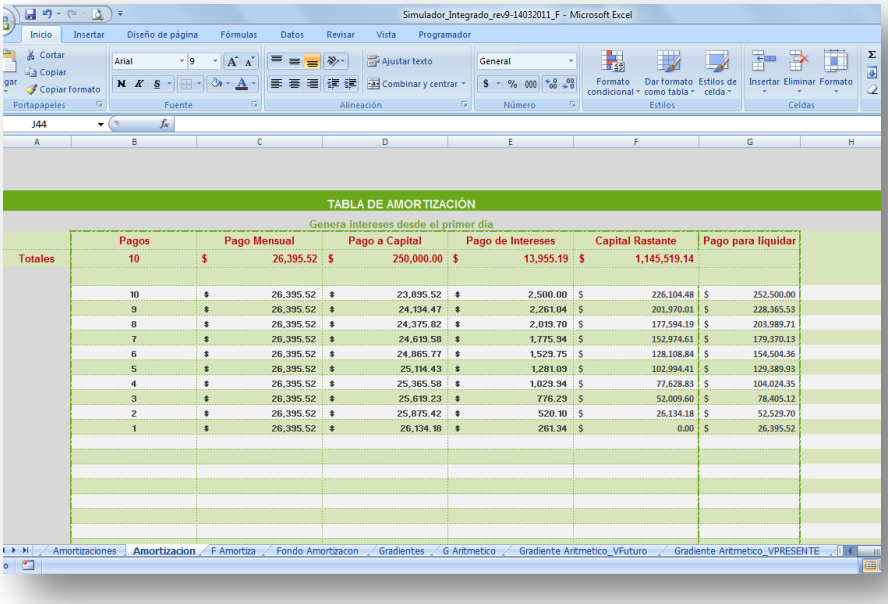
5. Seleccionar el cálculo de  “Cuotas Periódicas”
6. Capturar los datos de “Valor Presente Neto” y “Tiempo”, en los recuadros indicados.
7. Seleccionar el tipo de tasa que se va a utilizar, en este caso es la mensual.



8. Una vez capturados los datos requeridos, nos arroja el resultado.




9. Y nos desglosa la tabla de amortización con el desglose del importe de intereses y capital de cada pago.




| | Pagos | Pago Mensual | Pago a Capital | Pago de Intereses | Capital Rastante | Pago para liquidar |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Totales | 10 | $ 26,395.52 | $ 250,000.00 | $ 13,955.19 | $ 1,145,519.14 | |
| | 10 | $ 26,395.52 | $ 23,895.52 | $ 2,500.00 | $ 226,104.48 | $ 252,500.00 |
| | 9 | $ 26,395.52 | $ 24,134.47 | $ 2,261.04 | $ 201,970.01 | $ 228,365.53 |
| | 8 | $ 26,395.52 | $ 24,375.82 | $ 2,019.70 | $ 177,594.19 | $ 203,989.71 |
| | 7 | $ 26,395.52 | $ 24,619.58 | $ 1,775.94 | $ 152,974.61 | $ 179,370.13 |
| | 6 | $ 26,395.52 | $ 24,865.77 | $ 1,529.75 | $ 128,108.84 | $ 154,504.36 |
| | 5 | $ 26,395.52 | $ 25,114.43 | $ 1,281.09 | $ 102,994.41 | $ 129,389.93 |
| | 4 | $ 26,395.52 | $ 25,365.58 | $ 1,029.94 | $ 77,628.83 | $ 104,024.35 |
| | 3 | $ 26,395.52 | $ 25,619.23 | $ 776.29 | $ 52,009.60 | $ 78,405.12 |
| | 2 | $ 26,395.52 | $ 25,875.42 | $ 520.10 | $ 26,134.18 | $ 52,529.70 |
| | 1 | $ 26,395.52 | $ 26,134.18 | $ 261.34 | $ 0.00 | $ 26,395.52 |

# 10.0 EJERCICIO DE FONDO DE AMORTIZACIÓN

La empresa AGSSA tendrá que realizar un pago por $527,500.00 el día 31 de diciembre del 2011 por concepto de liquidación de pasivos contraídos previamente, y será en una sola exhibición. Tal monto ya incluye el cargo financiero que acordaron por el financiamiento de las mercancías.

Para ello la empresa toma la decisión de establecer un fondo de ahorro mensual a finales del mes de marzo del 2010, a efecto de poder acumular la cantidad señalada.

De las opciones de tasa de rendimiento que le han ofrecido, destaca la del 9% nominal capitalizable mensualmente, por lo que ahora la pregunta pertinente es: ¿Qué cantidad debe depositar a fin de mes para acumular el monto deseado?

***Donde:***

M= Monto deseado
i= tasa de interés nominal
m= Capitalización
n= el tiempo o número de depósitos
A= el abono o depósito mensual

$$A = \frac{M}{\frac{(1+ i/m)^n - 1}{i/m}}$$

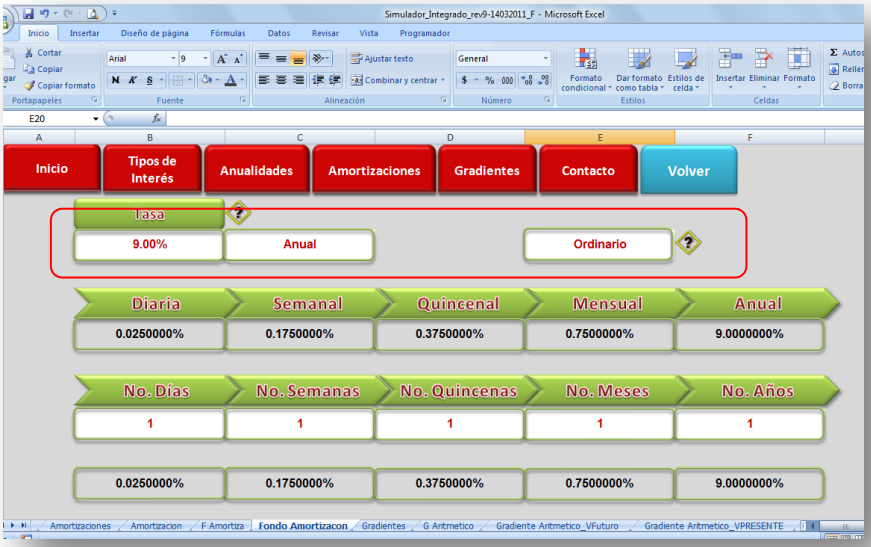
$$A = \frac{\$527,000.00}{\frac{(1+.09/12)^{22} - 1}{.09/12}} = \frac{\$527,000.00}{\frac{(1+0.0075)^{22} - 1}{0.0075}} = \frac{\$527,000.00}{\frac{(1.17866722)\ -1}{0.0075}}$$

$$A = \frac{\$527,000.00}{\frac{(0.17866722)}{0.0075}} = \frac{\$527,000.00}{23.8222961} = \$22,143.12$$

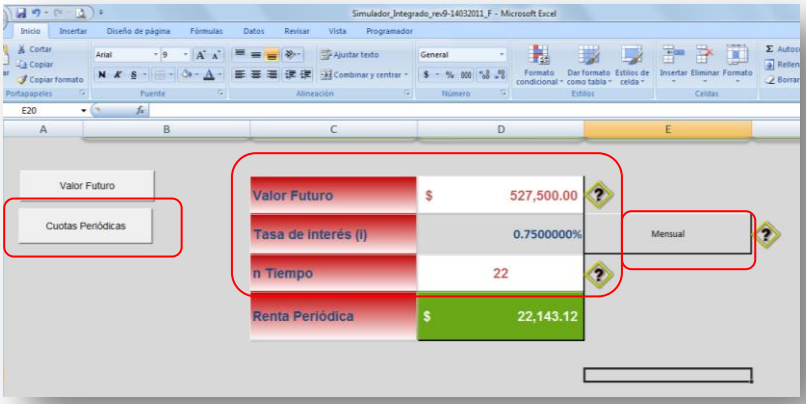
El importe de cada depósito es $22,143.12

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Amortizaciones.**

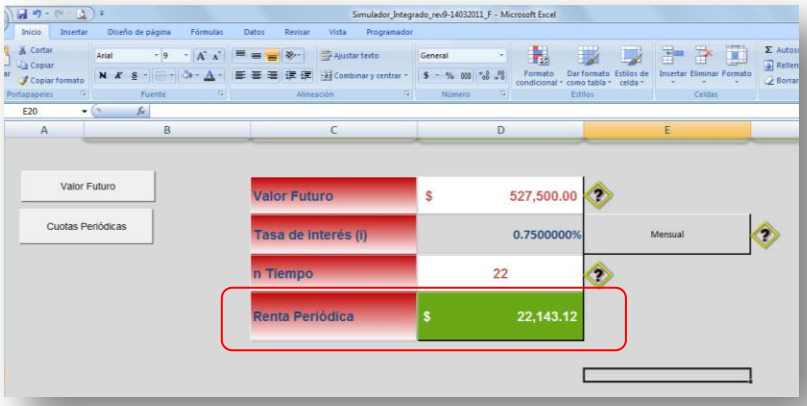
1. Utilizar la fórmula de cálculo de Fondo de Amortización.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar  si la tasa es anual, mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)




5. Seleccionar el cálculo de  "Cuotas Periódicas"
6. Capturar los datos de "Valor Futuro" y "Tiempo", en los recuadros indicados.
7. Seleccionar el tipo de tasa que se va a utilizar, en este caso es la mensual.



8. Una vez capturados los datos requeridos, nos arroja el resultado.




9. Y nos desglosa la tabla de fondo de amortización con el desglose del importe del pago mensual, interés ganado y saldo.

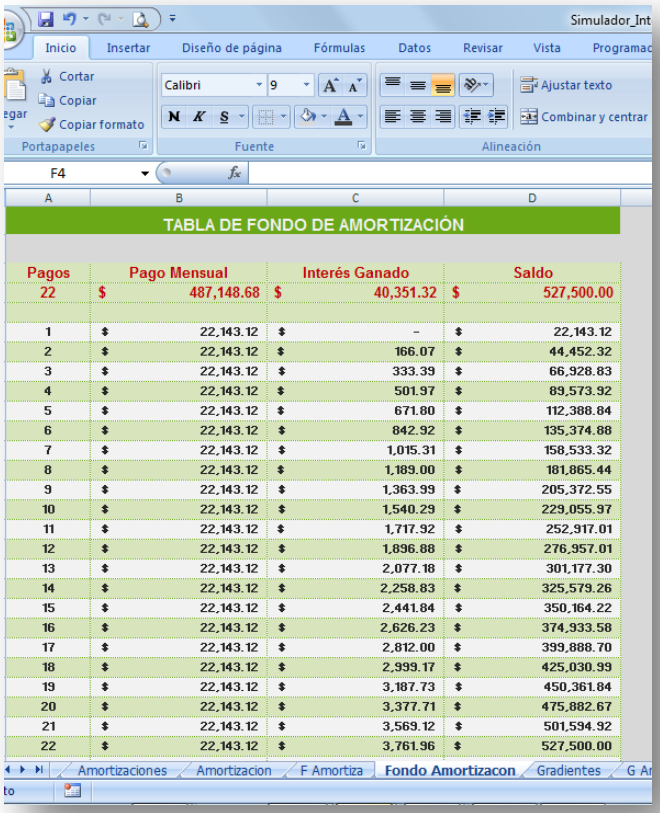


TABLA DE FONDO DE AMORTIZACIÓN

| Pagos | Pago Mensual | Interés Ganado | Saldo |
|---|---|---|---|
| 22 | $ 487,148.68 | $ 40,351.32 | $ 527,500.00 |
| 1 | $ 22,143.12 | $ - | $ 22,143.12 |
| 2 | $ 22,143.12 | $ 166.07 | $ 44,452.32 |
| 3 | $ 22,143.12 | $ 333.39 | $ 66,928.83 |
| 4 | $ 22,143.12 | $ 501.97 | $ 89,573.92 |
| 5 | $ 22,143.12 | $ 671.80 | $ 112,388.84 |
| 6 | $ 22,143.12 | $ 842.92 | $ 135,374.88 |
| 7 | $ 22,143.12 | $ 1,015.31 | $ 158,533.32 |
| 8 | $ 22,143.12 | $ 1,189.00 | $ 181,865.44 |
| 9 | $ 22,143.12 | $ 1,363.99 | $ 205,372.55 |
| 10 | $ 22,143.12 | $ 1,540.29 | $ 229,055.97 |
| 11 | $ 22,143.12 | $ 1,717.92 | $ 252,917.01 |
| 12 | $ 22,143.12 | $ 1,896.88 | $ 276,957.01 |
| 13 | $ 22,143.12 | $ 2,077.18 | $ 301,177.30 |
| 14 | $ 22,143.12 | $ 2,258.83 | $ 325,579.26 |
| 15 | $ 22,143.12 | $ 2,441.84 | $ 350,164.22 |
| 16 | $ 22,143.12 | $ 2,626.23 | $ 374,933.58 |
| 17 | $ 22,143.12 | $ 2,812.00 | $ 399,888.70 |
| 18 | $ 22,143.12 | $ 2,999.17 | $ 425,030.99 |
| 19 | $ 22,143.12 | $ 3,187.73 | $ 450,361.84 |
| 20 | $ 22,143.12 | $ 3,377.71 | $ 475,882.67 |
| 21 | $ 22,143.12 | $ 3,569.12 | $ 501,594.92 |
| 22 | $ 22,143.12 | $ 3,761.96 | $ 527,500.00 |

## 11.0 EJERCICIO DE GRADIENTE ARITMÉTICO

Se va a realizar la ampliación para la mejora de unas instalaciones lo que va a generar los siguientes costos: Los gastos de construcción ascenderán a $5,000,000.00 mensuales con un crecimiento mensual estimado en $500,000.00. Se pide calcular el costo futuro de la inversión durante los tres primeros meses con una tasa nominal al 10 % anual.

Aplicar la Fórmula de gradiente aritmético valor futuro

$$M_{ga} = (Rp_1 + \frac{g_a}{i/m})\left[\frac{(1+ i/m)^n - 1}{i/m}\right] - \frac{n * g_a}{i/m}$$

Donde:

$Rp_1$=$5,000,000.00

$G_a$=$500,000.00

n=3

i/m=.10/12

$$M_{ga} = (\$5,000,000.00 + \frac{\$500,000.00}{.10/12})\left[\frac{(1+.10/12)^3 - 1}{.10/12}\right] - \frac{3*\$500,000.00}{.10/12}$$

$$M_{ga} = (\$5,000,000.00 + \frac{\$500,000.00}{.00833333})\left[\frac{(1+.00833333)^3 - 1}{.00833333}\right] - \frac{3*\$500,000.00}{.00833333}$$

$$M_{ga} = (\$5,000,000.00 + \frac{\$500,000.00}{.00833333})\left[\frac{0.0252089}{.00833333}\right] - \frac{\$1,500,000.00}{.00833333}$$

$$M_{ga} = (\$5,000,000.00 + 60,000,024)\left[3.02506921\right] - 180,000,072$$

$$M_{ga} = (\$65,000,024)\left[3.02506921\right] - 180,000,072$$

$$M_{ga} = 196,629,571.3 - 180,000,072$$

$$M_{ga} = \$16,629,499.3$$

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Gradiente Aritmético Valor Futuro.**

10. Utilizar la fórmula de cálculo de Gradiente Aritmético Valor Futuro.
11. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
12. Seleccionar si la tasa es anual, mensual.
13. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
14. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.

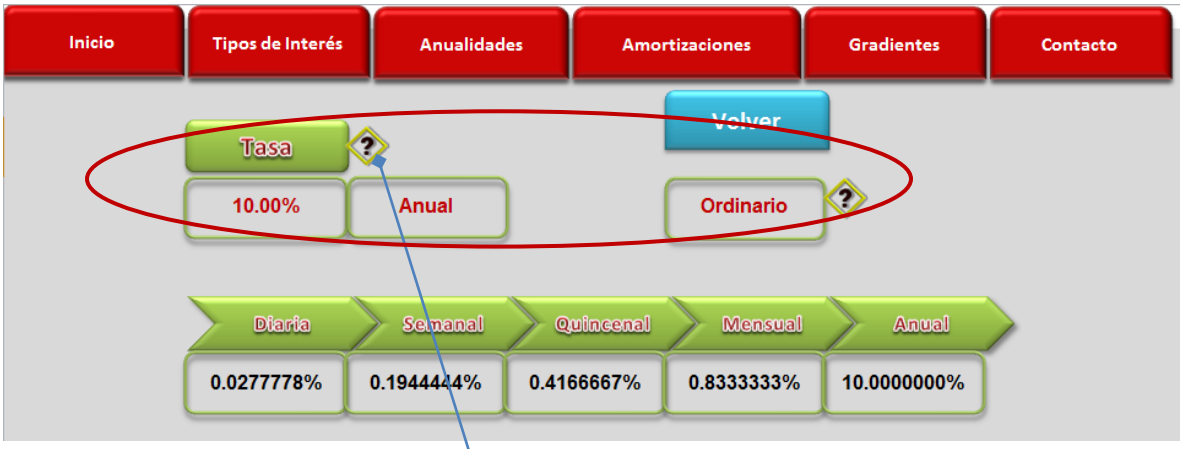



***Figura 1***

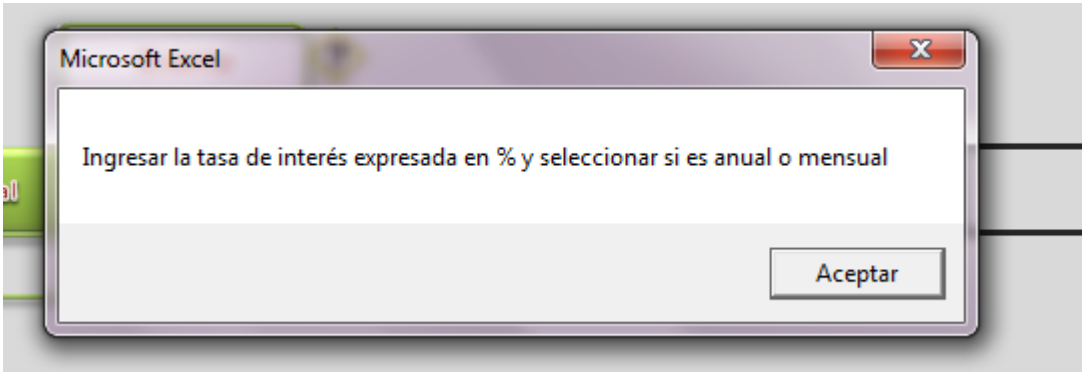



***Figura 2***

15. Ingresar los datos del ejercicio cuota periódica, tiempo, gradiente.
16. Indicar que tipo de tasa utilizaremos en el caso del ejercicio es mensual.
17. El resultado lo indica automáticamente y el detalle de cálculo de la fórmula.

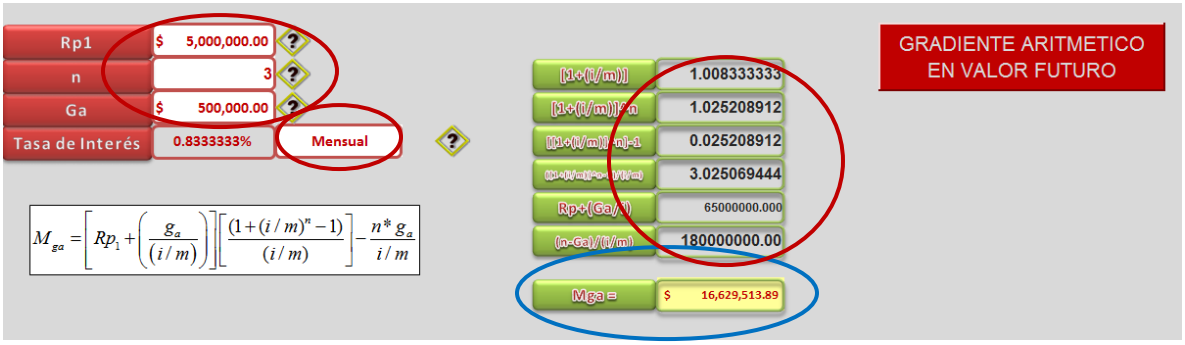



***Figura 3***

18. Muestra la tabla indicando por cada pago el resultado, la suma es el importe total, hay una diferencia con el resultado del ejercicio debido al uso de 7 dígitos.



Corrida

| Mes | Rp | n | i/m | Montos =Rp(1+(i/m)^n |
|---|---|---|---|---|
| | | | | $ 16,629,513.89 |
| 1 | $ 5,000,000.00 | 2 | 0.008333333 | $ 5,083,680.56 |
| 2 | $ 5,500,000.00 | 1 | 0.008333333 | $ 5,545,833.33 |
| 3 | $ 6,000,000.00 | 0 | 0.008333333 | $ 6,000,000.00 |

***Figura 4***

19. Para el cálculo de gradiente aritmético valor presente aplica el mismo procedimiento.

# 12.0 EJERCICIO DE GRADIENTE GEOMÉTRICO

Una constructora vende sus pisos mediante recibos mensuales de $700.00, durante 10 años, con una tasa del 5 % anual. Un comprador solicita pagar cantidades mensuales vencidas que crezcan anualmente en un 5 %. Se pide calcular, cual es el monto de las mensualidades a pagar en los tres primeros años si es aceptada esta propuesta.

Aplicar la Fórmula de gradiente geométrico valor futuro pos-pagable.

$$M_{ga} = Rp_1\left[\frac{(1+ i/m)^n - (1+Gg)^n}{i/m - Gg}\right]$$

Donde:

$Rp_1$=$700.00

$G_g$=5%

n=10

i/m=.05/12

$$M_{ga} = \$700.00\left[\frac{(1+.05/12)^{10} - (1+.05)^{10}}{.05/12 - .05}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00\left[\frac{(1.0041666)^{10} - (1.05)^{10}}{.0041666 - .05}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00\left[\frac{1.042455969 - (1.6288946)}{-.0458334}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00\left[\frac{-0.5864386)}{-.0458334}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00(-12.7950060)$$

$$M_{ga} = \$8,956.50$$

Si queremos calcular el gradiente aritmético pre-pagable, aplicamos la fórmula siguiente:

$$M_{ga} = Rp_1(1+i/m)\left[\frac{(1+{}^{i}\!/_{m})^{n}-(1+Gg)^{n}}{i/m-Gg}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00(1+.05/12)\left[\frac{(1+{}^{.05}\!/_{12})^{10}-(1+.05)^{10}}{.05/12-.05}\right]$$

$$M_{ga} = \$700.00(1.0041666)\left[\frac{(1.0041666)^{10}-(1.05)^{10}}{.0041666-.05}\right]$$

$$M_{ga} = \$702.91\left[\frac{1.042455969-(1.6288946)}{-.0458334}\right]$$

$$M_{ga} = \$702.91\left[\frac{-0.5864386)}{-.0458334}\right]$$

$$M_{ga} = \$702.91(-12.7950060)$$

$$M_{ga} = \$8,993.82$$

**Guía para cálculo en el Simulador Financiero de Gradiente Geométrico Valor Futuro Pre-pagable y Pos-pagable.**

1. Utilizar la fórmula de cálculo de Gradiente Geométrico Valor Futuro.
2. Ingresar en el recuadro de "Tasa", el porcentaje de interés dado.
3. Seleccionar si la tasa es anual, mensual.
4. Seleccionar el tipo de Interés, si es Ordinario o exacto (recordemos que para cálculo exacto son 365 días y para cálculo ordinario, 360 días)
5. Si selecciona el signo  mandará un mensaje de ayuda de qué dato se tiene que ingresar en cada campo.




***Figura 1***

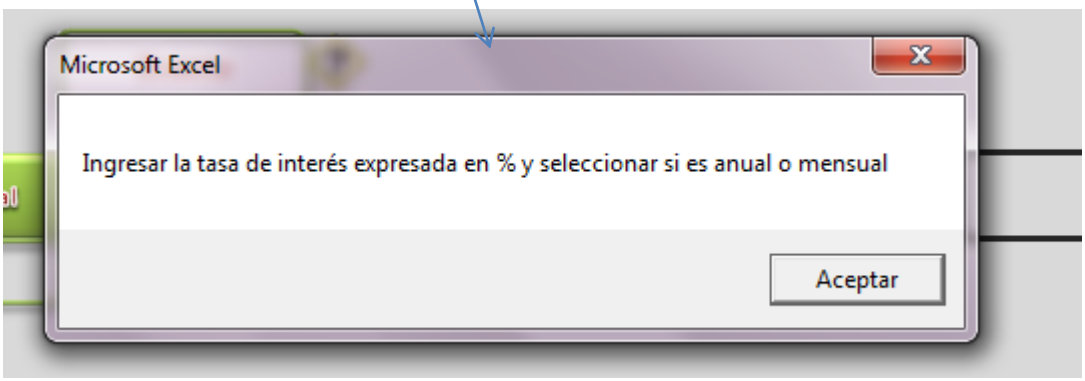



***Figura 2***

6. Ingresar los datos del ejercicio cuota periódica, tiempo, gradiente.
7. Indicar que tipo de tasa utilizaremos en el caso del ejercicio es mensual.
8. El resultado lo indica automáticamente pre-pagable y pos-pagable, así como también el detalle de cálculo de la fórmula.

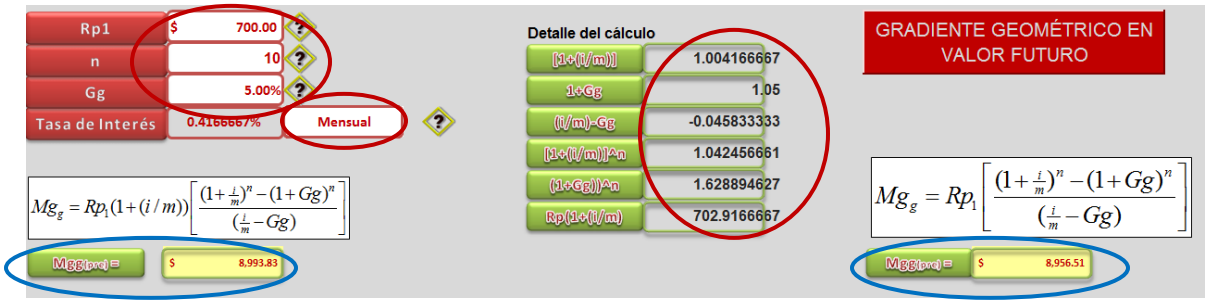
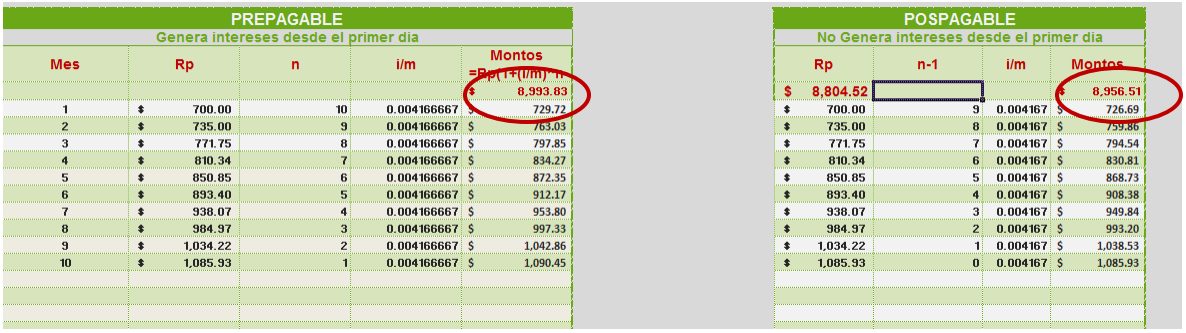



***Figura 3***

9. Muestra las tablas indicando por cada pago el resultado, la suma es el importe total que coincide con el resultado.



PREPAGABLE
Genera intereses desde el primer dia

| Mes | Rp | n | i/m | Montos =Rp(1+(i/m))^n |
|---|---|---|---|---|
| | | | | $ 8,993.83 |
| 1 | $ 700.00 | 10 | 0.004166667 | $ 729.72 |
| 2 | $ 735.00 | 9 | 0.004166667 | $ 763.03 |
| 3 | $ 771.75 | 8 | 0.004166667 | $ 797.85 |
| 4 | $ 810.34 | 7 | 0.004166667 | $ 834.27 |
| 5 | $ 850.85 | 6 | 0.004166667 | $ 872.35 |
| 6 | $ 893.40 | 5 | 0.004166667 | $ 912.17 |
| 7 | $ 938.07 | 4 | 0.004166667 | $ 953.80 |
| 8 | $ 984.97 | 3 | 0.004166667 | $ 997.33 |
| 9 | $ 1,034.22 | 2 | 0.004166667 | $ 1,042.86 |
| 10 | $ 1,085.93 | 1 | 0.004166667 | $ 1,090.45 |

POSPAGABLE
No Genera intereses desde el primer dia

| Rp | n-1 | i/m | Montos |
|---|---|---|---|
| $ 8,804.52 | | | $ 8,956.51 |
| $ 700.00 | 9 | 0.004167 | $ 726.69 |
| $ 735.00 | 8 | 0.004167 | $ 759.86 |
| $ 771.75 | 7 | 0.004167 | $ 794.54 |
| $ 810.34 | 6 | 0.004167 | $ 830.81 |
| $ 850.85 | 5 | 0.004167 | $ 868.73 |
| $ 893.40 | 4 | 0.004167 | $ 908.38 |
| $ 938.07 | 3 | 0.004167 | $ 949.84 |
| $ 984.97 | 2 | 0.004167 | $ 993.20 |
| $ 1,034.22 | 1 | 0.004167 | $ 1,038.53 |
| $ 1,085.93 | 0 | 0.004167 | $ 1,085.93 |

***Figura 4***

10. Para el cálculo de gradiente geométrico valor presente aplica el mismo procedimiento.

*Fin de la obra*